اسم التدريسي : م.د. احمد انتصار غثيث
أ.م.د.احمد محمد علي

جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات
المرحلة الثانية

الرياضيات :

يطلق لفظ " الرياضيات " على علوم مختلفة تتفق كلها في موضوعات بحثها التي هي الأعداد و الكميات و المقاييس؛ كما عرفها " ديكارت " بأنها" علم النظام و القياس . " كما تعرف الرياضيات أيضا بأنها علم المقدار و المقدار هو كل ما يقبل الزيادة و النقصان (لكن ليس كل ما يزيد أو ينقص هو من موضوعات العلوم الرياضية: فالعاطفة قد تشتد أو تضعف (تزيد أو تنقص) و لكنها ليست من موضوعات الرياضيات .فالأبعاد أيضا قد تزيد أو تنقص و المساحات تزيد أو تنقص و بالتالي فهي مقادير. إن موضوع الرياضيات هو الكم بنوعيه:

1. **الكم المتصل :** مثل(موضوع علم الهندسة) وسمي بهذا الاسم لأنه لا يوجد بين وحداته فجوات و ثغرات ، و ذلك أنك لا تستطيع أن تفصل مثلا بين وحدات مساحة أي شكل هندسي، فأجزاؤه متكاملة ومتجانسة ، و كذلك الأمر بالنسبة للزمن والحركة .
2. **الكم المنفصل :**مثل (موضوع الحساب و الجبر) وسمي بهذا الاسم كذلك لأن بين وحداته فجوات ؛ و لكي تنتقل من وحدة إلى أخرى لابد من إضافة وحدة إلى الوحدة الأولى؛ فمثلا لكي تنتقل من العدد واحد (1) إلى العدد اثنين (2) لابد من إضافة وحدة إلى الوحدة الأولى ، فـ (1.99) لا تساوي اثنين ، بل لابد من إضافة وحدة للانتقال إلى الوحدة التي تليها دائم .

يعرف البعض أن الرياضيات هو" علم القياس " نسبة إلى العمليات الرياضية الاعتيادية (الجمع – الطرح – الضرب – القسمة) ، وقد استخدمت الرياضيات منذ القدم مرتبطة بالحياة الطبيعية للإنسان البدائي ، وقد عبر عن تلك العمليات بالرسم ، واستخدمت الرياضيات – كعلم – من قبل البابليين وذلك في الحساب ، سواء في حساب الأقوات والمدخرات أو مع تقدم الإنسان وخوضه

الحروب في تقسيم الغنائم والترتيب البشري في صفوف الجيش من حيث التعداد وقد كانوا يستخدمون النظام الستيني ، أي ستين رمز متدرجة في خانة واحدة قبل أن يطورها المصريون القدماء لتصبح بالنظام العشري المعروف حالياً.

الرياضيات : هو علم الدِّراسة المنطقيَّة لكمِّ الأشياء وكيفيتها وترابطها، كما أنه علم الدراسة المجردة البحتة التسلسلية للقضايا والأنظمة الرِّياضية. وهي واحدة من أكثر أقسام المعرفة الإنسانية فائدة وإثارة ويُعزى سبب صعوبة تعريف كلمة رياضيات إلى المواضيع العديدة التي تشملها.

ملاحظة :

إن المفاهيم المتعلقة بالأشكال الهندسية و الأعداد و المعادلات الرياضية هي التي نطلق عليها المفاهيم الرياضية و هي موضوع العلوم الرياضية ، فإذا تأملت في تعريف الدائرة مثلا بأنّها خط منحني مغلق جميع نقاطه على بعد واحد من نقطة هي المركز ، فهو تعريف كامل للشكل هندسي للدائرة ، و في نفس الوقت يوجد ما يبدو أنه يقابله في الواقع كشكل القمر ، و الدوائر التي يصنعها سقوط قطعة حصى على مياه بركة ، أو جذع شجرة ، و هذا ما دفع بالفلاسفة إلى التساؤل عن أصل هذه المفاهيم الرياضية.

تشمل الرياضيات الأساسية التي تدرس بالمدارس، دراسة الأعداد والكميات والصيغ والعلاقات. فعلى سبيل المثال، يدرس **الحساب** مسائل تتعلق بالأعداد، ويتضمن **الجبر** حل **معادلات** (وهي صيغ رياضية تقوم على المساواة) تمثل الأحرف فيها كميات مجهولة، بينما تدرس **الهندسة** خواص وعلاقات الأشكال في الفضاء.
أما **الحوسبة** فهي حل مسائل رياضية تتضمن إجراء العديد من العمليات العددية. والحاسوب أداة رياضية تقوم بالعمليات الحسابية بسرعة عالية. ويستخدم علماء الرياضيات الحاسوب لإجراء العمليات الحسابية المعقدة خلال دقائق قليلة، والتي قد يتطلب إجراؤها آلاف السنين باستخدام القلم والورقة. وتتطلب الرياضيات مهارات أهمها:**التحليل الدقيق**، و**التّعليل الواضح**، وتساعد تلك المهارات الناس على حل

بعض الألغاز الصعبة التي تواجههم، كما تُبنى الرياضيات على المنطق، فانطلاقا بفرضيات قُبلت على نطاق واسع، استخدم علماء الرياضيات المنطق لاستخراج النتائج وتطوير نظم رياضية متكاملة.

الرياضيات كعلم :

يرى البعض بالرغم من أن إنسان الكهف قد استخدم آليات الرياضيات في العمليات والتي عبر عنها بالرسم مثل رسم خمس سمكات قد شطب منها اثنتين تعبيراً عن العملية (5−2) إلا أنهم لم يستخدموا علم الرياضيات بل استخدموا عمليات رياضية حسابية أما الرياضيات فلم تستخدم كعلم مستقل بذاته عن الواقع أي لم تستخدم الرموز والأرقام كلغة مجردة عن القيم الواقعية إلا منذ ثلاثة آلاف إلى خمسة آلاف سنة مضت حتى يقال : (بدأت الرياضيات عندما قال أول إنسان في العالم " خمسة " فقالوا له خمسة ماذا ؟! ، خمسة من أي شيء ؟! فقال خمسة فقط ، خمسة من لا شيء) وهذا هو حمل الرموز والأرقام بشكل تجريدي عن أي قيم أخرى .

مثال 1 : 2 = 1 + 1

لا اعتقد أنه توجد علاقة في الرياضيات أبسط من هذه. ولكن دعونا ننسى ولو مؤقتاً جميع الحواجز النفسية التي وضعها التعليم والمجتمع في عقولنا إذ أوهمنا بأننا أصبحنا ذوي معرفة عميقة، دعونا ننسى تلك الحواجز مؤقتاً ولنتجرأ ولنسأل، لماذا؟ لماذا 1 + 1 = 2؟ اعتقد أن معظمنا سيشعر بالغيظ والضيق لو سأله أحد هذا السؤال، فالعلاقة واضحة بداهةً. ضع السبابة بجانب الوسطى وستجد أن لديك أصبعان. ضع تفاحة بجانب تفاحة وستملك الآن تفاحتين. ولكن لو تأملنا قليلاً في هذه "البراهين" لوجدنا أنها تقوم على أمرين اثنين:

1. أنها تعتمد على الواقع الفيزيائي لبرهان علاقة رياضية، الأمر الذي يطرح السؤال التالي، هل الرياضيات علم "مجرد" لا علاقة له بالواقع الفيزيائي أم أنه يعتمد "حتماً" على ذلك الواقع؟ وبالتالي من الممكن أن نتخيل عالماً آخراً نجد فيه مثلاً 1 + 1 = 3؟

2. أن هذه البراهين كحال معظم النظريات الفيزيائية تعتمد على الاستقراء. أي أنها تنتقل بالتعميم من مجموعة مشاهدات محدودة إلى جميع الظواهر. فمثلاً لو أنك أمسكت علبة تحوي 10 بيضات، ولاحظت أن تاريخ الصلاحية قد انتهى منذ شهرين. ومع ذلك قمت بكسر أول بيضة لتجد رائحة العفن الرائعة قد فاحت وملأت المكان. ثم كسرت الثانية لتجد أنها أيضاً عفنة. ومع ذلك تابعت مهمتك النبيلة بشجاعة حتى كسرت 9 بيضات وأصبحت رائحة المكان لا تطاق . والسؤال الآن، ماذا ستقول عن البيضة العاشرة؟ معظمنا سيقول أن هذه البيضة حتماً عفنة. ولكن حتماً هنا ليست جازمة، حتماً هنا تشير إلى توقعنا، لا إلى الواقع. إذ من الممكن أن تكسر البيضة فتظهر لك طازجةً لماعةً بصفارها الرائع وكأن الدجاجة قد باضتها للتو!

وبما أن هذه "البراهين" تقوم على الاستقراء، إذاً من الممكن أن نجد غداً مجموعة من العناصر التي تحقق مثلاً 1 + 1 = 3، أو هل يمكن ذلك؟

يمكن أن ننظر إلى الأمثلة السابقة لا على أنها براهين، ولكن على أنها "أمثلة" لهذه العلاقة، وهنا نعود إلى نقطة البداية، لماذا 2 = 1+1؟

هنالك نقطة مهمة في هذه العلاقة وفي معظم الرياضيات عموماً (يمكن استثناء نظرية الاحتمال مما سيأتي)، وهي أنه من الممكن بمجرد التفكير فقط أن نقوم بعملية الجمع. يمكن أن أفكر بأن لدي سبابة و وسطى، وبالتالي أنا الآن أفكر بأصبعين، بـ 1 + 1. والنتيجة حتماً 2 ولن تتغير حتى لو وضعت السبابة بجانب الوسطى فاختفت السبابة، أو ظهر أصبع ثالثة بينهما. هذه الظواهر الفيزيائية "لن تغير" من حسابي الذهني شيئاً. وهذه الفكرة تدفعنا إلى سؤال بين قوسين وهو: إذا كانت الرياضيات عملية ذهنية بحتة لا علاقة لها بالواقع الفيزيائي، فلماذا نستخدم الرياضيات لتوصيف ذلك الواقع؟ ولماذا نجحنا (حتى الآن) في اكتشاف قوانين رياضية للواقع؟.

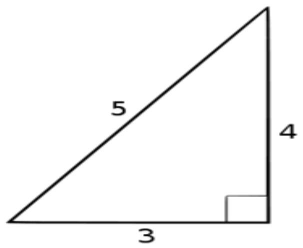
أخيرا، (لا بد أن نسأل أنفسنا ماذا نقصد بـ1 وماذا نقصد بـ 2، لا بد من أرضية نعمل عليها ونبني فوقها. أي لابد قبل أن نبرهن هذه القضية أن نعرف ماذا تعني مكوناتها. تخيل أننا في زمن لا نعرف فيه عن الحساب شيئاً، بمعنى أن الأرقام غير

موجودة والعمليات الحسابية غير موجودة، نفرض أن الـ 1 بالنسبة لنا هو شيء واحد، كتلة واحدة، كينونة واحدة. أي أننا سنفترض أننا إذا وقفنا أمام كينونة واحدة فيمكن أن نعبر عنها بالرقم 1 كتعداد (أو كقيمة أو كقياس لكن هنا نتحدث عن التعداد ، وأعتقد أن كل قياس هو في النهاية تعداد). إذا نفترض أننا كلما أردنا أن نشير لكينونة واحدة سنرمز لها (كتعداد) بالرقم 1. سنضع الآن كينونة أخرى بجانب كينونة ما، تفاحتين، سنشير لهذه الكينونتان (لعدد الكينونات التي أمامنا الآن) بالرمز 3. سنضع كينونة أخرى وأشير لعدد الكينونات بالرقم 5، ولنا مطلق الحرية في ذلك. طبعاً لا تنس أننا في عصر لا أحد يعرف فيه الأرقام اي لن يقفز أحد ويقول لنا لماذا 3 وليس 2، فهذه الرموز التي نعرِّفها لهم لا تحمل أية دلالات سابقة لدى هؤلاء الناس، لذلك لن يعترض علينا أحد. سنعرف الآن عملية الجمع على أنها عدد الكينونات التي أمامنا. سنفترض أننا أمام جبلين. الجبل الأول بالنسبة لنا هو 1، و الثاني هو 1. الجمع بالنسبة لنا معرفة عدد الكينونات انطلاقاً من معرفتنا لمكونات الكل. وسنشير للجمع بـ (::) إذا عندما نقول 3 = 1 :: 1 ، فأننا نريد أن نعرف الرمز الذي يرمز مجموع الكينونات 1 و 1. ولأننا رمزنا بـ 3 للكينونات 1 و 1 معا فسيكون الجواب هو 3. هذا البناء هو الأساس الذي سننطلق فيه في بناء عالم الرياضيات الخاص بنا في ذلك الزمان. لاحظ أننا عندما أوجدنا الجواب فأنا لا نقوم بعملية ذهينة، كل ما في الأمر أننا نعود للأرشيف الذي لدينا والذي فيه العدد الذي يمثل كينونتان معاً هو 3، فوضعت ناتج الجواب 3. ولكن لاحقاً لا نرجع له لأننا أعتاد على الأمر ونحفظه عن ظهر قلب. تصبح عملية الجمع هنا انعكاساً لما افترضناه بالأساس. اي أنها تأتي بعد عمليات فرض لا بد منها. كافتراضنا بأن الكينونة الواحدة هي 1 وهكذا. من دون هذه الأرضية لا يمكن لنا أن نبني أي شيء. لذلك عندما تقول لنا لماذا 1+1=2 أقول لك بأننا نحن من افترضنا ذلك بالأساس . في عالمنا 1+1=3 والـ 3 عندنا ليست مثل الـ3 عندك، ولكن الـ :: مثل الـ +. إذاً برأينا أنا العملية هي انعكاس لأمور بُنيه عليها تفكيرنا ولا يمكن لنا الخروج عنها. إن علاقة الرياضيات بالواقع تتحدد بفرضياتنا الأساسية التي ننطلق منها في تفكيرنا. إذاً لا أظن أننا سنجد عالماً آخر فيه 1+1=3 إذا كنا نفترض ما سبق في ناحية العد،

لأننا نفترض ونبني على هذه الفرضيات. فعندما تقول لنا هل هناك عالم فيه 1+1=3 سأسألك ماذا تقصد بالرموز السابقة وما هي الفرضيات التي تربطها بها. وبإعطاء هذه العلاقات معاني معينة يمكن جعلها مكافئة للعلاقة السابقة. تقودنا هذه الفكرة إلى ما يسمى البراهين الصُّورية (Formal Proofs). والتي تعني أنه يمكن إيجاد مجموعة من المسلمات التي يمكن باستخدامها وباستخدام المنطق الصُّوري (Formal Logic) الوصول إلى سلسلة من الرموز تكافئ 1 + 1 = 2. ونقول عن علاقة أنها صحيحة إذا أمكن الوصول لسلسلة الرموز المكافئة انطلاقاً من المسلمات. في البراهين الصورية لا نعتمد على المعاني للبرهان، وإنما نعتمد فقط على التعامل مع الرموز بطريقة ميكانيكية.

فيثاغورث والمسطرة وأضواء النجوم!

يمكن تصنيف علاقة فيثاغورث في المثلث القائم ضمن العلاقات الرياضية الأكثر شهرة، وتنص ببساطة على أن مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمين.



الشكل الأول: حسب فيثاغورث 25 = 9 + 16

يمكن إعادة صياغة علاقة فيثاغورث بعدة طرق، أشهرها هي فكرة المسافة بين نقطتين. فلو كان لدينا نقطتين إحداثيات الأولى (x_1, y_1) وإحداثيات الثانية هي (x_2, y_2)، فإن المسافة بينهما تعطى بالعلاقة التالية

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

أو كما تعلمنا في المدرسة: المسافة بين نقطتين تساوي الجذر التربيعي لـ (مربع الفرق بين السينات زائد مربع الفرق بين الصادات).

ولكن لنتوقف لحظة، ماذا تعني "المسافة" هنا؟ أو بعبارة أدق، كيف يمكن قياس المسافة بين نقطتين؟ تتعلق عملية القياس بتحديد واحدة كالمتر مثلاً، ثم قياس عدد مرات تكرار هذه الواحدة لقطع المسافة بين النقطتين. وهنا تكمن المشكلة. لا يوجد أي شيء في العلاقة الرياضية السابقة يشير إلى أنه يجب أن يتم تعريف المسافة بهذا الشكل. وبعبارة أخرى، لا يوجد ما يشير إلى أن المسطرة يجب أن تكون خطية ومنتظمة، لماذا لا يتم تعريف المسافة بمسطرة لوغاريتمية مثلاً؟ قد يبدو ذلك غريباً للوهلة الأولى، ولكن لنفكر قليلاً في ذلك. فالعين البشرية مثلاً تتحسس الضوء بمقياس لوغاريتمي. فعندما ننظر إلى السماء نجد نجوماً بشدات سطوع مختلفة. تبين الصورة التالية كوكبة الجبار (Orion constellation) كما ترى من الأرض:

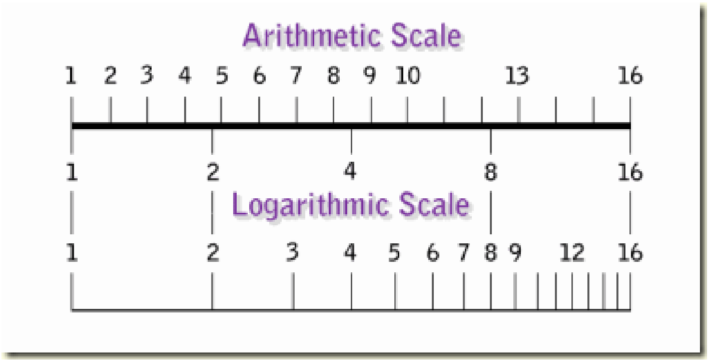
الشكل الثاني: كوكبة الجبار كما ترى من الأرض

لاحظ تباين السطوع بين النجوم. من الواضح أن هنالك نجوماً أشد سطوعاً من نجوم أخرى. والواقع أن السطوع الذي نراه بأعيننا لا يعبر عن السطوع الحقيقي. لعدة أسباب، بعضها يتعلق بالنجوم نفسها، إذ أن شدة السطوع تتعلق بالمسافة، وبالتالي النجوم الأبعد ستبدو أقل سطوعاً من النجوم القريبة. ومنها ما يتعلق بعين الإنسان، فحساسية العين للسطوع لوغاريتمية، والعلاقة التالية تربط شدة إضاءة النجوم كما تراها العين مع شدة إضاءتها الحقيقة:

$$m_2 - m_1 = \log(\frac{f_2}{f_1})$$

تستخدم هذه العلاقة للمقارنة بين نجمتين. إضاءة الأولى الظاهرية هي m_1 والثانية m_2. وشدة الإضاءة الحقيقة هي f_1 f1 و f_2. لاحظ أنه إذا كانت الثانية أشد من الأولى ب100 مرة، فإن العين البشرية سترى أن الثانية ضعف الأولى.

وحساسية الإذن للصوت لوغاريتمية أيضاً. فلماذا لا يكون شعورنا بالمسافة لوغاريتمياً؟ وبالتالي يجب أن نستخدم مسطرة لوغاريتمية لقياس المسافة كالتالي:



الشكل الثالث: مقارنة بين مقياس خطي

كالمسطرة العادية (القسم العلوي) ومقياس لوغاريتمي (القسم السفلي)

يظهر الشكل السابق العلاقة بين المسطرة العادية والمسطرة اللوغاريتمية. لاحظ أنه عند قطع نفس المسافة تتضاعف القيمة في المسطرة اللوغاريتمية، وهذا ما يظهر جلياً عند الانتقال مسافات مساوية للمسافة بين 1 و 2. نلاحظ أن الأرقام عند هذه المسافات هي 4، 8، 16.

الهدف هنا ليس عرض البرهان الرياضي لوجوب استخدام المسطرة العادية في حساب المسافات في الهندسة الإقليدية (وحتماً هنالك برهان)، ولكن الإشارة إلى أن استخدام هذه المسطرة ليس بديهياً وأنه يحتاج إلى برهان.

خاتمة

لا يتبدى جمال العلم بشكل عام والرياضيات بشكل خاص إلا إذا تحررنا من عملية التلقين وبدأنا نسأل ونفكر دون أن نلزم أنفسنا بالقناعة بما يمليه علينا الآخرون. فإذا اقتنعنا أكملنا، وإذا لم نقتنع توقفنا وسألنا. وما طرحته هنا مجرد ومضات من قضايا قد نظنها بسيطة ولكنها ترتبط مباشرة بفلسفة العلم والكون.

أهمية الرياضيات

ويمكن تقسيم الرياضيات إلى رياضيات ***بحتة*** ورياضيات ***تطبيقية.***

وتهتم الرياضيات البحتة بتطوير المعرفة الرياضية لذاتها دون اعتبارا لتطبيق حال عاجل، فمثلاً، قد يبتدع أحد علماء الرياضيات عالمًا خياليًا لكل شيء فيه أبعاد أخرى غير الطول والعرض والارتفاع. وتهتم الرياضيات التطبيقية بتطوير أساليب رياضية لتستخدم في العلوم والمجالات الأخرى.

والحدود بين الرياضيات البحتة والتطبيقية ليست دائمًا واضحة. فغالبًا ما تجد تطبيقات عملية لأفكار طورت في الرياضيات البحتة، وكثيرًا ما تقود أفكار في الرياضيات التطبيقية إلى أبحاث في الرياضيات البحتة.

ويتأثر كل جزء من حياتنا تقريبًا بالرياضيات. ولعبت الرياضيات دورًا أساسيًا في تطور **التقنية** الحديثة . كالأدوات، والتقنيات، والمواد، ومصادر الطاقة التي جعلت حياتنا وعملنا أكثر يسرًا.

ففي الحياة اليومية تتدخل الرياضيات في تفاصيل حياتنا اليومية البسيطة منها والمعقدة. ففي الأمور البسيطة نتعرف على الوقت، وباقي نقودنا بعد شراء شيء ما، وفي الأمور المعقدة كتنظيم ميزانية البيت أو تسوية دفتر الشيكات .وتستخدم الحسابات الرياضية في الطبخ والقيادة والبستنة، والخياطة، ونشاطات عامة عديدة أخرى. وتؤدي الرياضيات كذلك دورًا في العديد من الهوايات والألعاب الرياضية.

وفي العلوم للرياضيات دور هام في جميع الدراسات العلمية تقريبًا إذ تساعد العلماء على تصميم تجاربهم وتحليل بياناتهم. ويستخدم العلماء الصيغ الرياضية لتوضيح ابتكاراتهم بدقة، ووضع التنبوءات المستندة إلى ابتكاراتهم. وتعتمد العلوم الفيزيائية، كغيرها من العلوم مثل الفلك، والكيمياء إلى حد كبير على الرياضيات. كما تعتمد العلوم الإنسانية كالاقتصاد، وعلم النّفس، وعلم الاجتماع بقدر كبير على الإحصاء

وأنواع أخرى في الرياضيات. فمثلاً، يستخدم الاقتصادي الحاسوب لتصميم رياضي للأنظمة الاقتصادية . وتستخدم نماذج الحاسوب هذه مجموعة من الصيغ لمعرفة مدى التأثير الذي قد يحدثه تغير في جزء من الاقتصاد على الأجزاء الأخرى.

وفي الصناعة تساعد الرياضيات الصناعة في التصميم، والتطوير، واختبار جودة الإنتاج والعمليات التصنيعية. فالرياضيات ضرورية لتصميم الجسور، والمباني، والسدود والطرق السريعة، والأنفاق، والعديد من المشاريع المعمارية والهندسية الأخرى.

وفي التجارة تُسْتَخْدَم الرياضيات في المعاملات المتعلقة بالبيع والشراء. وتكمن حاجة الأعمال التجارية إلى الرياضيات في حفظ سجلات المعاملات كمستويات الأسهم، وساعات عمل الموظفين ورواتبهم. ويستخدم المتعاملون مع البنوك الرياضيات لمعالجة واستثمار سيولتهم النقدية. وتساعد الرياضيات كذلك شركات التأمين في حساب نسبة المخاطرة وحساب الرسوم اللازمة لتغطية التأمين.

وأخيرا، إن الرياضيات تقدم طريقة تفكير واضحة قليلة المدخلات كثيرة المخرجات، مأمونة النتائج، بأقل كلفة و أوسع دائرة استعمال، وربما يعتقد البعض ومنهم ابن خلدون أن الرياضيات تحسن خلق الإنسان فقد قال من أخذ نفسه بتعليم الحساب أول أمره أنه يغلب عليه الصدق لما في الحساب من صحة المباني ومناقشة النفس فيصير ذلك خلقا ويتعود الصدق و يلازمه مذهبا.

فروع الرياضيات

للرياضيات فروع عديدة، وقد تختلف هذه الفروع في نوعية مسائلها والتطبيقات العملية لنتائجها. وعلى أية حال، فغالبًا ما يشترك علماء الرياضيات العاملون في شتى الفروع في استخدام نفس المفاهيم والعمليات الأساسية. وسنناقش في هذه المحاضرة بعض الأنواع الأساسية في الرياضيات.

1. **الحساب:** يشمل دراسة الأعداد الصحيحة والكسور والأعداد العشرية وعمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة. وهو بمثابة الأساس لأنواع الرياضيات الأخرى حيث يقدم المهارات الأساسية مثل العد وتجميع الأشياء والقياس ومقارنة الكميات.

2. الجبر: خلافًا للحساب، فالجبر لا يقتصر على دراسة أعداد معينة، إذ يشمل حل معادلات تحوي أحرفًا مثل **x** و y، تمثل كميات مجهولة .كذلك يستخدم في العمليات الجبرية الأعداد السالبة والأعداد الخيالية (الجذور التربيعية للأعداد السالبة).

3. **الهندسة:** تدرس الهندسة خواص وعلاقات الأشكال في الفضاء . وتدرس **الهندسة المستوية** المربعات والدوائر والأشكال الأخرى في المستوى، وتُعنى **الهندسة الفراغية** بدراسة الأشكال ذات الأبعاد الثلاثة مثل المكعب والكرة.

وفي حوالي **300 ق.م**، وضع عالم الرياضيات الإغريقي إقليدس، تعاريف وفرضيات نظام للهندسة يصف العالم كما نعيشه. وفيما بعد طوّر علماء الرياضيات نظمًا بديلا للهندسة رفضت فرضية إقليدس المتعلقة بالمستقيمات المتوازية. وقد أثبتت هذه **الهندسيات المخالفة لفرضية إقليدس** (الهندسة اللاإقليدية) فائدتها على سبيل المثال في النظرية النسبية التي تُعَدُّ واحدة من الإنجازات القيّمة للتفكير العلمي.

4.الهندسة التحليلية وحساب المثلثات: تربط الهندسة التحليلية بين الجبر والهندسة، فهي تعطي تمثيلاً لمعادلة جبرية بخط مستقيم أو منحنٍ. وتجعل من الممكن التعبير عن منحنيات عدة بمعادلات جبرية، ومثال على ذلك: فإن المعادلة $y = x^2$ تصف منحنى يُسمى **القطع المكافئ.**

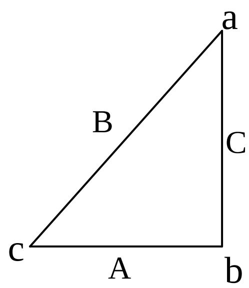
ويستخدم الفلكيون والبحارة والمساحون حساب المثلثات بشكل كبير لحساب الزوايا والمسافات في حالة تعذر القياس بطريقة مباشرة. ويبحث حساب المثلثات في العلاقة بين أضلاع وزوايا المثلث، وعلى الأخص المثلث **قائم الزاوية** (مثلث إحدى زواياه).

$90°$وتسمى العلاقات بين أطوال ضلعين في مثلث قائم الزاوية **بالنسب المثلثية .**

وباستخدام هذه النسب يمكن حساب الزوايا وأطوال أضلاع المثلث غير المعلومة من

الزوايا والأطوال الأخرى المعلومة. وتصف المعادلات المتضمنة لنسب مثلثين المنحنيات التي يستخدمها الفيزيائيون والمهندسون لتحليل خواص الحرارة والضوء والصوت والظواهر الطبيعية الأخرى.

مثال : ليكن a b c مثلث قائم الزاوية في b.



فأن العلاقة بين الزوايا وطول الأضلاع المقابلة للزوايا هي :

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

$$\cos a = \frac{B^2 + C^2 - A^2}{2BC} \;,\; \cos b = \frac{A^2 + C^2 - B^2}{2AC} \;,\; \cos c = \frac{A^2 + B^2 - C^2}{2AB} \;.$$

5. **حساب التفاضل والتكامل والتحليل:** له تطبيقات عدة في الهندسة والفيزياء والعلوم الأخرى. ويمدنا حساب التفاضل والتكامل بطرائق لحل عديد من المسائل المتعلقة بالحركة أو الكميات المتغيرة. ويبحث **حساب التفاضل** في تحديد معدل تغير الكمية. ويستخدم لحساب ميل المنحنى والتغير في سرعة الطلقة. أما **حساب التكامل** فهو محاولة إيجاد الكمية بمعلومية معدل تغيرها، ويستخدم لحساب المساحة تحت منحنى ومقدار الشغل الناتج عن تأثير قوة متغيرة. وخلافًا للجبر، فإن حساب التفاضل والتكامل يتضمن عمليات مع **كميات متناهية الصغر** (كميات صغيرة ليست صفرًا ولكنها أصغر من أي كمية معطاة). ويتضمن **التحليل** عمليات رياضية متعددة تشمل اللانهاية والكميات المتناهية الصغر. ويدرس التحليل **المتسلسلات اللانهائية** وهي مجاميع غير منتهية لمتتابعات عددية أو صيغ جبرية. ولمفهوم المتسلسلات اللانهائية تطبيقات مهمة في مجالات عدة مثل دراسة الحرارة واهتزازات الأوتار.

6. الاحتمالات والإحصاء: الاحتمالات دراسة رياضية لمدى احتمال وقوع حدث ما. ويُسْتَخْدَم لتحديد فرص إمكانية وقوع حادث غير مؤكد الحدوث. فمثلاً، باستخدام الاحتمالات يمكن حساب فرص ظهور وجه القطعة في ثلاث رميات لقطع نقدية.
أما الإحصاء فهو ذلك الفرع من الرياضيات الذي يهتم بجمع البيانات وتحليلها لمعرفة الأنماط والاتجاهات العامة. ويعتمد الإحصاء إلى حد كبير على الاحتمالات. وتزود الطرائق الإحصائية الحكومات، والتجارة، والعلوم بالمعلومات. فمثلاً، يَسْتَخْدم الفيزيائيون الإحصاء لدراسة سلوك العديد من الجزيئات في عينة من الغاز.

7. نظرية المجموعات والمنطق: تبحث نظرية المجموعات في صفات وعلاقات المجموعات. والمجموعة هي تجمع من الأشياء، قد تكون أعدادًا، أو أفكارًا أو أشياء أخرى. وتكمن أهمية دراسة المجموعات في التحقق من المفاهيم الرياضية الأساسية . أما في مجال المنطق وهو ذلك الفرع من الفلسفة التي تتعامل مع قواعد التعليل الصحيح. فقد طور علماء الرياضيات **المنطق الرمزي** . وهو نظام اصطلاحي للتعليل يستخدم الرموز والطرائق الرياضية. وقد استنبط علماء الرياضيات نظمًا عديدة للمنطق الرمزي، كانت لها أهميتها في تطوّر الحاسوب. واليك مخطط عام لفروع الرياضيات.

أسئلة:

1. عرف الرياضيات وذكر قسميه.
2. بماذا تهتم كلا من الرياضيات البحتة والرياضيات التطبيقية.
3. أذكر بعض الجوانب التطبيقية التي يدخل الرياضيات فيها.
4. اذكر خمسا من الأنواع الأساسية في الرياضيات.
5. ماذا نعني بكميات متناهية الصغر.
6. ما هو الفرق بين
   أ) الحساب والجبر ب) الاحتمالية والإحصاء
7. اذكر بعض تطبيقات حسبان التفاضل والتكامل.

8. اذكر العلاقات بين زوايا مثلث قائم الزاوية وأطوال أضلاع المثلث .
9. عرف الهندسة و ما الفرق بين الهندسة المستوية و الهندسة الفراغية.