نظرية المخططات Graph theory

نظرية المخططات أو **نظرية** Graph theory :هي نظرية في الرياضيات وعلوم الحاسب، تدرس خواص المخططات حيث يتم تمثيل مجموعة كائنات تدعى الرؤوس او العقد (Node)، ترتبط ببعضها بأضلاع و تدعى أحيانا أقواسا، يمكن أن تكون موجهة أي مزودة باتجاه (تستخدم الاسهم بدل الأضلاع) أو بدون اتجاه (أضلاع فقط). التمثيل لهذا المخطط يكون على الورق بمجموعة نقاط تمثل الرؤوس متصلة بخطوط هي حروف (أضلاع أو أسهم) المخطط.

تُمكن الاستعانة بالمخططات من حلحلة الكثير من المشاكل العملية، فمثلا بنية موسوعة ويكيبيديا يمكن تمثيلها بمخطط رؤوسه (عقده) هي أسماء المقالات ونقوم برسم خط موجه بين مقالتين من أ إلى ب إذا كانت المقالة أ تحوي رابطا إلى المقالة ب. تطبيقات هذه النظرية واسعة جدا ولحل مشاكلها يستخدم الحاسوب بشكل واسع. لذلك تهتم علوم الحاسوب بتصميم خوارزميات لنظرية المخططات حيث يمكن معالجة أي مخطط لتمييز خصائصه واستخلاص المعلومات منه.

- **المخطط البياني(Graph)**

هو زوج مرتب $\{ G=(V,E) \}$ حيث ان:

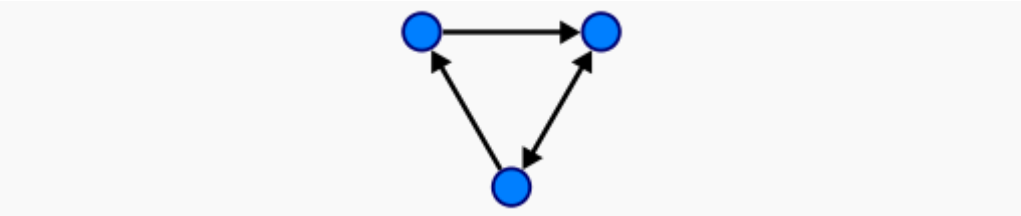
$V\{a,b,c,d,...\}$ مجموعة الرؤوس او القمم

$E\{\{a,c\},\{b,d\},\{a,d\},...\}\}$ من الأضلاع (الحافات الرابطة بين العقد. إذا كان الضلع مزوداً باتجاه (سهم) أصبح الرسم البياني موجهاً و أصبحت مجموعة الأضلاع $\{\displaystyle E\{(a,b),(b,c),(d,a),...\}\}$ مجموعة ثنائيات مرتبة من. $\{\displaystyle V\}$

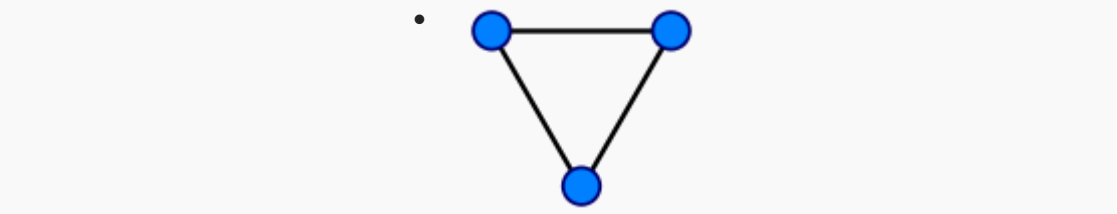
- الرسم البياني(Graph)

هو زوج مرتب يشمل مجموعة من **الرؤوس** و مجموعة من **الأضلاع** والتي هي بدورها مجموعة ثنائيات جزئية غير مرتبة من ويعرف هذا النوع من البيانات بالبيان البسيط غير الموجه.

- إذا كان الضلع مزوداً باتجاه (سهم) أصبح الرسم البياني موجهاً وأصبحت مجموعة الأضلاع مجموعة ثنائيات مرتبة من الرؤوس



رسم بياني موجه



رسم بياني غير موجه

درجة العقدة

- **درجة عقدة (رأس) البيان الغير موجه**: $\deg(v)$. : هي عدد الأضلاع المتصلة بالعقدة.
- **درجة عقدة (رأس) البيان الموجه** : يوجد نوعان من الدرجات
  1. **درجة الدخول للعقدة** $\deg^-(v)$: وهي عدد الأضلاع الداخلة إلى عقدة.
  2. **درجة الخروج للعقدة** $\deg^+(v)$: وهي عدد الأضلاع الخارجة من عقدة.

درجة البيان

- **درجة البيان غير الموجه** $\sum_{v\in V}\deg(v)$: هي مجموع درجات العقد فيه.

حيث :

$$\sum_{v\in V}\deg(v)=2|E|$$

- **درجة البيان الموجه** :
  1. **درجة الدخول** $\sum_{v\in V}\deg^-(v)$: هي مجموع درجات دخول العقد.
  2. **درجة الخروج** $\sum_{v\in V}\deg^+(v)$: هي مجموع درجات خروج العقد.

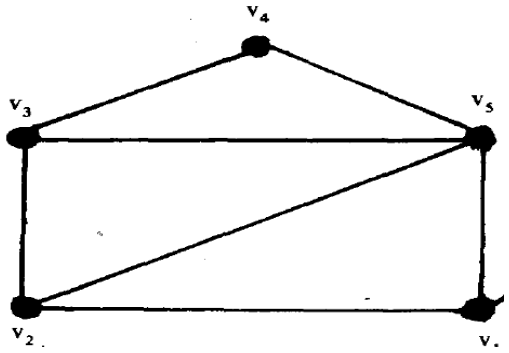
حيث:

$$\sum_{v\in V}\deg^+(v)=\sum_{v\in V}\deg^-(v)=|E|$$

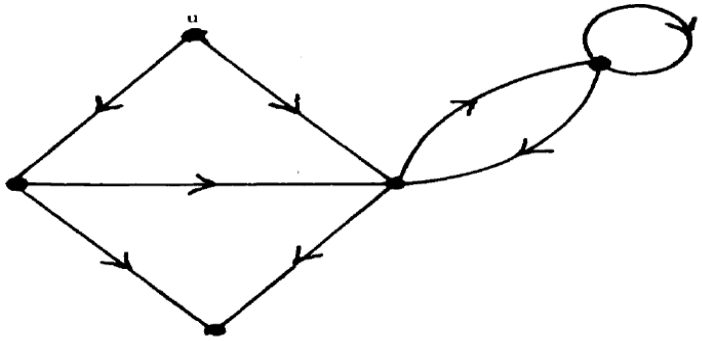
ملاحظة : المقصود بالبيان هو الرسم البياني او المخطط

-انواع المخططات:

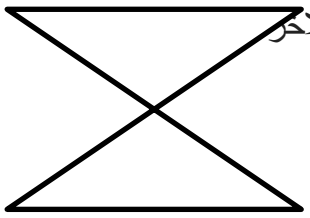
1- المخطط البسيط: هو مجموعة منتهية من العقد والحافات ونرمز له بـ G(V) وهو المخطط الذي ممكن ان يكون للعقد فيه اكثر من رابط يربط بين أي عقدتين فيه ولايوجد حافة او رابط يبدأ وينتهي من نفس النقطة.



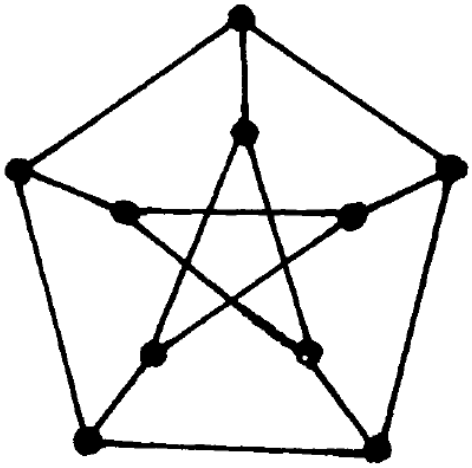
2- المخطط البياني المعقد: وهو المخطط الذي ممكن ان يكون للعقد فيه اكثر من رابط يربط بين أي عقدتين فيه ويوجد حافة او رابط تبدأ وتنتهي من نفس النقطة.



3- المخطط البياني المتشاكل: يقال عن المخطط انه متشاكل اذا كانت العلاقة بين العقد (one to one) أي انه يكون (Isomorphic) كما انه ضمن المخطط الواحد يمكن اعتبار جزئي المخطط كمرآة واحد للاخر

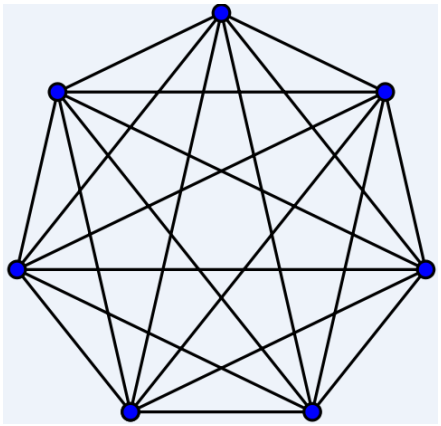


4- المخطط البياني المنتظم: هو المخطط الذي تكون جميع العقد فيه بنفس الدرجة.



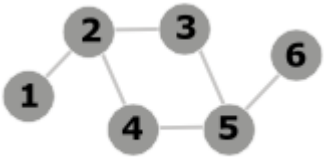
5- المخطط البياني الفارغ: هو مخطط بياني منتظم من درجة صفر.

6- المخطط البياني المتكامل: هو المخطط الذي تكون عدد الروابط فيه لكل عقدة= عدد العقد – 1



أي ان عدد الروابط لكل عقدة = n–1 و عدد الروابط الكلي بين العقد = n *(n–1)/2

7- المخطط البياني المستوي المخطط المستوي هو مخطط يمكن تمثيله بكيفية لا تتقاطع الروابط فيه.



-مسألة البائع المتجول:

مسألة البائع المتجول بالإنجليزية **Travelling salesman problem** :هي إحدى أهم المسائل في علم الذكاء الاصطناعي ونظرية المخططات، ونص المسألة هو : وصل تاجر إلى دولة فيها n من المدن ويريد البائع أن يزور كل مدينة في الدولة مرة واحدة فقط وبأقل وقت سفر بين المدن بالرغم من بساطة عرض المسألة فقد تبين أن هذه المسألة هي أحد المسائل التي لا يُعرف لها خوارزمية تحلها بسرعة، أي أنه اذا كان هناك فقط 50 مدينة حينها يتطلب الأمر أكثر من ألف عام لايجاد الحل !