محاكاة النمو السكاني

وصف النظام:

النظام عبارة عن أفراد مجتمع – انساني أو حيوني أو بكتريا ...الخ - يتزايدون أو يتناقصون مع الزمن

المتغيرات التي تصف النظام:

المتغير $p(t) \equiv$ عدد السكان في اللحظة t.

الافتراضات:

١. يعتمد نمو السكان على عدد المواليد و الوفيات فقط.
٢. يتناسب عدد المواليد والوفيات طردياً ويعتمد على طول الفترة الزمنية $(t, \Delta t)$ وعلى عدد السكان في بداية تلك الفترة.

بناء النموذج:

١. الزيادة في عدد السكان في الفترة $(t, \Delta t)$ يعطى بالقيمة $Bp(t)\Delta t$.
٢. النقصان في عدد السكان في الفترة $(t, \Delta t)$ يعطى بالقيمة $Dp(t)\Delta t$.

حيث B يمثل ثابت التناسب للمواليد.

D يمثل ثابت التناسب للوفيات.

النمو السكاني $\propto$ الزيادة في السكان $p(t+\Delta t)$ .....(١)

النمو السكاني $\propto$ النقصان في السكان $p(t)$ .....(٢)

ومنها

$$p(t+\Delta t) = Bp(t)\Delta t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(!)$$

$$= Dp(t)\Delta t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2) \qquad p(t)$$

بطرح(١) من (٢) نتحصل على المعادلة:

$$p(t+\Delta)-p(t)=(B-D)p(t)\Delta t.....(3)$$

المعادلة (٣) تمثل نموذج تغير السكان مع الزمن.

بقسمة طرفي المعادلة (٣) على Δt تكون:

$$\frac{p(t+\Delta t)-p(t)}{\Delta t}=(B-D)p(t)$$

بقسمة الطرفين على $p(t)$ ثم أخذ النهاية للطرفين عندما $\Delta t \to 0$

$$\frac{1}{p}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{p(t+\Delta t)-p(t)}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}B-D$$

$$\frac{1}{p}\frac{dp}{dt}=B-D$$

بالضرب × dt

$$\frac{dp}{p}=(B-D)dt$$

ثم التكامل بالنسبة ل t

$$\ln p=(B-D)t+c$$

$$p=e^{(B-D)t+c}$$

$$p = e^{c}.e^{(B-D)t}$$ put $m = e^{c}$

$$p = me^{(B-D)t}$$

لإيجاد ة ضع $t = o$

$$p(0) = me^{(B-D)(0)} = m$$

$$\therefore p(t) = p(0)e^{(B-D)t}$$

ملاحظات على النموذج:

١. إذا كانت $B-D < 0$ - أي أن عدد المواليد أقل من عدد الوفيات – فإن النموذج لا يتناسب مع النمو الطبيعي على المدى البعيد لأن عدد السكان سيتناقص الى الصفر و هذا ليس طبيعياً لمعظم حالات النمو:-

$$p(\infty) = me^{-\infty} = 0$$

٢. إذا كان $B-D < 0$ - عدد الوفيات أقل من عدد المواليد – فإن النموذج أيضا لا يتوافق مع النمو الطبيعي عندما تكون t كبيرة(∞) عدد السكان سيكون ∞.
٣. في هذا النموذج تم تجاهل الكوارث الطبيعية و الحروب والوبائيات وتم الاعتماد على المواليد و الوفيات فقط.

مثال:

يتناسب نمو سكان قرية مع عدد سكانها، بعد سنة واحدة كان عدد السكان ١٠٠٠ نسمة وبعد اربع سنوات أصبح ٣٠٠٠ نسمة، أوجد:

١. عدد السكان الموجودين في البداية.
٢. عدد السكان بعد ١٠ سنوات.

(تلميح: ضع $k = B-D$ ثابت)

```
#include <iostream.h>
#include <math.h>
 #include <conio.h>
 int round(double x)
{
  return int(x > 0.0 ? x + 0.5 : x - 0.5);
}
void main ()
{
int p0,p1,y1,y2,a,yn,pn;
double e;
  cout<<" number Population Year 1=";
  cin>>p0;
  cout<<"number Population Year 2=";
  cin>>p1;
  cout<<"Year 1=";
  cin>>y1;
  cout<<"Year 2=";
  cin>>y2;
  cout<<"After how many years = ";
  cin>>yn;
  e=2.718281828;
  a=y2-y1;
  double k;
  k=p1/p0;
  k=log (k)/a;
```

```
  k=pow(e,k);
   p0=round(p0/k);
  cout<<"The population status of the beginning of the year ="<<p0;
  pn=p0*pow(e,yn*k);
  cout<<endl<<" Population after  "<<yn<<" years ="<<pn;
 getch();
}
```