



الطريقة التكميلية لحل مسائل البرمجة الكسرية

$$\text{if } \max Z = \frac{\hat{C}x + \alpha}{\hat{d}x + B}$$

S.To

$$AX \leq b$$

$$X \geq 0$$

1. نُجزء دالة الهدف الكسرية إلى دالتين خطية

مايمكن أقل (Min₁) المقام دالة تكون بينما (Max₁) يمكن ما أكبر البسط دالة تكون أن يجب مايمكن أعظم الهدف دالة

2. الأصلية المسألة قيود من مكون رياضي نموذج في الدالة هذه توضع ثم (Max₁) البسط دالة مع (Max₂) إلى تحويلها بعد

3. الأمثل الحل إلى الوصول لحين بالحل ونستمر الملائمة الحالة حسب المقابل السمبلكس أو السمبلكس طريقة بإستخدام الجديد

Example (1): solve the following linear fractional programming:

$$\min Z = (-2x_1 + x_2 + 2) / (x_1 + 3x_2 + 4)$$

S.To

$$-x_1 + x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 14$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\begin{aligned} \min Z &= (-2x_1 + x_2 + 2) + x_1 + 3x_2 + 4 \\ &= -x_1 + 4x_2 + 6 \end{aligned}$$

$$\min Z + x_1 - 4x_2 = 6 \quad (\rightarrow +) \quad (Z)$$

$$-x_1 + x_2 + s_1 = 4 \quad (\rightarrow +) \quad (s_1)$$

$$2x_1 + x_2 + s_2 = 14 \quad (\rightarrow +) \quad (s_2)$$

$$x_2 + s_3 = 6 \quad (\rightarrow +) \quad (s_3)$$

كما موضح في الجدول الآتي:

	x ₁	x ₂	s ₁	s ₂	s ₃	
Z	1	-4	0	0	0	6
s ₁	-1	1	1	0	0	4

s_2	2	1	0	1	0	14
s_3	0	1	0	0	1	6

(x_1) متغير داخل و (s_2) متغير خارج.

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	
Z	0	$-\frac{5}{2}$	0	$\frac{-1}{2}$	0	-1
s_1	0	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	11
x_1	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	7
s_3	0	1	0	0	1	6

$$x_1 = 7, x_2 = 0, Z = \frac{-2(7) + 2}{7 + 4} = \frac{-12}{11}$$

Example (2):

$$\min Z = ([5x]_1 + 3x_2) / ([5x]_1 + [2x]_2 + 1)$$

S.T

$$[3x]_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$[5x]_1 + [2x]_2 \leq 10$$

sol:

$$\max Z = [5x]_1 + 3x_2 - [5x]_1 - [2x]_2 - 1$$

$$\max Z = x_2 - 1$$

$$Z - x_2 = -1 \square (\rightarrow + (\quad)) (Z)$$

$$[3x]_1 + 5x_2 + s_1 = 15 \square (\rightarrow + (\quad)) (s_1)$$

$$[5x]_1 + [2x]_2 + s_2 = 10 \square (\rightarrow + (\quad)) (s_2)$$

الآتي الجدول في موضح كما:

	x_1	x_2	s_1	s_2	
Z	0	-1	0	0	-1
s_1	3	5	1	0	15
s_2	5	2	0	1	10

خارج متغير (s_1) و داخل متغير (x_2).

Z	$\frac{3}{5}$	0	$\frac{1}{5}$	0	2
x_2	$\frac{3}{5}$	1	$\frac{1}{5}$	0	3
s_2	$\frac{19}{5}$	0	$\frac{-2}{5}$	1	4

$$x_1 = 0, x_2 = 3, Z = \frac{5(0) + 3(3)}{5(0) + 2(3) + 1} = \frac{9}{7}$$

Example (3):

$$\min Z = (-4x_1 + 3x_2 + 5) / (2x_1 + 4x_2 + 6)$$

S.T

$$-2x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_2 \leq 8$$

$$2x_1 + x_2 \leq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\min Z = (-4x_1 + 3x_2 + 5) + (2x_1 + 4x_2 + 6)$$

$$= (-2x_1 + 7x_2 + 11)$$

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	
Z	2	-7	0	0	0	11
x_2	-2	1	1	0	0	6
s_2	0	1	0	1	0	8
s_3	2	1	0	0	1	16

$$\blacksquare (-2) / (-2), \blacksquare (8) / 0, 16/2 \quad \max x_1 = 1 \quad 1/2 \quad 0 \quad 0$$

$$1/2 \quad 8$$

$$Z = (-2(8) + 7(8) + 11) / (2(8) + 4(8) + 6) = (-16 + 56 + 11) / (16 + 32 + 6) = \frac{51}{54} = \frac{17}{18}$$