

مبادئ البرمجة الخطية/المرحلة الاولى/ملزمة رقم 1/دكتور عدي العبيدي

البرمجة الخطية : Linear Programming

اولا: مدخل عام في بحوث العمليات :

1- بحوث العمليات: Operation Research

يمكن تلخيص تطور نشأة بحوث العمليات بشكل مختصر بالشكل الآتي :

أول بدايته كانت في عام 1909 وذلك عندما لاحظ عامل البدالة الانكليزي Erlag لمشكلة الازدحام على كابينة الهاتف من قبل طالبي المكالمات الهاتفية وعندها حاول ان ينشأ نظرية الطوابير Queing theory .

وفي عام 1918 ظهرت حركة الادارة العلمية في الظهور عندما قدم العالم فريدريك كتابه (الادارة العلمية) والذي دعا فيه الى استخدام اسلوب البحث العلمي في الادارة .

التقدم الحقيقي في بحوث العمليات كان في عام 1939 عندما ظهرت الحاجة الماسة لقيادة القوة الجوية البريطانية الى مساهمة العلماء في فروع العلم المختلفة لوضع اسلوب علمي لصد الهجوم الجوي الالمانى وذلك من خلال الاستغلال الامثل للموارد المحدودة المتاحة من القوى العاملة والمعدات للقوات البريطانية والتي حققت تقدما في هذا المجال في حينها.

بعد انتهاء الحرب العالمية الثانية تم التوجه الى تطوير هذا العلم والاستفادة منه من خلال تطبيقه في مجالات الحاة المختلفة (الاقتصادية ، الزراعية ، الخدمية) مما حمل بقية الدول الى الاهتمام بهذا العلم.

2- مفهوم بحوث العمليات :

هناك عدة تعاريف تعطي فكرة عن مفهوم بحوث العمليات :

دانتريج عرفه على انه (علم الادارة أي علم اتخاذ القرارات وتطبيقها) غير ان هذا المفهوم لم يكن شاملا ولا يقدم فكرة واضحة عن بحوث العمليات .

واجنر عرف بحوث العمليات بانها (مدخل العلم المستخدم في حل المشكلات التي تصادف الادارة العليا للمشروعات) وهذا المفهوم يحدد نطاق استخدام بحوث العمليات بالادارة العليا للمشروعات ولكن نطاق تطبيقه لا ينحصر على تلك الادارة .

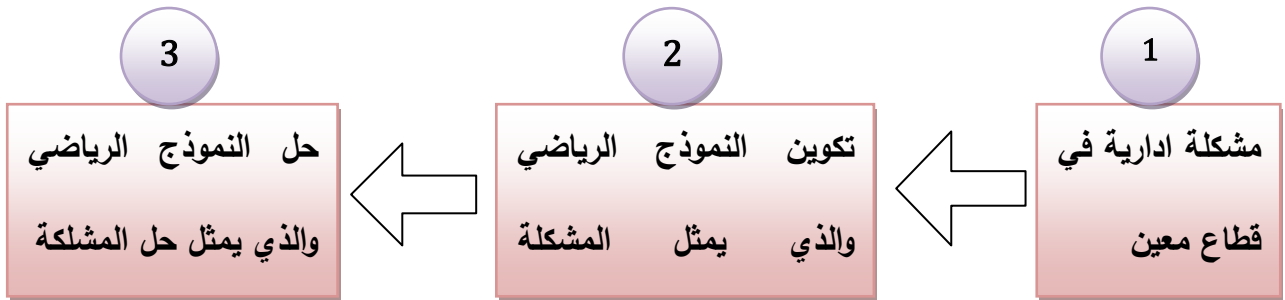
التعريف الاعم والاشمل قدمه كل من مورس و كمبال هو (بانها تطبيق الطريقة العلمية بتوفير الاساس الكمي الذي يمكن الادارة من اتخاذ القرار) ومن هذا التعريف يمكن تحديد العناصر الرئيسية لبحوث العمليات وهي :

- أ- استعمال الطريقة العلمية .
- ب- الاعتماد على الاساس الكمي .
- ج- يمكن الادارة من اتخاذ قرارات اكثر موضوعية.

3- مساهمة بحوث العمليات في حل مشاكل الادارة:

تتلخص مساهمة بحوث العمليات في حل المشاكل التي تواجه الادارة بالاتي:

- أ- صياغة المشكلة بموجب صيغ علمية مبسطة بنماذج رياضية معينة تظهر مكونات المشكلة.
 - ب- عرض النماذج الرياضية في مجموعة من العلاقات الرياضية بالشكل الذي يوضح الفرص المختلفة (البدائل) لعملية اتخاذ القرار وبشكل يساعد على تفسير المشكلة والعوامل المؤثرة فيها.
 - ج- تعميم المعايير القياسية والمثالية لأخذ القرار ، بمعنى امكانية تطبيق النموذج المعد لحل مشكلة ما لحل مشاكل مماثلة في حال حدوثها مستقبلا.
- الرسم البياني الاتي يوضح ما تقدم .



4- اساليب بحوث العمليات:

اساليب بحوث العمليات تتلخص بالاتي:

- اسلوب البرمجة الخطية والبرمجة غير الخطية والبرمجة باعداد صحيحة (البرمجة العددية) .
- اسلوب نماذج النقل .
- اسلوب شبكة الاعمال .

- أسلوب السيطرة على الخزين.
- أسلوب تحليل ماركوف.
- أسلوب خطوط الانتظار.

هذه الاساليب يستعمل احدها او قسم منها في كل وظيفة ادارية وحسب نوع النشاط الاداري سواء كان نشاطا انتاجيا او خدميا .

5- شروط تطبيق بحوث العمليات:

لتطبيق اساليب بحوث العمليات يجب توفر الشرطين الاتيين:

أ- محدودية الموارد: Limited resources

يجب ان تكون الموارد المتاحة والتي تستعملها منظمة الاعمال سواء مان ذلك في العملية الانتاجية او التجارية او الخدمية محدودة الكمية وينطبق ذلك على ما يأتي :

- 1- الموارد المالية.
- 2- الموارد البشرية ذات الكفاءة العالية والمتخصصة.
- 3- الموارد الاولية التي يتم الحصول عليها مقابل ثمن وتؤلف نسبة مهمة من عنصر الكلفة للوحدة الواحدة من المنتج.
- 4- مساحات الاراضي ذات المواصفات النادرة كما هي الحال مع مساحات الاراضي التي يتواجد فيها النفط او مناجم الفحم والذهب وما شابه ذلك.

ب- تعدد البدائل :

يقصد بذلك وجود اكثر من بديل او طريقة لاستغلال الموارد المتاحة والمحدودة ، فمثلا في العملية الانتاجية لانتاج الالبسة الرجالية فاذا كان المقصود بالموارد المتاحة المحدودة هي الاقمشة الرجالية الداخلة في انتاج البدلات والسراويل فان المقصود بالبدائل هنا وجود اكثر من طريقة لقص القماش من اجل الحصول على ما هو مطلوب من منتجات بأقل كلفة ممكنة.

6- النماذج الرياضية في بحوث العمليات:

بيننا سابقا ان ايجاد الحل الامثل للمشكلة موضوع البحث يتم عن طريق صياغتها على هيئة نموذج رياضي وتلك النماذج متعددة ومختلفة الاستعمال ويمكن التمييز بين نوعين من النماذج وهي:

أ- نماذج رياضية تستعمل في ترشيد القرار المطلوب اتخاذه من خلال تصميم نظام مصغر يعبر عن النظام الفعلي ضمن ما يعرف بمحاكاة الواقع بطريقة يمكن فيها حل المشكلة بنظام المحاكاة ومن هذا الحل يتم التوصل الى حل تل المشكلة في الواقع العملي.

ب- نماذج رياضية تبني على اساس توفر الظروف والامكانيات المتاحة كما هي الحال عند استعمال اسلوب البرمجة الخطية بالتحديد الطريقة المبسطة Simplex Method في التخطيط لعناصر الانتاج كافة وتحديد حجم المنتج الامثل الذي يحقق الاستعمال الكامل والامثل لمستلزمات الانتاج ويضمن اكبر العوائد الممكنة.

النماذج الرياضية تتألف من ثلاثة مكونات هي :

أ- المتغيرات المتعلقة باتخاذ القرار Decision Variable

وهي المتغيرات التي يتم الوصول الى قيمها من خلال حل النموذج الرياضي والتي على اساس قيمها المحددة يتم اتخاذ القرار لذلك تسمى القرارات بالقرارات المتغيرة، وتلك المتغيرات تسمى بمتغيرات القرار.

ب- القيود Constraints

وهي محددات النموذج الرياضي والتي تعد ضرورية في تكوين النموذج وهي التي تدفع بمتغيرات القرار بأن تكون ضمن القيم الممكنة .

ج- دالة الهدف Objective Function

وهي معادلة رياضية تعبر عن قياس القيمة الاجمالية للهدف من حل المشكلة، وهي اما تمثل الربحية الاجمالية وفي هذه الحالة نسعى الى تعظيم الربحية اي تأخذ هذه الدالة صيغة التعظيم (Maximization)، و قد تمثل الكلفة الاجمالية وفي هذه الحالة نسعى الى تصغير الكلفة الاجمالية أي تأخذ هذه الدالة صيغة التصغير (Minimization)، دالة الهدف يعبر عنها بدلالة متغيرات القرار.

7- مراحل دراسة بحوث العمليات:

تتضمن عملية اتخاذ القرار مجموع من الخطوات التي تمثل مراحل استعمال بحوث العمليات تلك الخطوات تؤدي الى الوصول الى الهدف الذي يسعى متخذ القرار من تحقيقه. هذه الخطوات تتمثل بالاتي:

أ- تعريف المشكلة قيد البحث: تعريف المشكلة بشكل واضح يتطلب تحديد الاتي:

- تحديد واضح للاهداف المراد تحقيقها .
- تحديد واضح للبدائل المتعلقة باتخاذ القرار.

- تحديد واضح للمحددات (القيود) اللازمة لتحقيق الهدف.
- ب- بناء النموذج : ويكون على شكل نموذج رياضي كما في اسلوب البرمجة الخطية او على شكل نموج محاكاة في حالة المشكلة المراد حلها معقدة وكبيرة.
- ج- حل النموذج : حل النموذج يعني ايجاد القيم المثلى لمتغيرات القرار.
- د- صلاحية النموذج : وهنا يتم اختبار حل النموذج (القيم المثلى لمتغيرات القرار) ويمكن الاختبار من خلال مقارنة ما تم التوصل اليه من نتائج مع بعض النتائج التاريخية المتعلقة بمتغيرات القرار.
- هـ- تطبيق و اعتماد النتائج : بعد اختبار صلاحية الحل الذي تم التوصل اليه يتم تطبيقه في الحياة العملية وهذا التطبيق يكون على شكل توجيهات او تعليمات الى الادارات المختلفة.

ثانيا: البرمجة الخطية:

1- اسلوب البرمجة الخطية:

- البرمجة الخطية اسلوب رياضي يستعمل لايجاد افضل الاستعمالات للموارد المتاحة المحدودة لدي المنشأة بمعنى اخر افضل توزيع لتلك الموارد على البدائل المتاحة. هذا الاسلوب له جانبان، الاول البرمجة Program وتعني امكانية استعمال الاسلوب لايجاد البرامج المختلفة للتوصل الى الاستعمال الامثل للموارد المحدودة والمتاحة لدى المنشأة أي اختيار افضل هذه البرامج التي تحقق هدف المشكلة.
- الجانب الثاني هو الخطية Linearity والمقصود بها ان العلاقات بين متغيرات النموذج يكون بشكل علاقات خطية.
- الغاية من استخدام اسلوب البرمجة الخطية هو ايجاد حل لنموذج البرمجة الخطية ، نموذج البرمجة الخطية يتألف من جزئين،
- الجزء الاول تمثل دالة الهدف وهي معادلة خطية تأخذ صيغة التعظيم او صيغة التصغير.
 - الجزء الثاني فيشمل القيود التي تكون على هيئة معادلات او متباينات .

لدينا ثلاثة انواع من الحلول لنموذج البرمجة الخطية هي:

- الحل Solution : وهو الذي يمكن ان يحقق أي مجموعة من المعادلات او المتباينات الممثلة للقيود.

• الحل الممكن Feasible Solution : وهو الحل الذي يحقق جميع قيود نموذج البرمجة الخطية.

• الحل الامثل Optimal Solution : ويمثل احد الحلول الممكنة والذي يحقق القيمة المثلى لدالة الهدف، أي انه الحل الذي يحقق جميع القيود ودالة الهدف في آن واحد.

2- الصيغة العامة لنموذج البرمجة الخطية: Canonical Form

بينما سابقا ان نموذج البرمجة الخطية يتألف من جزئين هما دالة الهدف والقيود ، الصيغة العامة للنموذج الرياضي تكون وفق الصيغة الآتية:

$$\text{Max. (or Min.) } Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n \quad \leftarrow \text{دالة الهدف}$$

S.T.

استنادا الى

$$\left. \begin{array}{l} a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n \geq \text{or } \leq \text{or } = b_1 \\ a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n \geq \text{or } \leq \text{or } = b_2 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n \geq \text{or } \leq \text{or } = b_m \end{array} \right\} \leftarrow \text{القيود الهيكلية}$$

$$X_1 , X_2 , \dots , X_n \geq 0$$

نلاحظ دالة الهدف هي معادلة خطية تأخذ اما صيغة التعظيم (اذا كان الهدف هو تحقيق اعظم ربحية) او تأخذ صيغة التصغير (اذا كان الهدف هو تحقيق اقل كلفة). اما القيود فأما تكون بهيئة متباينات اكبر من او اقل من او بهيئة متساويات .اما القيود الاخيرة فدائما يكون بهيئة متباينة اكبر من او تساوي الصفر وتسمى قيود اللاسلبية وذلك لأن متغيرات القرار هي ذات قيم غير سالبة.

مع ملاحظة انه على الاغلب القيود المرافقة لدالة الهدف التي بهيئة التعظيم تكون بهيئة متباينات اكبر او يساوي او معادلات اما تلك المرافقة لدالة الهدف التي بهيئة تصغير تكون بهيئة متباينات اصغر او تساوي او معادلات .

تعريف متغيرات النموذج الرياضي:

Z : قيمة الهدف الاجمالية وهي تمثل الربح الاجمالي المطلوب تحقيقه وفي هذه الحالة تأخذ دالة الهدف صيغة التعظيم (Max.) لأننا نسعى لتحقيق اكبر ربح ممكن من حل المشكلة. وقد تمثل الكلفة الاجمالية وفي هذه الحالة تأخذ دالة الهدف صيغة التصغير (Min.) لأننا نسعى لتحقيق أقل كلفة ممكنة من حل المشكلة.

X_1, X_2, \dots, X_n : متغيرات القرار (المتغيرات المطلوب تحديد قيمها) وتسمى بمتغيرات القرار لأن على اساس قيمها (التي تمثل حل المشكلة) يتم اتخاذ القرار بخصوص المشكلة هذه المتغيرات قد تمثل عدد الوحدات المنتجة من منتج معين في حالة مشكلة الانتاج ، او عدد الشاحنات من نوع معين في حالة مشكلة النقل، بمعنى تتحد حسب نوع المشكلة المراد حلها. هذه المتغيرا يمكن التعبير عنها بمتجه صفي $X=(X_1 X_2 \dots X_n)$ ذو سعة $(1*n)$.

C_1, C_2, \dots, C_n : معاملات متغيرات دالة الهدف والتي تمثل ربح الناتج من انتاج الوحدة الواحدة من منتج ما أو كلفة الوحدة الواحدة من منتج ما، أي حسب طبيعة دالة الهدف. هذه المعاملات يمكن التعبير عنها بمتجه صفي $C=(C_1 C_2 \dots C_n)$ ذو سعة $(1*n)$.

المصفوفة $[a_{ij}]$: $(i: 1, 2, \dots, n)$ و $(j: 1, 2, \dots, m)$ اي ان المصفوفة ذات سعة $m*n$ ، وتمثل مصفوفة معاملات المتغيرات للقيود الهيكلية حيث يمثل كل صف معاملات المتغيرات القيد المناظر لذلك الصف. المصفوفة تكتب كالاتي :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

b_1, b_2, \dots, b_m : تمثل الحد الثابت للقيود وتمثل الكمية المتاحة من الموارد المتوفرة مثلا عدد عدد ساعات عمل ماكينة (الطاقة التشغيلية للماكينة) ، او الطاقة الاستيعابية لكل شاحنة . يمكن تمثيلها بمتجه عمودي $b=(b_1 b_2 \dots b_m)^T$ ذو سعة $(m*1)$.

النموذج الرياضي يمكن كتابته بصيغة المصفوفات وكالاتي:

$$\text{Max. (or Min.) } Z = C X^T$$

S.T.

$$A X^T \geq \text{or } \leq \text{ or } = b$$

$$X \geq 0$$