نماذج البرمجة الخطية/ الملزمة رقم 4 /دكتور عدي العبيدي

مشاكل النقل Transportation problems

الحل الامثل Optimal Solution :

1. طريقة عوامل الضرب Multipliers method:

تتكون الخطوة الاساسية التالية بعد استخراج S.B.F.S في تحليل نموذج النقل من اختبار هذا الحل للحصول على الحل الامثل والذي تكون عنده قيمة دالة الهدف (دالة الكلفة الكلية) اقل ما يمكن.

ولاختبار امثلية S.B.F.S نستخدم طريقة عوامل الضرب وكما يلي:

1. بعد استخراج الـ S.B.F.S نعرف عوامل الضرب للصفوف بالمتغير u_i حيث (i=1,2,….,m) وللاعمدة بالمتغير v_j حيث (j=1,2,…,n).
2. لكل متغير من المتغيرات الاساسية التي تكون الـ S.B.F.S نكتب المعادلة التالية $c_{ij}=u_i+v_j$ وسيكون عدد هذه المعادلات في الواقع =m+n-1.
3. نستخرج قيم v_j, u_i من حل المعادلات المستخدمه في الخطوة الثانية يتم حلها باعطاء قيمة افتراضية لاحد هذه العوامل وللسهولة تعطى قيمة صفر للعامل u_i ثم استخراج قيم للعوامل الباقية من التعويض المباشر.
4. نستخدم قيم عوامل الضرب v_j, u_i لاختبار تأثير المتغيرات الغير اساسية على قيمة دالة الهدف فيما حولت هذه المتغيرات الى متغيرات اساسية مما يتطلب استخراج القيم التي تمثل الزيادة الصافية او النقصان لكل متغير غير اساسي حيث ان $\hat{c}_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$.

فاذا كانت جميع قيم $\hat{c}_{ij}$ موجبة او صفر عندئذ نتوقف عن الحسابات التكرارية ويكون الـ S.B.F.S هو الحل الامثل. اما اذا احتوت قيم $\hat{c}_{ij}$ على قيم سالبة عندئذ نحدد المتغير الداخل والخارج.

ملاحظة: اذا كانت جميع قيم $\hat{c}_{ij} \geq 0$ فهذا يعني عدم امكانية تقليص قيمة دالة الهدف ويكون الـ S.B.F.S هو الامثل.

اذا احتوت قيم $\hat{c}_{ij}$ على قيم سالبة عندئذ نبدأ بتطبيق الحسابات التكرارية من اجل تقليص قيمة دالة الهدف .

مثال (1): جد الحل الاساسي الاولي لمسألة النقل الاتية باستخدام طريقة فوجل ثم جد الحل الامثل باستخدام طريقة عوامل الضرب:

	1	2	المتيسرات
1	4	2	60
2	7	5	40
3	3	10	70
الاحتياجات	105	65	

الحل: نلاحظ ان النموذج متوازن لان

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = \sum_{j=1}^{2} b_j = 170$$

	1	2	المتيسرات
1	4 35	2 25	60
2	7	5 40	40
3	3 70	10	70
الاحتياجات	105	65	

وبهذا سيكون مجموع التكاليف الكلية:

Z=35(4)+25(2)+40(5)+70(3)=600

بعد ايجاد الحل الاساسي الابتدائي بطريقة فوجل نجد الحل الامثل، اذ نعرف عوامل الضرب للصفوف بـ (u_1, u_2, u_3) على الترتيب والاعمدة بـ (v_1, v_2) ثم نطبق المعادلة التالية الخاصة بالمتغيرات الاساسية:

$$c_{ij} = u_i + v_j$$

نفرض ان $u_1 = 0$

$$c_{11} = u_1 + v_1 \rightarrow 4 = 0 + v_1 \rightarrow v_1 = 4$$

$$c_{12} = u_1 + v_2 \rightarrow 2 = 0 + v_2 \rightarrow v_2 = 2$$

$$c_{22} = u_2 + v_2 \rightarrow 5 = u_2 + 2 \rightarrow u_2 = 3$$

$$c_{31} = u_3 + v_1 \rightarrow 3 = u_3 + 4 \rightarrow u_3 = -1$$

اما الخطوة الرئيسية التالية هي استخراج قيم $\hat{c}_{ij}$ لكل المتغيرات الغير اساسية والموجودة في الجدول اعلاه:

$$\hat{c}_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$$

$$\hat{c}_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 \rightarrow \hat{c}_{21} = 7 - 3 - 4 = 0$$

$$\hat{c}_{32} = c_{32} - u_3 - v_2 \rightarrow \hat{c}_{32} = 10 - (-1) - 2 = 9$$

وبما ان جميع قيم $\hat{c}_{ij} \geq 0$ اذا الحل المستخرج في الجدول اعلاه هو الحل الامثل.

مثال(6): جد الحل الاساسي الاولي لمسألة النقل الاتية باستخدام طريقة فوجل ثم جد الحل الامثل باستخدام طريقة عوامل الضرب:

المتيسرات	5	4	3	2	1	
100	30	34	28	27	37	1
125	28	27	32	32	29	2
150	30	30	37	27	34	3
375	90	80	70	60	75	الاحتياجات

الحل: نلاحظ ان المشكلة متوازنة $\sum_{i=1}^{3} a_i = \sum_{j=1}^{5} b_j = 375$

المتيسرات	5	4	3	2	1	
100	30	34	28 70	27 30	37	1
125	28	27 80	32	32	29 45	2
150	30 90	30	37	27 30	34 30	3
375	90	80	70	60	75	الاحتياجات

بعد ايجاد الحل الاساسي الابتدائي بطريقة فوجل نجد الحل الامثل، اذ نعرف عوامل الضرب للصفوف بـ (u_1, u_2, u_3) على الترتيب والاعمدة بـ $(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$ ثم نطبق المعادلة التالية الخاصة بالمتغيرات الاساسية:

$$c_{ij} = u_i + v_j$$

نفرض ان $u_1 = 0$

$$c_{12} = u_1 + v_2 \rightarrow 27 = 0 + v_2 \rightarrow v_2 = 27$$

$$c_{13} = u_1 + v_3 \rightarrow 28 = 0 + v_3 \rightarrow v_3 = 28$$

$$c_{21} = u_2 + v_1 \rightarrow 29 = u_2 + 34 \rightarrow u_2 = -5$$

$$c_{24} = u_2 + v_4 \rightarrow 27 = -5 + v_4 \rightarrow v_4 = 32$$

$$c_{31} = u_3 + v_1 \rightarrow 34 = 0 + v_1 \rightarrow v_1 = 34$$

$$c_{32} = u_3 + v_2 \rightarrow 27 = u_3 + 27 \rightarrow u_3 = 0$$

$c_{35} = u_3 + v_5 \rightarrow 30 = 0 + v_5 \rightarrow v_5 = 30$

اما الخطوة الرئيسية التالية هي استخراج قيم $\hat{c}_{ij}$ لكل المتغيرات الغير اساسية والموجودة في الجدول اعلاه:

$\hat{c}_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$

$\hat{c}_{11} = c_{11} - u_1 - v_1 \rightarrow \hat{c}_{11} = 37 - 0 - 34 = 3$

$\hat{c}_{14} = c_{14} - u_1 - v_4 \rightarrow \hat{c}_{14} = 34 - 0 - 32 = 2$

$\hat{c}_{15} = c_{15} - u_1 - v_5 \rightarrow \hat{c}_{15} = 30 - 0 - 30 = 0$

$\hat{c}_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 \rightarrow \hat{c}_{22} = 32 - (-5) - 27 = 10$

$\hat{c}_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 \rightarrow \hat{c}_{23} = 32 - (-5) - 28 = 9$

$\hat{c}_{25} = c_{25} - u_2 - v_5 \rightarrow \hat{c}_{25} = 28 - (-5) - 30 = 3$

$\hat{c}_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 \rightarrow \hat{c}_{33} = 37 - 0 - 28 = 9$

$\hat{c}_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 \rightarrow \hat{c}_{34} = 39 - 0 - 32 = 7$

وبما ان جميع قيم $\hat{c}_{ij} \geq 0$ اذا الحل المستخرج في الجدول اعلاه هو الحل الامثل.

مثال/

	1	2	3	المتيسرات
1	$\boxed{10}$ 70	$\boxed{20}$ 30	$\boxed{18}$	100
2	$\boxed{2}$	$\boxed{40}$ 80	$\boxed{33}$ 90	170
الاحتياجات	70	110	90	

المطلوب : تطبيق طريقة عوامل الضرب MODI للوصول الحل الامثل :

$c_{ij} = u_i + v_j$

$c_{11} = u_1 + v_1 \rightarrow 10 = 0 + v_1 \rightarrow v_1 = 10$

$c_{12} = u_1 + v_2 \rightarrow 20 = 0 + v_2 \rightarrow v_2 = 20$

$c_{22} = u_2 + v_2 \rightarrow 40 = u_2 + 20 \rightarrow u_2 = 20$

$c_{23} = u_2 + v_3 \rightarrow 33 = 20 + v_3 \rightarrow v_3 = 13$

$\hat{c}_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$

$\hat{c}_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 \rightarrow \hat{c}_{21} = 2 - 20 - 10 = -28$

$\hat{c}_{13} = c_{13} - u_1 - v_3 \rightarrow \hat{c}_{13} = 18 - 0 - 13 = 5$

نلاحظ انه نقل كميات من الاصل 2 الى النهاية 1 سيساهم في تخفيض دالة الهدف Z لمصفوف النقل بمقدار (28) دينار عن كل وحدة واحدة

1. لذا يتم اختبار الخلية (1-2) كمتغير داخل
2. ثم نقوم بتغير 70 وحدة بين خلايا الحلقة الموضحه في الجدول السابق فنحصل على الحل الجديد وكما يلي

	1	2	3	المتيسرات
1	$\boxed{10}$	$\boxed{20}$ 100	$\boxed{18}$	100
2	$\boxed{2}$ 70	$\boxed{40}$ 10	$\boxed{33}$ 90	170
الاحتياجات	70	110	90	

$c_{21} = u_2 + v_1 \rightarrow 2 = 20 + v_1 \rightarrow v_1 = -18$
$c_{12} = u_1 + v_2 \rightarrow 20 = 0 + v_2 \rightarrow v_2 = 20$
$c_{22} = u_2 + v_2 \rightarrow 40 = u_2 + 20 \rightarrow u_2 = 20$
$c_{23} = u_2 + v_3 \rightarrow 33 = 20 + v_3 \rightarrow v_3 = 13$

$\hat{c}_{11} = c_{11} - u_1 - v_1 \rightarrow \hat{c}_{11} = 10 - 0 - (-18) = 28$
$\hat{c}_{13} = c_{13} - u_1 - v_3 \rightarrow \hat{c}_{13} = 18 - 0 - 13 = 5$

وبما ان جميع قيم $\hat{c}_{ij} \geq 0$ اذا الحل المستخرج هو الحل الامثل.

ملاحظة : في حالة ظهور اكثر من قيمة سالبة نختار الخلية التي تساهم بتخفيض دالة الهدف اكثر من غيرها