1) Integration by part

تستخدم هذه الطريقة في حالة عدم استطاعتنا تكامل الدوال بالقواعد السابقة وملخص الطريقة اننا نجزء الدالة المعطاة الى جزأين بحيث يكون الجزء الاول قابل للاشتقاق u والجزء الثاني قابل للتكامل dv من ثم نطبق القاعدة التالية :

EXAM :

1 $\int xe^{x}dx$

الان سوف نجزء هذه الدالة الى جزأين الاول u قابل للاشتقاق وهو x والثاني dv قابل للتكامل وهو $e^{x}dx$

$$u=x \qquad dv=e^{x}dx$$
$$du=dx \qquad v=e^{x}$$

$$\int xe^{x}dx=xe^{x}-\int e^{x}dx$$
$$=xe^{x}-e^{x}+C$$

2 $\int x^{2}e^{x}dx$

$$u=x^{2} \qquad dv=e^{x}dx$$
$$du=2xdx \qquad v=e^{x}$$

$$\int x^{2}e^{x}dx=x^{2}e^{x}-2\int xe^{x}dx$$

$$u=x \qquad dv=e^{x}dx$$
$$du=dx \qquad v=e^{x}$$

$$\int x^{2}e^{x}dx=x^{2}e^{x}-2\left(xe^{x}-e^{x}\right)+C$$

3 $\int Lnx\ dx$

$$u=Lnx \qquad dv=dx$$
$$du=\frac{1}{x}dx \qquad v=x$$

$$\int Lnx\ dx=xLnx-\int dx=xLnx-x+C$$

4 $\int x\sin x\ dx$

$$u=x \qquad dv=\sin x\ dx$$
$$du=dx \qquad v=-\cos x$$

$$\int x\sin xdx=-x\cos x+\int\cos xdx=-x\cos x+\sin x+C$$

5 $\int x\cos x\ dx$

$$u=x \qquad dv=\cos x\ dx$$
$$du=dx \qquad v=\sin x$$

$$\int x\cos xdx=x\sin x-\int\sin xdx=x\sin x+\cos x+C$$

6 $\int e^{x} \cos x \, dx$

$u = e^{x} \qquad dv = \cos x \, dx$

$du = e^{x} dx \qquad v = \sin x$

$\int e^{x} \cos x dx = e^{x} \sin x - \int e^{x} \sin x dx \quad \cdots\cdots\cdots(1)$

$u = e^{x} \qquad dv = \sin x \, dx$

$du = e^{x} dx \qquad v = -\cos x$

$\int e^{x} \sin x dx = -e^{x} \cos x + \int e^{x} \cos x dx \quad \cdots\cdots\cdots(2)$

$\int e^{x} \cos x dx = e^{x} \sin x + e^{x} \cos x - \int e^{x} \cos x dx \quad [sub. \ (2) in (1)]$

$2\int e^{x} \cos x dx = e^{x} \sin x + e^{x} \cos x$

$\therefore \int e^{x} \cos x dx = \frac{e^{x}}{2}(\sin x + \cos x) + C$

7 $\int x^{2} \sin x \, dx$

$u = x^{2} \qquad dv = \sin x dx$

$du = 2x dx \qquad v = -\cos x$

$\int x^{2} \sin x dx = -x^{2} \cos x + 2\int x \cos x dx \quad \cdots\cdots\cdots(1)$

$u = x \qquad dv = \cos x dx$

$du = dx \qquad v = \sin x$

$\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \cos x + \cos x \quad \cdots\cdots(2)$

$\therefore \int x^{2} \sin x dx = -x^{2} \cos x + 2[x \sin x + \cos x] + C$

8 $\int x Lnx \, dx$

$u = Lnx \qquad dv = x dx$

$du = \frac{1}{x} dx \qquad v = \frac{x^{2}}{2}$

$\int x Lnx dx = \frac{1}{2} x^{2} Lnx - \frac{1}{2}\int x dx$

$\int x Lnx dx = \frac{1}{2} x^{2} Lnx - \frac{1}{4} x^{2} + C$

9 $\int \sin^2 x \, dx$

$$u = \sin x \qquad dv = \sin x\,dx$$
$$du = \cos x\,dx \qquad v = -\cos x$$

$$\int \sin^2 x\,dx = -\sin x \cos x + \int \cos^2 x\,dx = -\sin x \cos x + \int (1 - \sin^2 x)\,dx$$
$$= -\sin x \cos x + \int dx - \int \sin^2 x\,dx$$

$$2\int \sin^2 x\,dx = -\sin x \cos x + x \Rightarrow \int \sin^2 x\,dx = \frac{1}{2}\left(x - \sin x \cos x\right) + C$$

10 $\int \sin^{-1} x \, dx$

$$u = \sin^{-1} x \qquad dv = dx$$
$$du = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx \qquad v = x$$

$$\int \sin^{-1} x\,dx = x\sin^{-1} x - \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = x\sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2} + C$$

HOME WORK

$\int \cos^2 x\,dx$	$\int \sin^3 x\,dx$
$\int Ln^2 x\,dx$	$\int x^3 \sin x\,dx$
$\int x^3 e^x\,dx$	$\int x^2 e^{-x}\,dx$
$\int \tan^{-1} x\,dx$	$\int x \sec^{-1} x\,dx$
$\int \cos(Ln x)\,dx$	$\int (x^2 + x + 1)\sin x\,dx$

MOHAMED SABAH AL TAEE
M.SC / MATHEMATICS
E-MAIL : msmt_80@yahoo.com
2013 -2014