التحليل الحساس
Sensitivity analysis

في معظم المعضلات العملية تكون معاملات دالة الهدف (المصادر المتيسرة ومعاملات المتغيرات الاخرى) غير معروفة بصورة أكيدة ، فاذا وجدت مثل هذه المعاملات غير المعروفة بصورة اكيدة فيجب أن نبحث عن تأثيرات هذه المعاملات على الحل الأمثل ، حيث يمكن ايجاد حدود معينة لتغيير هذه المعاملات ويبقى الحل أمثل .

إن التحليل الحساس هو الاسم المشتق من تحليل الحل الامثل وفقاً الى تغيير المعاملات المختلفة سواء كانت هذه المعاملات مواد أولية ، أيدي عاملة ، تكاليف أو أرباح ... الخ .

مثال :

تنتج الشركة العامة للبتروكيمياويات ثلاث منتجات هي C,B,A . إن عملية انتاج وحدة واحدة من كل منتج يجب أن تمر خلال ثلاثة مراحل ، حيث أن كل منتج يستغرق وقتاً معيناً خلال مروره بمرحلة ما .

الجدول ادناه يمثل الوقت المطلوب لكل منتج في كل مرحلة مع الوقت المتيسر لكل مرحلة .

المنتجات / المراحل	A	B	C	الوقت المتيسر
الاولى	3	2	4	80
الثانية	1	5	1	70
الثالثة	5	4	6	96
الربح	3	4	1	

		3	4	1	0	0	0	
Basic Var.		**X_1**	**X_2**	**X_3**	**S_1**	**S_2**	**S_3**	**Sol.**
0	**S_1**	0	0	8/21	1	2/21	-3/21	572/21
0	**X_2**	0	1	-1/21	0	5/21	-1/21	254/21
0	**X_1**	1	0	26/21	0	-4/21	5/21	200/21
Z j		0	0	53/21	0	8/21	11/21	Z=1616/21

يلاحظ في الجدول أعلاه ما يلي :

١- إن الانتاج من المنتج C هو صفر أي أن ($X_3=0$) ، لعدم ظهوره في الحل ، في حين أن كمية الانتاج من المنتج B هو ($X_2=254/21$)، و أن كمية الانتاج من المنتج A هي ($X_1 = 200/21$) .

٢- إن زيادة الوقت المتاح في المرحلة الثانية بوحدة واحدة سيؤدي الى زيادة عدد الوحدات المنتجة من B بمقدار 5/21 ونقص عدد الوحدات المنتجة من A بمقدار 4/21 وزيادة الربح بمقدار 8/21.

٣- إن زيادة الوقت المتاح في المرحلة الثالثة بوحدة واحدة سيؤدي الى زيادة المنتج A بمقدار 5/21 ونقص المنتج B بمقدار 1/21 وزيادة الارباح بمقدار 11/21 .

٤- إن زيادة المرحلة الاولى ليس لها تأثير على كمية الانتاج وذلك لوجود فائض من الوقت مقداره 572/21 .

التحليل الحساس للجهة اليمنى (الثوابت):

لتوضيح تحليل حساسية الثوابت نرجع الى المثال أعلاه ونفرض أنه نرغب في زيادة وقت المرحلة الثانية (S_2) بمقدار وحدتين (ساعتين) فالتأثير المباشر على الثوابت أو الحل سيكون كما يلي:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ X_2 \\ X_1 \\ Z \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 572/21 \\ 254/21 \\ 200/21 \\ 1616 \end{bmatrix} + (2) \begin{bmatrix} 2/21 \\ 5/21 \\ -4/21 \\ 8/21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 576/21 \\ 264/21 \\ 192/21 \\ 1616\frac{16}{21} \end{bmatrix}$$

وهذا يعني أن الانتاج من المنتج X1 كان بمقدار 200/21 أصبح 192/21 والربح ازداد فاصبح $1616\frac{16}{21}$ وعند الاستمرار في اضافة الوقت الى المرحلة الثانية الى حد (50) وحدة نجد أن:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ X_2 \\ X_1 \\ Z \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 572/21 \\ 254/21 \\ 200/21 \\ 1616 \end{bmatrix} + (50) \begin{bmatrix} 2/21 \\ 5/21 \\ -4/21 \\ 8/21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 672/21 \\ 504/21 \\ 0 \\ 1636\frac{1}{21} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} + \\ + \\ 0 \\ + \end{bmatrix}$$

يلاحظ أن قيمة X1 أصبحت صفراً وهذا يعني أن X1 سوف يخرج من المتغيرات الاساسية وعند اضافة (51) ساعة على المرحلة الثانية سنجد أن قيمة X1 تصبح سالبة وكما يلي :

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ X_2 \\ X_1 \\ Z \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 572/21 \\ 254/21 \\ 200/21 \\ 1616 \end{bmatrix} + (51) \begin{bmatrix} 2/21 \\ 5/21 \\ -4/21 \\ 8/21 \end{bmatrix} = \rightarrow \begin{bmatrix} + \\ + \\ - \\ + \end{bmatrix}$$

وهذا الحل أعلاه غير ممكن . وعلى هذا الاساس نرى أن أعلى قيمة يمكن فيها زيادة وقت المرحلة الثانية دون أن يؤثر على المتغيرات في الحل ويبقى الحل أمثل هو (50) ساعة .

لاستخراج صيغة رياضية لتحديد الحد الاعلى الذي يزداد به قيم الثابت ويبقى الحل مقبولاً نتبع ما يلي :

نحدد العمود الذي نرغب في ايجاد التحليل الحساس له فمثلاً في المثال السابق اذا اردنا ايجاد تحليل حساسية الوقت في المرحلة الثانية ، في هذه الحالة العمود (S_2) يقابل هذه المرحلة ثم نختار **القيم الأقل سالبية** وهي القيمة (4/21−) ولذلك فان :

$$\frac{200}{21} + b_2\left(\frac{-4}{21}\right) \geq 0$$

$$\frac{200}{21} \geq b_2\left(\frac{4}{21}\right)$$

$$\left[\frac{200}{21} \geq b_2\left(\frac{4}{21}\right)\right] X\ 21$$

$$200 \geq\ 4\ b_2$$

$$\frac{200}{4} \geq b_2$$

$$50\ \geq b_2\ \rightarrow\ b_2 \leq 50$$

لاستخراج صيغة رياضية لتحديد الحد الأدنى نتبع ما يلي :

١- نحدد العمود الذي نرغب في ايجاد تحليل الحساسية له .

٢- نختار **الرقم الاكبر بالموجب** في ذلك العمود ولهذا فان أكبر رقم في العمود (S2) هو (5/21)، فان :

$$\frac{254}{21} + b_2\left(\frac{5}{21}\right) \geq 0$$

$$b_2\left(\frac{5}{21}\right) \geq -\frac{254}{21}$$

$$\left[b_2\left(\frac{5}{21}\right) \geq -\frac{254}{21}\right] \text{ X } 21$$

$$5\, b_2 \geq -254$$

$$b_2 \geq \frac{-254}{5}$$

$$b_2 \geq -50.8$$

$$-50.8 \leq b_2$$

$$-50.8 \leq b_2 \leq 50$$ وهكذا يكون :

وبهذا يكون الوقت المسموح به في المرحلة الثانية (ويبقى الحل مقبولا) هو :

$$70 - 50.8 \leq 70 + b_2 \leq 70 + 50$$

$$19.2 \leq \hat{b}_2 \leq 120$$

أي أن الماكنة 2 ممكن أن تعمل ما بين هذه الفترة ويبقى الحل ممكناً .