جامعة الموصل
كلية الزراعة والغابات
قسم الارشاد الزراعي ونقل التقنيات

احصاء عملي - ارشاد

إحصاء اجتماعي
العملي

مدرس المادة
م. رؤى محمد حامد

المفردات

أولا : الإحصاء الوصفى والإحصاء الاستدلالي

ثانيا : البيانات

ثالثا : المتغيرات

رابعا : المقاييس الإحصائية

خامسا:تبويب وعرض البيانات

أولاً : العرض الجدولى للبيانات الإحصائية .

- تبويب البيانات الخام فى جدول تكرارى بسيط .
- تبويب البيانات فى جدول تكرارى ذو فئات .
- تبويب البيانات فى الجدول التكرارى المتجمع الصاعد .
- تبويب البيانات فى الجدول التكرارى المتجمع الهابط .
- الجدول المزدوج .

ثانياً : العرض البيانى للبيانات الإحصائية .(الغير مبوبة)

- العرض البيانى للبيانات الغير مبوبة .
  1. طريقة الأعمدة البيانية البسيطة .
  2. طريقة المنحنى البيانى البسيط .
  3. طريقة الخط البيانى المنكسر .
  4. طريقة الدائرة البيانية .
  5. طريقة الأعمدة البيانية المتلاصقة .
  6. طريقة الأعمدة البيانية المجزأة .
- العرض البيانى للبيانات الغير مبوبة .
  1. المدرج التكرارى .
  2. المضلع التكرارى .
  3. المنحنى التكرارى .

خامسا: مقاييس النزعة المركزية

أولا : الإحصاء الوصفى والإحصاء الاستدلالي :

(أ) الإحصاء الوصفى Descriptive statistics

ويهدف إلى إدماج وتلخيص البيانات الرقمية بغية تحويلها من مجرد كم من الأرقام إلى شكل أو صورة أخرى يمكن فهمها واستيعابها بمجرد النظر ومن أغلب الأساليب المستخدمة مقاييس النزعة المركزية ، مقاييس التشتت ومقاييس الارتباط والانحدار ويتوقف استخدام أيا منها على نوعيه البيانات ومستوى القياس سواء أكان اسميا أو وصفيا ، أو ترتيبيا ، أو فئويا ، أو نسبة .[1]

ويعتقد بعض الدارسين أن وظيفة الإحصاء تقتصر على معالجة مجموعة البيانات الوفيرة التى جمعها الباحث بقصد استخلاص عدد من الجداول الإحصائية وعرضها فى عدد من الأشكال والرسوم البيانية وذلك على نحو ما نشاهده فى إحصاءات السكان والاستهلاك والإنتاج وغيرها وقد يحسب المرء أن العمليات الإحصائية تدور فى جملتها حول إيجاد المتوسطات ودرجات التشتت فى البيانات التى يجمعها الباحثون ولكن فى الحقيقة أن ما ذكرناه لا يمثل سوى جانب واحد من جوانب الإحصاء وهو الجانب الوصفى ولهذا يطلق على العمليات الإحصائية التى تقوم بهذه الوظيفة مصطلح الإحصاء الوصفى وعلى هذا يستخدم الإحصاء الوصفى فى تنظيم وتلخيص ووصف معلومات خاصة بعينة من العينات فمن عينة محددة من العمال يمكن حساب متوسط الإنتاج الذى ينتجونه وحساب نسبة العمل بين أولئك العمال ومعدل الزيادة فى أجورهم وهذه المقاييس كلها وصفية بحتة لا تفيد فى حد ذاتها ، فى الاستنتاج أو التنبؤ وإنما تصف الكيفية التى تتوزع بها البيانات التى تم الحصول عليها من العمال موضوع البحث [2]

وتعتبر وظيفة الوصف من الوظائف الأولية لعلم الإحصاء التى تستخدم فى تلمس حقائق الظواهر المختلفة (اجتماعية ، اقتصادية ، جغرافية .. الخ) وباستخدام أسلوب التحليل الاحصائى للبيانات أصبح من السهولة إمكان تحديد خصائص الظاهرة المدروسة حتى عن طريق الأشكال البيانية التى تمثل بيانات الظاهرية عملية تسهل وتبسط تحديد خصائص الظاهرة واتجاهاتها العامة .

والى جانب ذلك يعتمد الوصف فى الإحصاء على استخدام المقاييس والمؤشرات الإحصائية فى تقصى الحقائق وتحديد الخصائص العامة لتوزيع بيانات الظاهرة دون الوصول إلى نتائج أو استدلاله خاصة بالمجموعات الأساسية التى تنتمى إليها الظاهرة [3] .

وعملية جمع البيانات تعد أقدم وظائف الإحصاء ، وهى تتضمن عدد من الأنشطة يختلف مداها من مجرد بحث يقوم به فرد إلى فريق بحث من عدة مئات أو آلاف . وجمع البيانات يكون بعدد من الأساليب وحسب طبيعة البحث أو العمل ، فقد يكون ذلك باستخدام المجموعات المكتبية أو عن طريق تصميم تجربة أو الملاحظة المنتظمة أو المعايشة أو عن طريق الاستبيان أو الاستبصار أو الأخبار بين الاختبارات ومهما يكن الأمر فإن جمع البيانات قد يتم إما بفحص كل وحدات المجتمع محل الدراسة أو بفحص جزئي (عينه) .

إن عملية جمع البيانات ليست عملية منفصلة عن وظائف الإحصاء الأخرى فهناك صلة وثيقة - فالهدف واحد وهو الحصول على معلومات أو نتائج – وذلك يكون باستخدام مقاييس وأساليب وصف البيانات - وذلك بعد جمعها – وإذا كانت هذه البيانات خاصة بعينة أى بجزء من المجتمع فإن وصف المجتمع يتطلب استخدام أساليب الاستقراء .. وهذه المقاييس والأساليب لها شروط ومتطلبات يجب مراعاتها وتوفيرها عند جمع البيانات وذلك

باستخدام التصميم التجريبى المناسب أو تصميم استمارة استبيان مناسبة واختيار طريقة المعاينة المناسبة وحجم العينة المناسب ومراعاة توفير مستوى القياس المناسب للمتغيرات .. الخ كما أن البيانات التى يتم جمعها يجب أن تكون محل ثقة حتى تكون النتائج المستخلصة منها محل ثقة . أى يجب أن يتوافر فيها الصدق والثبات Validity and reliability أن تحديد ذلك واختياره يكون غالبا باستخدام الأساليب الإحصائية . [4]

(ب) الإحصاء الاستدلالي Inferential Statistics

يستند هذا القسم من الأساليب الإحصائية إلى مجموعة من النظريات الإحصائية لعل أهمها نظرية الاحتمالات ونظرية العينات اللتان تمثلان حلقة الوصل بين الإحصاء الوصفى والاستدلالي . ويسعى هذا النوع من الأساليب الإحصائية إلى الوصول إلى تقديرات لمعالم وخصائص مجتمعات الدراسة من خلال ما هو متوفر من معلومات عن العينات المختارة . من تلك المجتمعات ، فضلا عن اختبار الفروض الإحصائية عن مجتمع البحث على أساس البيانات المتاحة عن عينات الدراسة . ويطلق على هذا النوع من الأساليب أكثر من تسمية تؤدى جميعها إلى نفس المعنى فأحيانا يسمى بالإحصاء الاستدلالي ، أو الاستنباطي Inductive أو التعميمي Generalizing حيث يهدف إلى الوصول إلى تعميمات عن مجمع الدراسة من خلال العينة المسحوبة من هذا المجتمع . ويشمل هذا النوع من الأساليب الإحصائية ، الاحتمالات ، العينات ، اختبار الفروض ، الاستدلال من خلال عينة واحدة أو أكثر وما يتضمنه ذلك من اختيارات مختلفة مثل كا2 chi^2 اختبار جاما gamma ، فاى phi ... الخ [5]

ويقصد بوظيفة الاستدلال اشتقاق النتائج من دراسة وفحص المقدمات والبيانات المتوافرة عن ظاهرة معينة. ولهذا يطلق علي عملية الإحصائية التي تستخدم والاستدلالي علي أساس المنطق الاستدلالي المبني علي نظرية الاحتمالات الرياضية فمن عينة محددة من أعمال أحد المصانع وباستخدام الأسلوب الإحصاء الاستدلالي يكون من الممكن التنبؤ بمعدلات الزيادة في الإنتاج ومقدار التغير في نسبة الغياب وفي هذه الحالة نجد أن الدقة في التنبؤ تعتمد علي عوامل كثيرة من أهمها ملائمة الأدوات الإحصائية المستخدمة وحجم العينة محل الدارسة والإجراءات الإحصائية اتخذت عند اختيارها .[6]

وتعتبر وظيفة الاستدلال أو الاستقراء من الأهمية بمكان فى البحث العلمى فمثلا :

إذا كانت الظاهرة موضوع الدراسة والتحليل ممثلة للمجتمع الذى تنتمى إليه فانه يمكن الحصول على نتائج معنوية عن المجتمع بتحليل بيانات هذه الظاهرة وهو ما يعرف بالاستدلال ويعتمد هذا الأسلوب فى البحث على الشروط التى يجب توافرها حتى يكون هذا الاستدلال سليما – وبما أن الاستدلال لا يمكن أن يكون مؤكد فان لغة الاحتمال تستخدم عند عرض النتائج . [7]

وتعتبر وظيفة الاستقراء لها أهمية كبيرة – فهى تمكن الباحث من الوصول إلى تعميمات عن المجتمع على أساس المعلومات المتاحة من عينة منه . وفى هذه الحالة فان أساليب ومقاييس الوصف يقتصر وصفها على ذلك الجزء (العينة) فقط من المجتمع – ومن هنا تأتى أهمية وظيفة الاستقراء – فهى تمكننا من وصف المجتمع (التعميم) باستخدام بيانات العينة .

إن القوانين فى العلوم الطبيعية والاجتماعية تجد برهانها عند الوقائع والحقائق الإحصائية ولذا يعد الاستقراء الاحصائى (Statistical Inference) أساسا لتطور المعرفة

العلمية باعتباره البرهان لهذه القوانين . ووظيفة الاستقراء تحقق مطلبين أساسيين فى البحث : الأول تقدير خواص المجتمع والثانى اختبارات الفروض حول هذه الخواص . ولا تقتصر هذه الوظيفة على مجرد الاستقراء بل تقدم لنا تقييما عن مدى دقة هذا الاستقراء وأكثر من ذلك فهى تمكننا من التحكم فى مستوى الدقة وذلك بعدة طرق منها استخدام الأسلوب المناسب للمعاينة والحجم المناسب للعينة . وباختصار فان هذه الوظيفة للإحصاء تمدنا بالاستقراء المنطقى وتختلف الأساليب المتبعة فى الاستقراء حسب طبيعة محل الاستقراء (8)

ثانيا : البيانات Data :

من الشائع فى مجال البحوث الاجتماعية توافر مجموعة من البيانات الإحصائية التى يحصل عليها الباحث باستخدام أدوات جمع بيانات مناسبة وعادة تتمثل تلك البيانات فى شكل أرقام تعتبر قياسا للمتغيرات تحت الدراسة ولما كانت تلك الأرقام تفتقر إلى الترتيب والتصنيف يطلق عليها البيانات الأولية أو البيانات الخام Raw Data.

وتعرف البيانات الإحصائية أنها كمية من المعلومات على هيئة أرقام وان تلك الأرقام إما أن تكون صحيحة Integers مثل 10 ، 20 ، 30 وهكذا أو تكون أرقاما عشرية أو حقيقية Real Numbers مثل 8.5 ، 10.25 ، 1505 وهكذا : ويتوقف حجم البيانات الخام على حجم المجتمع الأصلى فكلما ازداد حجم هذا المجتمع يتوقع مزيدا من الأرقام غير المرئية والتى يصعب مع كثرتها وعدم تصنيفها تفهم أو قياس متغير أو أكثر تحت الدراسة ومن ثم كان من الضرورى أن يقوم الباحث بتصنيف وتبويب تلك البيانات بالشكل أو بالأسلوب الذى يخدم جيدا هدف الباحث من دراسة المتغيرات أو استنباط نوعية العلاقات أو المعلومات الهامة التى تتعلق بتلك المتغيرات . (9)

ويقصد بتعبير البيانات " أى كمية من المعلومات فى صورة رقمية والصورة الرقمية للبيانات تبدو إما على شكل أرقام صحيحة مثل 10 ، 112 ، 464 . أو على شكل أرقام حقيقية مثل 20.4 ، 61.8 ، 182.1 أى أنها الأرقام التى تحتوى على علامة عشرية . وتعتبر المعلومات الرقمية (البيانات) المادة الخام لأسلوب العمل الاحصائى كما أنها تلعب دورا كبيرا فى تطبيق الأساليب الإحصائية . (10)

وتسمى البيانات المتاحة – المنشورة أو التى تم جمعها – تسمى بيانات خام أو أولية – ذلك أنها تكون غير مجهزة فهى لا تفصح إلا عن القليل من المعلومات . كما أنه يستحيل استخلاص المعلومات منها . وفى سبيل ذلك نستعين بأساليب ومقاييس وصف البيانات . وهذه الأساليب كثيرة ومتنوعة فهى تختلف حسب عوامل أهمها عدد المتغيرات ومستوى قياسها (11)

ولعل ابسط الطرق الإحصائية لتنظيم وتلخيص البيانات طريقة التوزيع التكرارى Frequency Distribution، أو بمعنى ضمنى من التوزيع التكرارى يمكن استخدام وسيلة أو أكثر من الوسائل الثلاث التالية والتى يمكن أن يتحول التوزيع إليها أو إلى أى منها .

أ) استخدام الجداول الإحصائية Statistical Tables فى عملية تصنيف وتبويب البيانات الخام .

ب) استخدام التمثيل البياني والخرائط فى عرض البيانات الإحصائية (تحويل التوزيع التكرارى إلى منحنيات تكرارية).

ج) استخدام مقياس أو أكثر من المقاييس الإحصائية مثل المتوسط الخام Mean الانحراف المعياري Deviation Standard ومعامل الارتباط Correlation Coefficient فى تلخيص البيانات الإحصائية فى صورة رقم أو نسبة مئوية ونرى أهمية الوقوف على نوعية البيانات الإحصائية من منظور مستويات القياس الاحصائى نظرا لأهمية تلك البيانات الإحصائية وفقا لمستويات القياس الاحصائى يرجع إلى أن المتغيرات التى تقاس كميا تنقسم من قيمتها العددية إلى المتغير المتصل والمتغير المتقطع . (12)

ثالثا : المتغيرات Variables :

تشير كلمة المتغيرات إلى الخصائص التى تشترك فيها أفراد المجتمع الاحصائى ولكنها تختلف من فرد إلى فرد آخر فالعمر ، درجة الذكاء ، وطول القامة ، واللياقة البدنية والقدرة على القراءة ، والدخول التى يحصل عليها الأفراد أمثلة للمتغيرات وتتميز هذه المتغيرات بأنها قابلة للقياس الكمى وبإمكانية تحديد قيمة معينة لها .

ويمكن القول بان المتغيرات مفهوم له معنى امبريقى ويعبر عنه بقيم مختلفة وتعبير النوع ، سنوات التعليم والعمر ، والدخل السنوى من المتغيرات الشائعة التى تستخدم فى البحوث الاجتماعية لارتباطها بالخصائص الأساسية للمبحوثين ، ولأهميتها فى تحديد مكانتهم الاجتماعية والاقتصادية وانتماءاتهم الطبقية (13) .

والمتغيرات عبارة عن ظاهرات أو صفات تختلف قيمها باختلاف الحالات . ومن أمثلتها : درجة الحرارة فى مناطق مختلفة أو فى فترات مختلفة لمكان واحد ، كميات الإنتاج الزراعى أو الصناعى . (14)

ويمكن القول بان المتغير هو أى ظاهرة أو حدث أو خاصية تأخذ فيها قيما تتغير من ظرف لآخر . والمتغير هو الوحدة الأساسية للتحليل الاحصائى ويمكن تعريفة بأنه مجموعة من العناصر أو التقسيمات غير المتداخلة . وهذه المجموعة من التقسيمات تكون مقياس Scale . وتنقسم المتغيرات إلى مستمرة وغير مستمرة (متقطعة) . المتغير المستمر هو ذلك الذى يأخذ قيما لأى درجة من الدقة – مثل الطول – الوزن – درجة الحرارة أما المتغير غير المستمر فهو الذى يأخذ قيما معينة فقط – مثل عدد الأولاد فى الأسرة عدد الطلاب فى الفصل . وهناك تقسيم آخر للمتغيرات ، حيث تنقسم إلى متغيرات مستقلة ومتغيرات تابعة . فعندما نبحث فى الأثر الذى يحدثه متغير (س) فى آخر (ص) كأثر التدريب على الإنتاجية نقول أن (س) متغير مستقل و (ص) متغير تابع (15)

وتنقسم المتغيرات من قيمها العددية إلى قسمين هما المتغيرات المتصلة Continuous Variables وهى المتغيرات التى يمكن أن تأخذ أى قيمة على المقياس المستخدم فمثلا إذا ارتفعت درجة الحرارة من 20^{5} درجة مئوية إلى 30^{5} درجة مئوية خلال الترمومتر الزئبقي فمعنى ذلك أن الزئبق يكون قد مر بكل القيم الواقعة بين هاتين الدرجتين ، كذلك الحال فى مقياس سرعة السيارة . فإذا زادت السرعة من 30 كيلوا متر / ساعة إلى 60 كيلوا متر / ساعة فان المؤشر فى المقياس يكون قد مر على كل القيم المحصورة بين هذين الرقمين وبالمثل أيضا الأطوال . وذلك لان طول الشخص قد يكون 168 سم أو 168.1 أو اى قيمة مهما كانت كسرية ، واصغر من المليمتر إذا كان المقياس يسمح بذلك .

والنوع الآخر من المتغيرات يطلق علية المتغيرات الغير متصلة أو الوثابة Discrete Variables وهى التى تختلف قيمها من مرحلة إلى أخرى بدون أن تكون

منتظمة كما أن قيمها لا تأخذ إلا أعداد صحيحة Integers فعدد الرحلات التى يقوم بها الأشخاص وكمية مياه الفيضان فى الأودية الصحراوية وعدد السيارات المارة فى احد الشوارع وعدد الفصول بالمدارس وعدد الحجرات بالمنازل وحجم الأسرة 000 الخ كلها متغيرات وثابة (غير متصلة) يحصل عليها فى الغالب بالعد(16)

والمتغيرات التى تقاس كميا تنقسم من حيث قيمتها العددية إلى نوعين هامين لا ثالث لهما :

1 – المتغير المتصل Continuous Variable .

لما كان التعريف العام للمتغير Variable هو ظاهرة أو صفات تختلف قيمها باختلاف الحالات فان المتغير يكون متصلا عندما يأخذ أى قيمة متدرجة على المقياس المستخدم . مثال ذلك قياس درجات الحرارة باستخدام الترمومتر فالمتغير يأخذ أى قيمة بين رقمين صحيحين , بمعنى أن المتغير يمكن أن يأخذ أى قيمة بين 36 درجة ، 37 درجة (36.1 ، 36.2 000 الخ) .

2 – المتغير المتقطع Discrete Variable

عندما يأخذ المتغير قيما محددة يطلق عليه متغيرا متقطعاً أو بمعنى آخر ، المتغير المتقطع هو الذى يحتوى مداه على عدد محدود من القيم أو يحتوى عدد لانهائي من القيم ولكن لكل منها قيمة محددة يمكن عدها أو ترتيبها فى نهاية الأمر تعدد الأولاد أو الأفراد فى الأسرة لابد أن يكون أعدادا صحيحة غير حقيقة مثل 1 ، 2 ، 3 ، 4 00 وهكذا ومن أمثال المتغيرات المتقطعة ، النوع ، الحالة الزواجية Martial Status , عدد أيام الإنتاج فى احد المصانع ، عدد حوادث السيارات وهكذا . (17)

كما يمكن تصنيف المتغيرات إلى عدد من التصنيفات بحسب الغاية من كل تصنيف وذلك على النحو التالى : -

1 – المتغيرات الكمية والمتغيرات الكيفية :

يمكن تصنيف المتغيرات من حيث طريقة التعبير عنها إلى فئتين هما : المتغيرات الكمية Quantitative Variables وهى التى يمكن أن نصفها عدديا بأنها اكبر من أو أقل من قيمة معينة ويعتبر العمر وعدد سنوات التعليم أمثلة لهذه المتغيرات . والفئة الثانية من المتغيرات هى المتغيرات الكيفية Qualitative Variables وهى التى تصف الأشياء بصفاتها مثل متغير النوع الذى ينقسم إلى قسمين : ذكور وإناث . والحالة العملية للفرد حيث تكون إما مزارع أو عامل غير ماهر ، أو عامل ماهر أو موظف أو تاجر وما إلى ذلك من صفات ، وهذه المتغيرات الكيفية يتعذر معالجتها إحصائياً ما لم يميزها عن بعضها بعضاً باستخدام الأرقام فنرمز لمتغير الإناث برقم 1 و لمتغير الذكور برقم 2 أو العكس ، والرقم فى هذه الحالة لا يعنى أكثر من أنه أداه للتميز بين المتغيرات الكيفية لتسهيل تفريغ البيانات التى جمعت عنها من ميدان الدراسة تمهيداً لمعالجتها إحصائياً ولا تكون لها قيمة عددية فى حد ذاته .

2- المتغيرات التابعة والمستقلة والضابطة :

ويمكن تصنيف المتغيرات تصنيفاً أخر بحسب دورها فى حدوث الظاهرة محل الدراسة وذلك إلى :

(أ) متغيرات تابعة Dependent Variables

وهى تلك المتغيرات التى نحاول تفسيرها ومعرفة أسباب حدوثها وتحديد مدى إمكان التنبؤ بها .

(ب) متغيرات مستقلة Independent Variables

وهى التى لعبت دوراً مباشر فى حدوث المتغيرات التابعة ونستخدمها فى تأييد تفسيرنا وفهمنا لما طرأ على هذه المتغيرات من تغيير ، وفى التنبؤ بالحالة التى ستؤول إليها بعد ذلك .

(ج) متغيرات وسيطة Intermediate Variables

وهى تلك المتغيرات التى يمر من خلالها تأثير المتغيرات المستقلة إلى المتغيرات التابعة والمتغيرات الوسيطة بالغة الأهمية فى تفسير حدوث الظواهر الاجتماعية إذ قد يغفل عنها الباحثون أو قد ينظرون إليها على أنها متغيرات مستقلة لارتباطها المباشر بالمتغيرات التابعة فإذا نظرنا إلى تفسير ظاهرة الانتحار اللامعيارى التى درسها دوركايم ، على سبيل المثال سنجد أن بعض الأفراد ينظرون إلى حالة فقدان المعايير التى تؤدى إلى الانتحار على أنها المتغير المستقل والانتحار هو المتغير التابع ولكن فريقاً آخر من الباحثين الذين ينظرون إلى الظاهرة بطريقة أكثر تفصيلاً ، ويرون أن المجتمع يمر بتغيرات اقتصادية و اجتماعية عاصفة وقوية وهى التى تمثل المتغير المستقل وتكون النتيجة المترتبة على تلك التغيرات انهيار الثقة فى القيم الراسخة والمبجلة لدى الأفراد فتنتشر حالة اللامعيارية وهى تمثل هنا المتغير الوسيط ثم ينتهي الأمر بالانتحار الذى يمثل المتغير التابع . وإذا قارنا بين الطريقتين السابقتين فى تفسير ظاهرة الانتحار نجد أن حالة اللامعيارية كانت متغيراً مستقلاً فى التفسير الأول ثم اعتبرت متغيراً وسيطاً ضابطاً فى التفسير الثانى .

3- المتغيرات غير المستمرة (الوثابة) ، والمستمرة (المتصلة) Discrete and continuous variables

ذكرنا أن مهمة الباحث هى جمع البيانات عن متغيرات معينة مثل متغير النوع بأن يعرف كم عدد المبحوثين من الذكور وكم عددهم من الإناث ، وعن متغير سعة الوحدة السكنية بأن يحدد عدد الغرف التى يسكن بها كل مبحوث .

وبالنظر إلى المتغيرات السابقة نجد أنها تضم عدداً من المتغيرات غير المستمرة والتى يمكن التعبير عنها بقيم عددية غير قابلة للتجزئة حيث يرمز الباحث للذكور برقم (1) وللإناث برقم (2) ، ولا توجد قيمة وسط بينهما وكذلك الحال بالنسبة لسعة الوحدة السكنية ، فالشقة إما أن تكون غرفة واحدة أو غرفتين أو ثلاث أو أكثر وليس هناك جزء من غرفة . والبيانات التى يتم جمعها عن المتغيرات غير المستمرة تكون بيانات غير مستمرة أيضاً أى أنها غير قابلة للتجزئة ولا نجد لها كسور . فلا يستطيع الباحث أن يدعى أن العينة تتكون من عشرة ذكور ونصف أو أن الشقة تتكون من ثلاث غرف وربع . ويطلق على البيانات الكمية التى يتم جمعها عن المتغيرات غير المستمرة القيم المفردة حيث لا يمكن تبويبها أو تقسيمها إلى فئات متصلة.

وقد يهتم الباحث أيضاً بجمع بيانات عن دخل كل مبحوث فى فترة معينة . والدخل يعد من المتغيرات المستمرة التى يمكن أن تأخذ أى قيمة ما بين نقطتين ثابتتين على مقياس معين . وإلى جانب الدخل هناك متغيرات أخرى مثل العمر والطول والوزن تعد أيضاً من

المتغيرات المستمرة ، إذ يمكن تقسيم متغير كالدخل إلى أى عدد نشأ من الفئات وكذلك متغير العمر فيمكن القول أن هناك شخصاً يحصل على دخل أسبوعى قدره خمسون جنيهاً وآخر يحصل على تسعة وأربعون جنيها ونصف ... وهكذا والبيانات التى يتم جمعها عن المتغيرات المستمرة تكون بيانات مستمرة أيضاً أى أنها قابلة للتجزئة وبها كسور أو قيم غير صحيحة .

ولذلك فإن هذا النوع من البيانات الكمية يكون ضخماً للغاية عندما يجمعه الباحث من ميدان البحث . فإذا سأل مائة فرد عن دخلهم الأسبوعى فأنه من المتوقع أن يحصل على مائة إجابة تمثل مائة قيمة مختلفة عن بعضها البعض . ولذلك عادة ما يتم تفريغ هذه البيانات فى صورة فئات لكل منها طول معين بحيث تحتوى كل فئة على عدد من القيم المتقاربة لتسهيل عرض البيانات ومعالجتها إحصائياً ، وهذا النوع من البيانات نطلق عليه البيانات أو القيم المبوبة .

والواقع أن التمييز بين المتغيرات غير المستمرة والمستمرة رغم أهميته إلا أنه فى بعض الأحيان نظراً لعدم وجود أداة قياس مضبوطة نجد أن متغيرات كثيرة مستمرة يكون من الضرورى تحديد قيم عددية إجمالية لها ، ومن ذلك مثلاً مقياس الذكاء فهو من الناحية النظرية يعد متغيراً مستمراً ولكن من الناحية العملية نجد أن الاختبارات التى تستخدم فى قياسه تعطى نتيجة إجمالية وقيمة غير مستمرة [18] .

رابعا : المقاييس الإحصائية

يقصد بالقياس – كمفهوم واسع – انه عملية تعبير عن الخصائص والملاحظات بشكل كمى ووفقا لقاعدة محدودة . وعندما نستخدم المقياس والملاحظات بشكل كمى ووفقا لقاعدة محددة . أو بمفهومه وفق الأبعاد الخاصة الملائمة لكل فرع من فروع المعرفة ، فإننا لا نجد غضاضة فى اختيار نسق من المعادلات الرياضية التى تتفق مع تلك الخاصية أو الخصائص قيد البحث – وعامة يمكن القول أن ما تحظى به فروع العلم المختلفة من رياضيات واقتصاد وغيرها من فروع العلوم الاجتماعية من نماذج متعددة ومتباينة تعتمد فى بنيتها الأساسية على المقاييس .

وإن كان هناك اختلاف كبير فى درجة الصعوبة عند التطبيق إذا قورنت النماذج المستخدمة فى العلوم الاجتماعية بغيرها من فروع العلوم الأخرى ففى علم الاجتماع وعلم النفس الاجتماعي كمثال تتصف المتغيرات بالتباين والتعدد بشكل يصعب معه أن نختار رياضيا مناسبا يخدم أهداف البحث الامبريقى لان النفس البشرية (والفرد عامة) – يتصف بالتعقيد واختلاف مستويات العلاقة بينة وبين المحيطين به من أفراد أو بيئات

ولعل ابسط أمثلة القياس نجدها فى الاختبارات التى يتقدم بها الطالب فى مختلف مراحل حياته الدراسية . حيث ترتبط الدرجة التى يحصل عليها فى اختبار على مدى معرفته بالمادة التى يدرسها خلال فترة دراسية معينة وكلما كانت درجة الطالب التى حصل عليها مثلا فى مادة الكيمياء عالية دل ذلك على معرفة أكثر أو تحصيل اكبر لدى الطالب من هذه المادة . ومن هذا المثال البسيط نجد أن خاصية التحصيل تعبر عنها الدرجة Score التى حصل عليها الطالب من الاختبار .

وتعتبر المقاييس التى تقيس المتغير التابعDependent Variable واحدة من أكثر المقاييس أهمية عند إيجاد الطرق الإحصائية الملائمة التى تستخدم فى تحليل بيانات دراسة أمبريقية معينة . أيضا توجد بعض المقاييس التي يمكن استخدامها في قياس ظاهرة

معينة بدقة عالية أو متناهية مثال ذلك المقاييس التي تستخدم في قياس الأطوال والأوزان من جهة أخري توجد بعض المقاييس التي تفتقر إلي الدقة العالية وإن كانت تحقق قدرا من الدالة فيها علي سبيل المثال مقاييس مستويات القلق النفسي عند الأفراد [19] ويعتمد القياس في التحليل الإحصائي علي القيم العددية التي تستخدم بطرق مختلفة لتحقيق عدة أهداف :-

أ- تستخدم القيم العددية لترقيم المتغيرات (إجابات الأسئلة) التي يختار من بينها المبحوث في الاستبيان المكتوب.

ب- وتستخدم القيم العددية في ترتيب مجموعة من المتغيرات فيكون المتغير رقم (1) أعلي من المتغير رقم (2) عندما يكون الترتيب تنازلي للقيم ويكون المتغير رقم (1) أدني من المتغير رقم (2) عندما يكون الترتيب تصاعدي للقيم بعبارة أخري , تفاوت أهمية القيم بحسب ما إذا كان الترتيب تصاعديا أو تنازليا .

جـ- تستخدم القيم العددية أيضا في تحديد المسافة بين الفئات المختلفة من المتغيرات لذلك يجب علي الباحث أن يفهم الكيفية التي تستخدم بها الإعداد في وضع المقاييس الإحصائية[20].

ولغرض استخدام المقاييس والأساليب الإحصائية فإنه يجب تحديد مستوي القياس للبيانات أو المتغيرات ولذلك يتم تقسيم مستويات القياس إلي أربعة أنواع هي مستوي القياس الاسمي والترتيبي والفتري والنسبي وهذه المقاييس تختلف من حيث كمية المعلومات التي تحتويها وبالتالي تختلف العمليات الحسابية والإحصائية التي يمكن إجراءها[21] .

1- المقاييس الاسمية والوصفيةnominal measures هذا النوع من المقاييس يستخدم المتغيرات التي تستخدم في تصنيف مفردات عينة البحث وذلك بإعطائها قيما عددية والقيمة العددية في هذه الحالة ليس لها دلالة سوي تعريف المتغيرات وتمييزها ويستعين بعض الباحثين بالرموز بدلا من الأرقام في عملية استخدام المتغيرات في تصنيف بعض مفردات عينة البحث ولكن استخدام الرمز لن يفيد كثيرا في حالة تفريغ البيانات بواسطة الحاسب الآلي ومن أمثلة المتغيرات التي تشكل منها المقاييس الوصفية التي تستخدم في تصنيف المبحوثين متغير النوع إذا يعطي الباحث رقم (1) للإناث ورقم (2) للذكور والأرقام هنا لا تعني أولوية أو أفضلية متغير علي أخر كما أنها لا تحتمل أي قيمة .والواقع أن أرقام السيارات وأرقام المنازل هي أبرز مثال لاستخدام القيم العددية في تصنيف الأشياء فالمنزل رقم (1) ليس يعني أنه أفضل من المنزل(100) أو العكس وإنما الرقم يكون استخدامه بغرض التعرف علي المنزل وتميزه عن المنازل الأخرى [22] ويعد أقل مستوي للقياس , وهو مجرد تقسيم أو تصنيف الأشياء بالاسم فقط ودون تداخل مثال ذلك تقسيم الأشخاص حسب الجنس (ذكور – إناث) وتقسيم الكتب والمراجع بالمكتبة حسب الموضوع (المعارف العامة – الفلسفة – الديانات – العلوم الاجتماعية) وتشمل قياسات خصائص الظاهرة موضوع الدراسة في هذا النوع علي قياسات [23] ثنائية أو ثلاثية ولنضرب مثالا علي ذلك فعند تسجيل حالة التعليم لدي الأشخاص : تعليم متوسط أن تعليم عالي يعطي الشخص من النوع الثاني الرقم (2) وإذا كانت الحالة التعليمية يعطي الرقم (صفر) , وإذا كانت الدراسة تتعلق بانتماء الأشخاص إلي مناطق ريفية أو حضرية فإننا في هذه الحالة نعطي للشخص الريفي الرقم (1) وللشخص الحضري الرقم (2) ويطلق علي المتغيرات التي تقاس بها البيانات الاسمية المتغيرات دمي dummy variables كما أنها في أحيان أخري تسمي بالبيانات التصنيفية لأنها تصنف المتغيرات علي أساس خصائصها [24]

2- المقاييس الترتيبية ordinal measures وهذه المقاييس لا تستخدم فقط لتصنيف المتغيرات وإنما لتعكس أيضا ترتيب تلك المتغيرات بعبارة أخري يستخدم هذا المقياس في ترتيب الأفراد أو الأشياء من الأعلى أو العكس وذلك وفقا لخصائص معينة يتميز بها المراد ترتيبه فالمكانة الاجتماعية – الاقتصادية والتي تقاس بمتغيرات الدخل والمهنة والتعليم يتم ترتيبها حسب فئات معينة تبدأ تنازليا من الطبقة العليا الطبقة عليا الوسطي – الطبقة الوسطي الطبقة وسطي الدنيا – والطبقة الدنيا – ما دون الطبقة under class فإذا أعطينا أرقاما لهذا الترتيب الطبقي فإن رقم (1) يكون له معني يفيد الرقمي إذا ما قورن برقم (4) وهكذا ويستخدم هذا المقياس أيضا في وصف المتصلات continuums مثل المتصل الريفي – الحضري الذي يكون بدايته رقم 1- الريف 2- الأطراف الحضرية 3- الحضر 4- الضواحي فرقم (1) هنا يشير إلي بداية المتصل ورقم (2) يشير إلي مرحلة أخري منه وهكذا الحال بالنسبة لباقي المتصل [26] .

وهذا القياس أعلي مستوي من المقياس الاسمي حيث يتم التقسيم علي أساس الرتبة أو الأهمية النسبية مثال ذلك درجات الطلاب علي أساس ممتاز – جيد جدا- جيد – مقبول – ضعيف أو توزيع السكان حسب الحالة التعليمية : أمي – ابتدائي- ثانوي- جامعي – ماجستير – دكتوراه وفي هذا القياس يمكن ترتيب القيم وإجراء المقارنات حيث يمكن القول أن الحاصل علي تقدير جيد مستوي تحصيله أفضل من الحاصل علي تقدير مقبول مثل هذا الترتيب والمقارنة لا نستطيع القيام بها في المقياس الاسمي حيث أن هذا المقياس لا يمكنه تحديد مقدار الفروق بين القيم [27] وتعرف القياسات الترتيبية بالبيانات المرتبة في فئات أو حسب خصائصها عن طرق إعطاء القيم الأصلية للمتغيرات رتبا أو أرقام تدريجية أو تنازلية [28] .

وفضلا عن تصنيف الأفراد إلي ثلاث مذاهب دينية يمكن أن ترتب تلك المجموعات الثلاثة وفقا لأهميتها أو لما تمتلكه كل منها من خاصية أو سمات معينة مشتركة وغير مشتركة وقد نجد مثالا أقرب للفهم في الرياضيات عندما نميز بين المقدارين (أ) ، (ب) فنقول أن (أ) > (ب) ونأخذ الشكل الرياضي التالي أ > ب وقد يكون أ < ب ولكن مقدار الفرق في القيمة الدالة علي التمييز بين أ , ب ليس من خصائص المقياس الترتيبي ومن ثم فإن المقياس الترتيبي هو مستوي أعلي من المقياس التصنيفي في قياس الظواهر أو الخواص وتعتبر خاصية التمييز باستخدام علامات(>) أو (<) الخاصية الثانية إذا أخذنا في الاعتبار الخاصية التصنيف وفق الترتيب وفي العلوم الاجتماعية نجد مثالا لخاصية الترتيب دون الالتزام بالفروق عندما نصنف الأسر وفقا للمكانة الاجتماعية الاقتصادية socio economic status طبقة عليا , متوسط عليا upper middle , متوسط دنيا lower middle وأيضا إلي طبقة دنيا lower class وحقيقة الترتيب هنا هما الرتبة العليا والرتبة الدنيا فقط والخاصية الثالثة لو تخيلنا ترتيبا للأفراد علي متصل continue شريطة ألا يحتل فردان منهما مكانا واحدا أو يتواجدان في نقطة واحدة علي هذا المتصل وذلك مع فرض وجود علاقة أو روابط بين هؤلاء الأفراد علي المتصل ومن ثم يتم جميعهم عشوائيا دون دراية كافية في مجموعة وتكرار ذلك وفق ترتيب لخاصية معينة بحيث يمكن لنا فقط أن نقول أن المجموعة كذا من الأفراد تمثل أعلي التكرارات قياسا بباقي المجموعات أو نقول أن المجموعة كذا تمثل أعلي النقاط نسبيا هذا ويجدد الإشارة أن جميع المفردات دون تكرار ظهور المفردة في أكثر من مجموعة تمثل خاصية يتشابه فيها المقياس الترتيبي مع المقياس التصنيفي والخاصية الرابعة فهي الانتقالية فلو فرضنا قريبا أن أ > ب وأن ب > جـ وهذه خاصية أخري يتشابه فيها هذا المقياس مع المقياس التصنيفي ولكن من المنظور الترتيبي

ويجب التنويه إلي ضرورة ملاحظة أن المستوي الترتيبي للقياس لا يهتم بالفروق - كما قلنا - بين العناصر أو الخواص ومن ثم لا نستطيع أن نستخدم مع هذا المقياس التصنيفي ولتوضيح ذلك فالعمليات الحسابية كالطرح والقسمة والضرب والجمع لا يمكن استخدامها أيضا مع المقياس التصنيفي وبافتراضنا أن هناك أربع نقاط متصلة ويرمز لها بالأحرف (أ,ب,ج,د) وبفارق مسافات معينة تقع النقطتان ب,ج بين النقطتين (أ) ,(د) في الشكل التالي متصل

فباستخدام المقياس الترتيبي يمكن كتابة العلاقة التالية (اتجاهيا) .

أد = أب+ ب جـ+ جـ د ولكن لا يمكن إطلاقا معرفة أطوال المسافات الأربعة المبينة في العلاقة السابقة مثال ذلك الترتيب المستخدم في مقاييس الاتجاهات الذي يبدأ بالموافقة بشدة وينتهي بعدم الموافقة بالمرة [29]

3- مقاييس الفئات Interval measures

يشير مقياس الفئات إلي تبويب البيانات وتقسيمها إلي رتب معينة تبدأ من أدني الفئات إلي أعلي الفئات ، وبالإضافة إلي ذلك فهو يحدد المسافة بين تلك الرتب وتستخدم مقاييس الفئات في تلخيص القيم المتقاربة لتكون فئة واحدة ، ويعتبر الدخل ، والتعليم ودرجات الحرارة والعمر أمثلة علي المتغيرات التي تستخدم في تبويب بياناتها مقاييس الفئات وتتميز الفئات بإمكانية إجراء عمليات الجمع والطرح عليها بمعني أنه يمكن أن تضيف فئة أخري كنوع ومدي الفئة أو نقسم الفئة إلي جزأين ليكون كل قسم منها فئة صغيرة علي سبيل المثال ، الفئة العمرية من 16-18 سنة يمكن أن تجمع علي فئة العمر 18-20 سنة وتصبح فئة واحدة هي 16-20 فضلا عن ذلك فإنه يمكن معالجة الفئات معالجات إحصائية متعددة [30]

4- مقاييس الفترة الزمنية والنسبة

Interval and Ratio scale

المقياس الفتري Interval scale وهذا المقياس يعد أقوي من السابق حيث هنا يمكن تحديد الفروق بين القيم مثال ذلك درجات الحرارة المئوية (فهرنهيت) ودرجات الاختبار الرقمية: 40،80،65 ، ..... وكذلك عدد ساعات الوقت الإضافي للعمال باعتبارها مقياسا لمستوي التوظف ويؤخذ علي هذا القياس عدم وجود نقطة الصفر المطلق بمعني أن الصفر هنا لا يقيس حالة الانعدام الخاصية وبالتالي لا نستطيع إجراء النسبة بين القيم وأن الطالب الحاصل علي (10) درجات مستواه في التحصيل يساوي خمسة أضعاف أخر حاصل علي (2) درجة [31] وتعتبر بيانات الفترة أكثر أنواع البيانات الإحصائية شيوعا واستخداما في أبحاث العلوم الاجتماعية وهي تعكس القيم الأصلية للظاهرات كأعمار السكان ، وكميات الإنتاج الزراعي والصناعي ، أعداد السيارات ، مساحات المزارع ومساحات البيئات الحضرية درجات الحرارة ، وكميات الأمطار [32]

- المقياس النسبى Ratio . ويعد أقوى مستويات القياس بما يمسح بإجراء النسب بين قيم المتغيرات مثال ذلك الأوزان والأطوال ودرجات الحرارة والسرعة . [33]

- وعلى خلاف ما ذهبت إليه بعض الكتابات فى الفصل بين مقياس النسبة . من أمثال هنكل Hinkle وآخرين ، فإننا نتفق مع ما ذهب إليه بلالوك Blalock من عدم الفصل بين نوعى المقياس حيث يعلل ذلك تعليلا منطقيا حين يرى أنه من الصعوبة بمكان أن

نجد مقياسا للفترة لا يكون فى نفس الوقت مقياس نسبة لان الواقع الامبريقى يشير إلى ضرورة وجود الوحدات القياسية أو المعيارية للقياس فلا يعقل أن نجد مادة بلا طول أو كتلة أو نجد درجة حرارة بلا وحدة قياس للحرارة وهى إما درجة مئوية يطلق عليها Centigrade مْ أو درجة فهرنهيت Fahrenheit F^5 وتستخدم تلك المقاييس فى حالات تتطلب قياس الفروق أو المسافات الحقيقية بين قيم معينة وهذه خاصية تجعل مقياس الفترة والنسبة أرقى فى المستوى المقياسى من المقاييس السابقة لكى تؤدى تلك المقاييس وظيفتها . فلو كان المطلوب قياس الفروق والمسافات يستخدم مقياس الفترة (الفئوي) (34)

ويتميز مقياس النسب أو المعدلات Ratio بكل الخصائص التى يتصف بها مقياس الفئات من قدره على وضع البيانات فى ترتيب معين فضلا على ذلك فهو يشتمل على الصفر المطلق ، وهذه الخاصية تجعل من الممكن استخدامها فى إجراء كل العمليات الحسابية من جمع وطرح وضرب وقسمة بسهولة تامة . وعلى سبيل المثال ، يمكن القول بسهولة ويسر أن الـ 1000 جرام تزيد على 600 جرام بمقدار400جرام وأنها ضعف الـ 500 جرام فهذه الأرقام الصفرية لا تحتاج منها إلى استخدام آلات قاسية حسابية لتحديد العلاقة فيما بينها . كما انه من الممكن استخدام هذا المقياس فى حساب النسبة المئوية الخاصة بكل قيمة من القيم الواقعة عليه والواقع أن مقاييس المعدلات قليلا ما تستخدم فى مجال العلوم الاجتماعية ولكنها تستخدم فى ميدان العلوم الطبيعية فى قياس الأوزان والأطوال والوقت .

ولكى نوضح هذه النقطة نقول أن متغيرات كثيرة تستخدم فى مجال العلوم الاجتماعية مثل النوع والعمر والحالة التعليمية لا تتضمن بالضرورة صفرا فى قياسها بينما متغيرات قياس الأوزان والأطوال تتضمن ذلك الصفر فالكيلو 1000 جرام والمتر 100 سم وهكذا . وفى مجال المعالجات الإحصائية للبحوث الاجتماعية غالبا ما نميل إلى استخدام الفئات الصفرية مثل 10 – 20 ، 20 – 30 لكى نيسر العمليات الحسابية بدلا من استخدام الفئات غير الصفرية مثل 3 – 6 ، 6 – 9 ..... وهكذا (35)

ومن خصائص مقاييس الفترة والنسبة بالإضافة للخصائص التى ذكرناها فى المقياسين السابقين ، توحد نوع وحدة القياس فلا يمكن أن نقيس الفرق بين درجتين من الحرارة إحداهما بالفهرنهيت والأخرى بالدرجة المئوية بل يكون الفرق بين درجتين حراريتين مثل 38 درجة مئوية ، 30 درجة مئوية أى من نفس جنس وحدة القياس . ومن جهة أخرى ، إذا قلنا أنه توجد وحدات قياسية لمقياس الفترة ، ففى العلوم الاجتماعية قد يتعذر تحقيق ذلك ، فمثلا توجد وحدات قياسية أو معيارية لقياس الذكاء ، السلطة ، الهيئة الاجتماعية والتى نجدها متكررة دائما فى الموضوعات الاجتماعية والتنفسية المختلفة الفترة والخاصية الثانية لمقياس الفترات والنسبة إمكانية استخدام العمليات الحسابية المختلفة من جمع وطرح وضرب وقسمة للدرجات فى عمليات تحليل البيانات فمثلا يمكن إضافة دخل الزوجة إلى الزوج أو إلى دخل باقي أفراد الأسرة . والخاصية الثالثة لمقياس الفترة إذ يهتم بخاصية تساوى الفروق بين المستويات المختلفة مثال ذلك تقسيم الدرجة الواحدة على مقياس الحرارة (الترمومتر) إلى تدريج مقسمة إلى خمسة أقسام يمثل كل جزء منها (2). ومن الدرجة مثلا . ويطلق على هذا النوع من مقاييس الفترة مقياس الفترات المتساوية Equal. intervals Scale

ولكى يتم تدريج فترات متساوية كما قلنا فى مثال مقياس الحرارة يلزم نحدد موضع نقطة مطلقة أو ما نسميه بالاختيار التعسفي لنقطة على المقياس ينسب إليها ترتيب تدرج القيم تصاعديا وبفروق ثابتة على أساس وحدة القياس النوعية المستخدمة . ويطلق علي

تلك النقطة نقطة الصفر ومن ثم يطلق علي المقياس في هذه الحالة مقياس النسبة Ratio Scale حيث يمكن باستخدام النسب تدرج القيم والقول بان القيمة كذا اكبر مرتين أو ثلاث مرات عن القيمة الأخرى المعلومة . (36)

ويتبين لنا أنه كلما زاد مستوى القياس للمتغيرات ، أى زادت الدقة فى القياس كلما أمكن استخدام مقاييس وأساليب إحصائية على درجة أفضل ,والثانية هى أن المتغيرات بمستوى قياس معين يكون التعامل معها بالأساليب الإحصائية المخصصة لهذا المستوى من القياس ، كما أنه يمكن أيضا استخدام الأساليب الإحصائية المخصصة لمستويات القياس الأقل .

تبويب البيانات :

يقصد بتبويب البيانات عرض هذه البيانات (البيانات الخام) فى جداول مناسبة وذلك حتى يمكن تلخيصها وفهمها واستيعابها واستنتاج النتائج منها ومقارنتها بغيرها من البيانات ، كما يسهل الرجوع إليها فى صورة جداول دون الاطلاع على الاستمارات الأصلية التى قد تحمل أسماء أصحابها مما يخل بمبدأ سرية البيانات الإحصائية .

كما يعتبر عرض وتبويب البيانات الإحصائية الخطوة الثانية (بعد تجميع هذه البيانات الخام) في مفهوم التحليل الإحصائي، ويلجأ الباحث إلى حصر وتصنيف هذه البيانات وعرضها بطريقة مختصرة تساعد على فهمها وتحليلها إحصائياً للتعرف عليها ووصفها ومقارنتها بغيرها من الظواهر ، والخروج ببعض المدلولات الإحصائية عن مجتمع الدراسة .

عرض البيانات :

تتوقف طريقة عرض البيانات على نوع هذه البيانات وعلى الحقائق المطلوب إبرازها. وهناك طريقتان أساسيتان لعرض وتبويب البيانات الإحصائية وهما :

أولاً : العرض الجدولي للبيانات الإحصائية :

بعد عملية تبويب وتعيين الصفات التى تميز المفردات ، ترصد النتائج فى جداول مناسبة توضح الشكل النهائى للمجموعات المميزة وتسمى هذه العملية التى يتم تجميع البيانات فى مجموعات مميزة ومتجانسة بعملية التصنيف وتصنف البيانات الإحصائية بوجه عام وفقاً لإحدى القواعد التالية :

1- تصنيف جغرافى

2- تصنيف تاريخى أو زمنى .

3- تصنيف نوعى أو وصفى .

4- تصنيف كمى .

ويمكن التمييز بين مجموعة أشكال من الجداول الإحصائية نذكرها فيما يلى :

تبويب البيانات الخام فى جدول تكرارى بسيط :
والمقصود بالجدول البسيط هو ذلك الجدول الذى يتم وضع قيم الدرجات فيه مرتبة ترتيباً تصاعدياً فى عموده الأول أما العمود الثانى فيسمى بعمود التكرار ويرصد فيه عدد مرات تكرار كل درجة أو حدث .

مثال :
البيانات التالية هى درجات حصل عليها عشرون طالباً فى مادة الإحصاء الاجتماعي بالفرقة الأولى قسم الاجتماع فى امتحان نهاية العام :

12	11	15	14	12	10	15	13	12	10
14	10	13	12	15	13	12	10	12	15

والمطلوب تبويب هذه البيانات فى جدول توزيع تكرارى بسيط ؟

الحل :
يتم ترتيب البيانات دون تكرار تصاعديا ثم وضع هذه البيانات فى العمود الأول من الجدول وتسمى (س) ثم وضع عدد مرات التكرار باستخدام العلامات فى العمود الثانى أما العمود الثالث فيمثل التكرار ويرمز له بالرمز (ك) .

س	العلامات	ك
10	////	4
11	/	1
12	//// /	6
13	///	3
14	//	2
15	////	4
مج		20

مثال :
البيانات التالية هى تقديرات 20 طالباً فى مادة الإحصاء بالفرقة الأولى لقسم الاجتماع فى العام الجامعى 2006/2005 والمطلوب هو وضع هذه البيانات فى جدول بسيط ؟

جيد	مقبول	جيد	جيد	مقبول	جيد	جيد جداً	مقبول	جيد	جيد جداً
ممتاز	جيد	ممتاز	جيد جداً	مقبول	جيد	ممتاز	جيد	جيد	مقبول

الحل :

التقدير	التكرار

مقبول	5
جيد	9
جيد جداً	3
ممتاز	3
المجموع	20

تبويب البيانات في جدول تكرارى ذو فئات :

قبل التعرض إلى إعداد هذا الجدول سنقوم أولاً بالتعرف على معنى الفئات وطرق كتابتها .

المقصود بالفئات :
الفئة هى مجموعة من البيانات متشابهة إلى حد كبير جداً فى الصفات ، وفى حالة زيادة عدد البيانات الخام التى يتم الحصول عليها من الاستبيان لا يمكن استخدام الجداول البسيطة في التعبير عن هذه الحالات وإلا سنحتاج إلى مئات الصفحات ، وإنما يتم تقسيم البيانات إلى مجموعات متقاربة ومتشابهة فى الصفات تسمى فئات .

طرق كتابة الفئات :
يوجد عدة طرق لكتابة الفئات هى :
الطريقة الأولى :
نذكر كلا من الحد الأدنى والحد الأعلى للفئة كما بالجدول التالى :

ف	ك
20-10	5
30-20	20
40-30	50
50-40	25

وتنطق الفئة الأولى مثلاً (من 20 إلى 30) وليس (20 شرطة 30) وهذه الطريقة معيبة لأن نهاية الفئة الأولى هى نفسها بداية الفئة الثانية وهكذا وفى هذه الحالة لا نعرف إلى أى فئة ينتمى هذا الرقم .
الطريقة الثانية :
نذكر كلا من الحد الأدنى والحد الأعلى للفئة ولكن نقوم بترك فاصل مقداره الواحد الصحيح بين نهاية الفئة الأولى وبداية الفئة الثانية وهكذا كما بالجدول التالى .

ف	ك
19-10	5
29-20	20
39-30	50
49-40	25

ويعاب على هذه الطريقة أنها لا تصلح فى حالة البيانات التى تحتوى على كسور .

الطريقة الثالثة :
نذكر الحد الأدنى فقط للفئة ونضع بعده شرطة وتنطق الفئة الأولى مثلاً (10 إلى أقل من 20) وهذه الطريقة تصلح لكافة الظواهر.

ف	ك
-10	5
-20	20
-30	50
-40	25

الطريقة الرابعة :
نذكر الحد الأعلى فقط للفئة ونضع قبله شرطة وتنطق الفئة الأولى مثلاً (أكثر من صفر الى 20) وهذه الطريقة تصلح لكافة الظواهر أيضاً ولكنها أقل شيوعاً .

ف	ك
20-	5
30-	20
40-	50
50-	25

خطوات بناء جدول التوزيع التكراري ذو الفئات :
1- حساب المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة
2- حساب عدد الفئات = 3.3 لو (ن)
3- حساب طول الفئة = المدى / عدد الفئات
4- اختيار بداية الفئة الأولى أى الحد الأدنى لها مساوى لأقل قيمة موجودة بالبيانات أو أقل بقليل منها فمثلاً تكون من الأرقام الصفرية لتسهيل الحسابات بعد ذلك .
5- بناء الجدول ووضع العلامات التى تمثل التكرار .

مثال :
قام باحث بجمع بيانات تمثل درجات اختبار مادة الحاسب الآلى لخمسين طالباً من طلاب المرحلة الثانية من الثانوية العامة فى الجدول التالى :

57	42	51	55	70
53	63	47	60	45
55	82	39	65	33

42	65	61	58	64
55	45	53	52	50
39	63	59	36	25
64	54	49	45	65
78	52	41	42	75
26	48	25	35	30
88	46	55	40	20

والمطلوب هو إعداد جدول توزيع تكرارى ذو فئات للجدول السابق؟

الحل :

- المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة = 88 – 20 = 68
- عدد الفئات = 3.3 × لو (ن) = 3.3 × لو (50)
  = 3.3 × 1.699 = 5.6
- نقرب عدد الفئات لأقرب رقم صحيح فتكون
  عدد الفئات = 7
- طول الفئة = المدى / عدد الفئات = 68 / 7 = 9.7
- نقرب طول الفئة لأقرب رقم صحيح فتصبح
  طول الفئة = 10
- نختار بداية الفئة الأولى وهو أصغر رقم = 20
- نبدأ فى بناء الجدول كالتالى :

الفئات	العلامات	التكرار
-20	////	4
-30	/ ////	6
-40	// //// ///	12
-50	//// //// ///	14
-60	//// ///	9
-70	///	3
90-80	//	2
المجموع		50

تبويب البيانات فى الجدول التكرارى المتجمع الصاعد :

ويقصد بالتكرار المتجمع الصاعد هو تجميع تكرار كل فئة على جميع التكرارات السابقة لها بحيث يكون مجموع التكرار التصاعدى للفئة الأخيرة مساوى لمجموع التكرارات .

مثال :

من نفس بيانات المثال السابق كون جدول التكرار المتجمع الصاعد.

الحل :

بنفس الخطوات السابقة نكون جدول التوزيع التكرارى ذو الفئات ومنه نكون جدول التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد كالتالى :

حدود الفئات	التكرار المتجمع الصاعد (ك.م.ص)
أقل من 20	صفر

أقل من 30	4
أقل من 40	10
أقل من 50	22
أقل من 60	36
أقل من 70	45
أقل من 80	48
أقل من 90	50

تبويب البيانات فى الجدول التكرارى المتجمع الهابط :

ويقصد بالتكرار المتجمع الهابط هو تجميع تكرار كل فئة على جميع التكرارات التالية لها بحيث يكون مجموع التكرار التنازلى للفئة الأولى مساوى لمجموع التكرارات .

مثال :

من نفس بيانات المثال السابق كون جدول التكرار المتجمع الهابط

الحل :

بنفس الخطوات السابقة نكون جدول التوزيع التكرارى ذو الفئات ومنه نكون جدول التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد كالتالى :

حدود الفئات	التكرار المتجمع الهابط (ك.م.هـ)
20 فأكثر	50
30 فأكثر	46
40 فأكثر	40
50 فأكثر	28
60 فأكثر	14
70 فأكثر	5
80 فأكثر	2
90 فأكثر	صفر

الجدول المزدوج

وهو الجدول الذى يربط بين متغيرين فى نفس الوقت وكل متغير منهم له فئاته فيتم بناؤه بإتباع عدة خطوات هى :

1- تحديد المتغيرين

2- تحديد المتغير المستقل والمتغير التابع

3- تحديد فئات كل من المتغيرين

4- تكوين الجدول بحيث يحتل المتغير المستقل أعلى الجدول أى يكون أفقياً أما المتغير التابع فيحتل الجزء الأسفل أى يكون عمودياً.

5- وضع العلامات التى تمثل التكرار.

6- إعادة كتابة الجدول بالأرقام .

مثال :

الجدول التالى يوضح البيانات التى حصل باحث فى دراسة بين النوع و مشاهدة البرامج التعليمية لمجموعة من طلاب الصف الثالث الثانوي على النحو التالى :

النوع	مشاهدة البرامج	النوع	مشاهدة البرامج
ذكر	يشاهد	ذكر	لا يشاهد
ذكر	يشاهد	أنثى	لا يشاهد
أنثى	يشاهد	أنثى	لا يشاهد
ذكر	لا يشاهد	أنثى	يشاهد
أنثى	يشاهد	ذكر	يشاهد
أنثى	لا يشاهد	ذكر	يشاهد
أنثى	لا يشاهد	ذكر	لا يشاهد
ذكر	لا يشاهد	ذكر	لا يشاهد
ذكر	يشاهد	أنثى	يشاهد
أنثى	لا يشاهد	أنثى	لا يشاهد

والمطلوب تكوين الجدول المزدوج للعلاقة بين المتغيرين (النوع ومشاهدة البرامج التعليمية) ؟

الحل :

1- المتغيرين (النوع – مشاهدة البرامج التعليمية)

2- المتغير المستقل هو النوع والمتغير التابع هو مشاهدة البرامج التعليمية .

3- فئات المتغير النوع هى (ذكور – إناث)

فئات المتغير مشاهدة البرامج التعليمية (يشاهد – لا يشاهد)

4- تكوين الجدول بحيث يحتل المتغير المستقل أعلى الجدول أى يكون أفقياً أما المتغير التابع فيحتل الجزء الأسفل اى يكون عمودياً .

كالتالى :

النوع / مشاهدة البرامج التعليمية	ذكور	إناث
يشاهد		
لا يشاهد		

5- وضع العلامات .

النوع / مشاهدة البرامج التعليمية	ذكور	إناث
يشاهد	////	////
لا يشاهد	////	//// /

6- إعادة كتابة الجدول بالأرقام .

النوع / مشاهدة البرامج التعليمية	ذكور	إناث	مج
يشاهد	5	4	9
لا يشاهد	5	6	11
مج	10	10	20

ثانياً : العرض البياني للبيانات الإحصائية

يعتبر العرض البيانى للبيانات الإحصائية بمثابة تلخيص للبيانات الإحصائية فى شكل يسهل منه استيعاب خصائص موضوع بحث الدراسة ، وتختلف طرق عرض البيانات المبوبة عن البيانات الغير مبوبة ، وسنتعرض لكل منها بالتفصيل فيما يلى :-

أولاً : العرض البيانى للبيانات الغير مبوبة :

والمقصود بالبيانات الغير مبوبة تلك البيانات المفردة أى لا يوجد بها فئات وهناك عدة طرق لعرض البيانات الغير مبوبة .

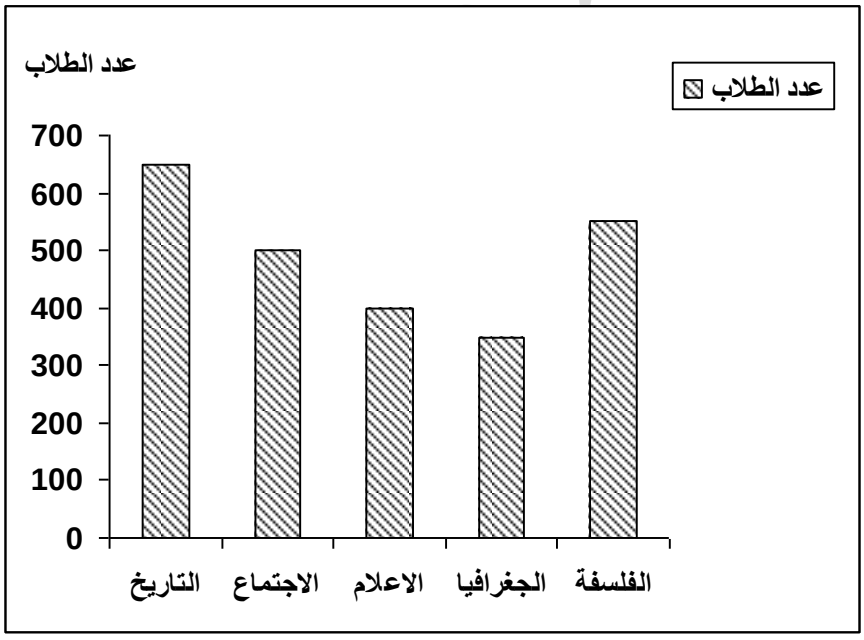
(1) طريقة الأعمدة البيانية البسيطة :

وفى هذه الطريقة يمثل محور السينات قيم المتغير أما محور الصادات يمثل القيمة المقابلة لقيمة المتغير ويتم رسم عمود حول المتغير وارتفاعه يمثل قيمة المتغير .

مثال :

الجدول التالى يوضح أعداد الطلاب ببعض أقسام كلية الآداب جامعة المنصورة والمطلوب عرض هذه البيانات باستخدام طريقة الأعمدة البيانية البسيطة ؟

القسم	التاريخ	الاجتماع	الإعلام	الجغرافيا	الفلسفة
عدد الطلاب	650	500	400	350	550

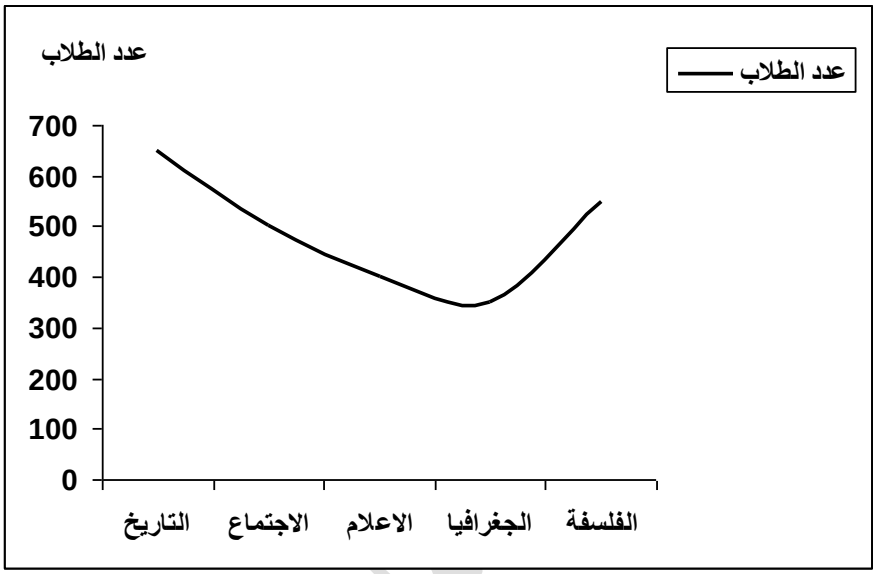


(2) طريقة المنحنى البيانى البسيط :

وفى هذه الطريقة يمثل محور السينات المتغير أما محور الصادات يمثل قيمة المتغير ويتم توقيع نقاط بين كل قيمة من قيم المتغير على محور السينات والقيمة المقابلة على محور الصادات ثم يتم توصيل تلك النقاط بخط منحنى باليد .

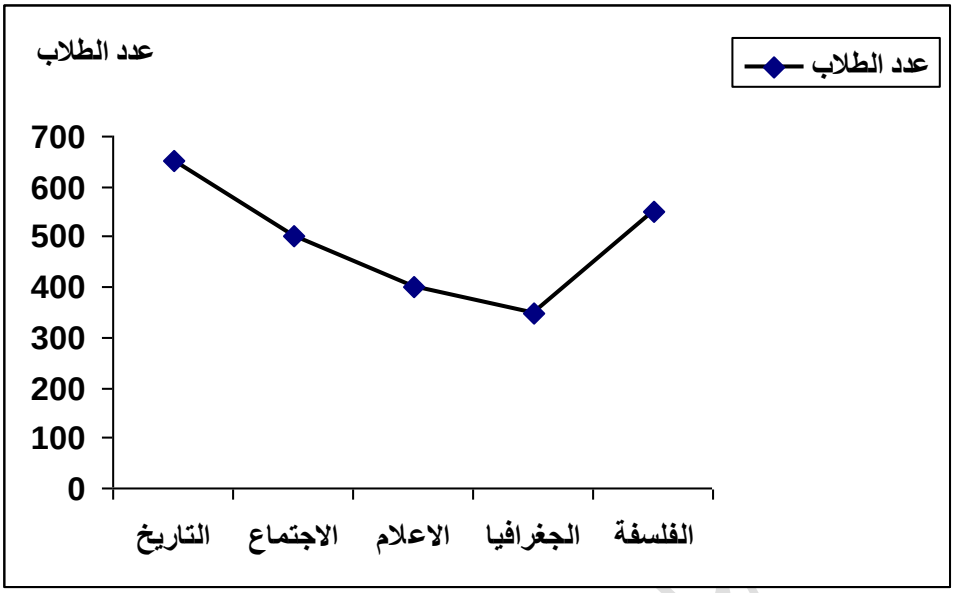
مثال :
الجدول التالى يوضح أعداد الطلاب ببعض أقسام كلية الآداب جامعة المنصورة والمطلوب عرض هذه البيانات باستخدام طريقة المنحنى البياني البسيطة؟

القسم	التاريخ	الاجتماع	الإعلام	الجغرافيا	الفلسفة
عدد الطلاب	650	500	400	350	550



(3) طريقة الخط البيانى المنكسر :
وفى هذه الطريقة يمثل محور السينات المتغير أما محور الصادات يمثل قيمة المتغير ويتم توقيع نقاط بين كل قيمة من قيم المتغير على محور السينات والقيمة المقابلة على محور الصادات ثم يتم توصيل تلك النقاط بخط منكسر باستخدام المسطرة .
مثال :
الجدول التالى يوضح أعداد الطلاب ببعض أقسام كلية الآداب جامعة المنصورة والمطلوب عرض هذه البيانات باستخدام طريقة الخط البياني المنكسر؟

القسم	التاريخ	الاجتماع	الإعلام	الجغرافيا	الفلسفة
عدد الطلاب	650	500	400	350	550



(4) طريقة الدائرة البيانية :

وفى هذه الطريقة يتم رسم دائرة ثم نحسب زاوية قطاع كل قيمة على حدة ونقوم برسم تلك الزاوية داخل الدائرة حتى تنتهى الدائرة.

ونحسب زاوية قطاع الجزء من العلاقة :

$$\text{زاوية قطاع الجزء} = \frac{\text{التكرار الفعلى للجزء}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360$$

مثال :

الجدول التالى يوضح أعداد الطلاب ببعض أقسام كلية الآداب جامعة المنصورة والمطلوب عرض هذه البيانات باستخدام طريقة الدائرة البيانية ؟

القسم	التاريخ	الاجتماع	الإعلام	الجغرافيا	الفلسفة
عدد الطلاب	650	500	400	350	550

الحل :

نحسب مجموع التكرارات = 650+500+400+350+550

مجموع التكرارات = 2450

$$\text{زاوية قطاع التاريخ} = \frac{650}{2450} \times 360 = 95.5^{5}$$

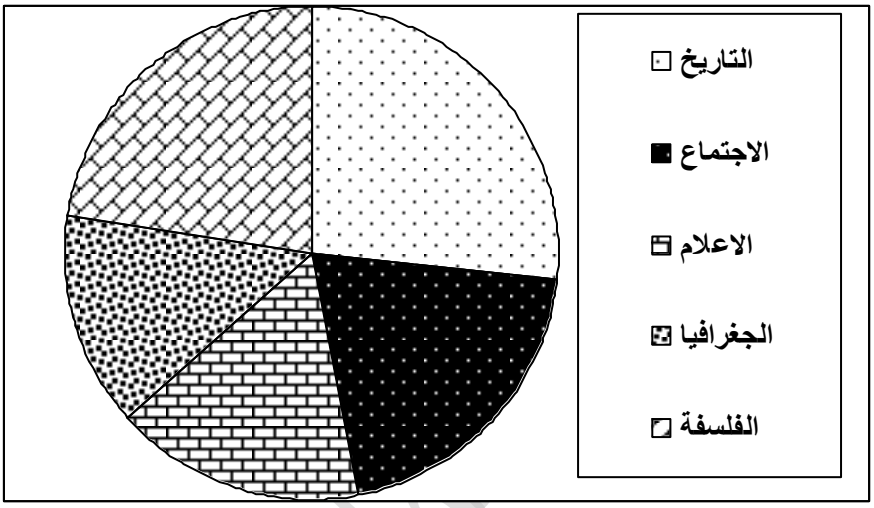
$$\text{زاوية قطاع الاجتماع} = \frac{500}{2450} \times 360 = 73.5^{5}$$

$$\text{زاوية قطاع الإعلام} = \frac{400}{\quad} \times 360 = 58.7^{5}$$

2450

زاوية قطاع الجغرافيا = $\frac{350}{2450} \times 360 = 51.4^{\circ}$

زاوية قطاع الفلسفة = $\frac{550}{2450} \times 360 = 80.8^{\circ}$



(5) طريقة الأعمدة البيانية المتلاصقة :

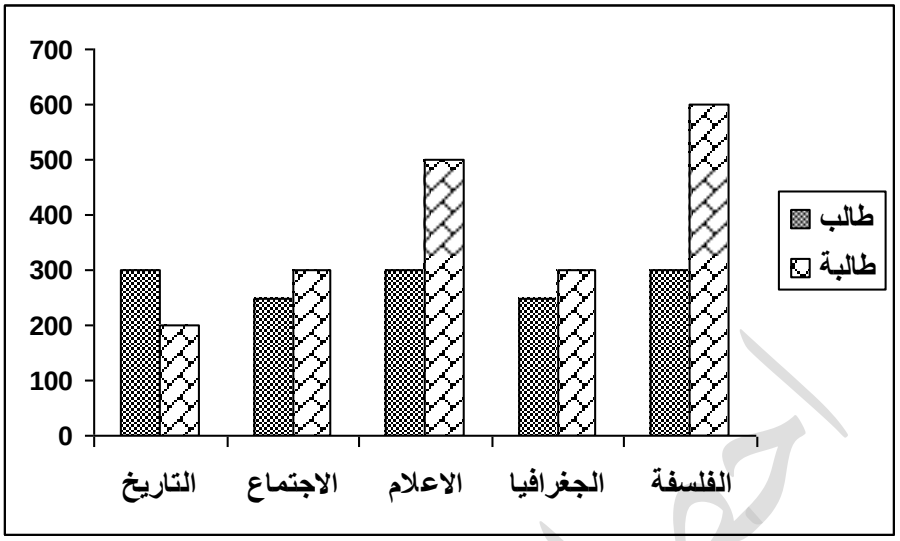
تسمى هذه الطريقة أيضا بطريقة الأعمدة البيانية المتجاورة وهى تشبه طريقة العمدة البيانية البسيطة ولكن يتم رسم عدد من الأعمدة متلاصقة يمثل كل منهم احد قيم المتغير .

مثال :

الجدول التالى يوضح أعداد الطلاب ببعض أقسام كلية الآداب جامعة المنصورة والمطلوب عرض هذه البيانات باستخدام طريقة الأعمدة البيانية المتلاصقة ؟

القسم	التاريخ	الاجتماع	الإعلام	الجغرافيا	الفلسفة
طالب	300	250	300	250	300
طالبة	200	300	500	300	600

الحل :



(6) طريقة الأعمدة البيانية المجزأة :

هذه الطريقة تشبه طريقة الأعمدة البيانية البسيطة ولكن يتم رسم عمود يمثل القيمة الأولى للمتغير ثم يليه أو يرتفعه عمود بباقى قيمة المتغير وتكون بادية العمود الثانى هى نهاية العمود الأول .

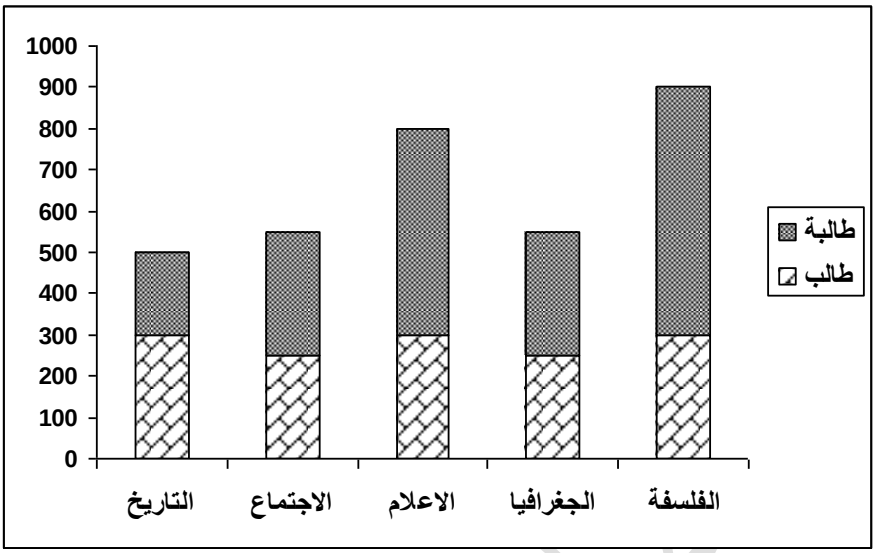
مثال :

الجدول التالى يوضح أعداد الطلاب ببعض أقسام كلية الآداب جامعة المنصورة والمطلوب عرض هذه البيانات باستخدام طريقة الأعمدة البيانية المجزأة ؟

القسم	التاريخ	الاجتماع	الإعلام	الجغرافيا	الفلسفة
طالب	300	250	300	250	300
طالبة	200	300	500	300	600

الحل :

احمد عبد الرشاد



ثانياً : العرض البيانى للبيانات المبوبة :

والمقصود بالبيانات المبوبة تلك البيانات المقسمة إلى فئات وهناك عدة طرق لعرض البيانات المبوبة .

(1) المدرج التكرارى :

أحد طرق عرض البيانات المبوبة حيث يتم تخصيص عمود لكل فئة وتكرارها ، بحيث يكون طول الفئة هى قاعدة العمود والتكرار هو ارتفاع العمود ، ويفضل ترك فراغ كاف قبل الفئة الأولى وفراغ آخر بعد الفئة الأخيرة ، أما بالنسبة لمنتصف العمود فيكون هو مركز الفئة .

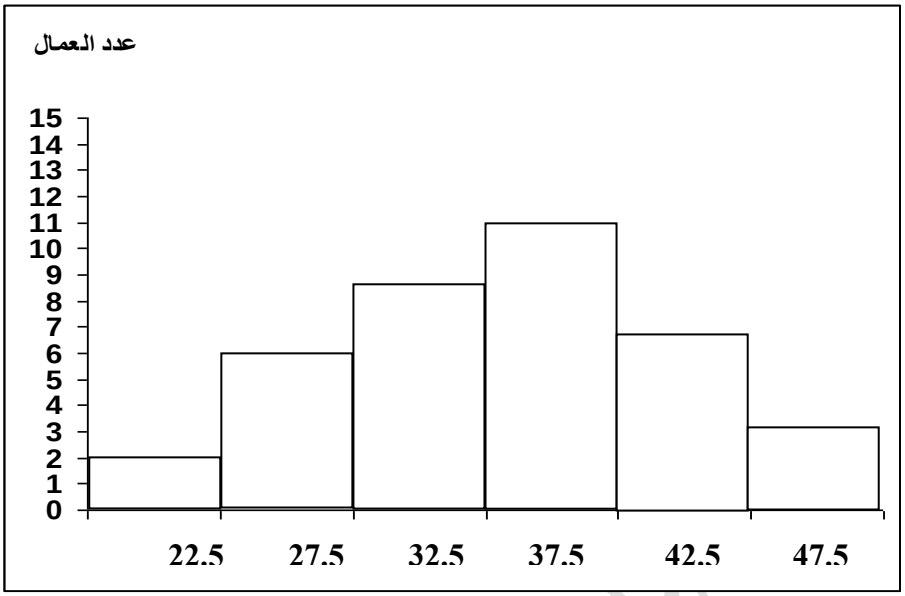
مثال :

اعرض لهذا الجدول بيانياً باستخدام المدرج التكرارى ؟

فئات العمر	-20	-25	-30	-35	-40	-45
عدد العمال	2	6	9	11	7	3

الحل :

ف	ك	مركز الفئة
-20	2	22.5
-25	6	27.5
-30	9	32.5
-35	11	37.5
-40	7	42.5
-45	3	47.5



(2) المضلع التكرارى :

تخصص لكل فئة وتكرارها نقطة ، بحيث يكون الاحداثى السينى لها هو مركز الفئة بينما الاحداثى الصادى لها هو التكرار ، نفترض فئة سابقة للفئة الأولى وفئة لاحقة للفئة الأخيرة وتكرار كل منهما صفر ، ثم نوصل كل نقطتين متتاليتين بخط مستقيم بالمسطرة .

ملحوظة :

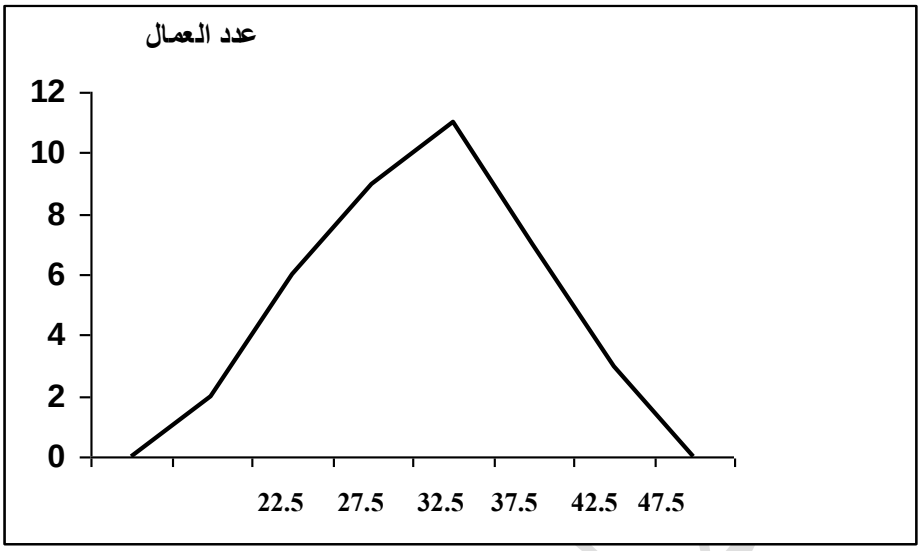
مساحة الشكل تحت المدرج التكرارى = مساحة الشكل تحت المضلع التكرارى .

مثال :

اعرض لهذا الجدول بيانياً باستخدام المضلع التكرارى ؟

فئات العمر	-20	-25	-30	-35	-40	-45
عدد العمال	2	6	9	11	7	3

الحل :



(3) المنحنى التكرارى :

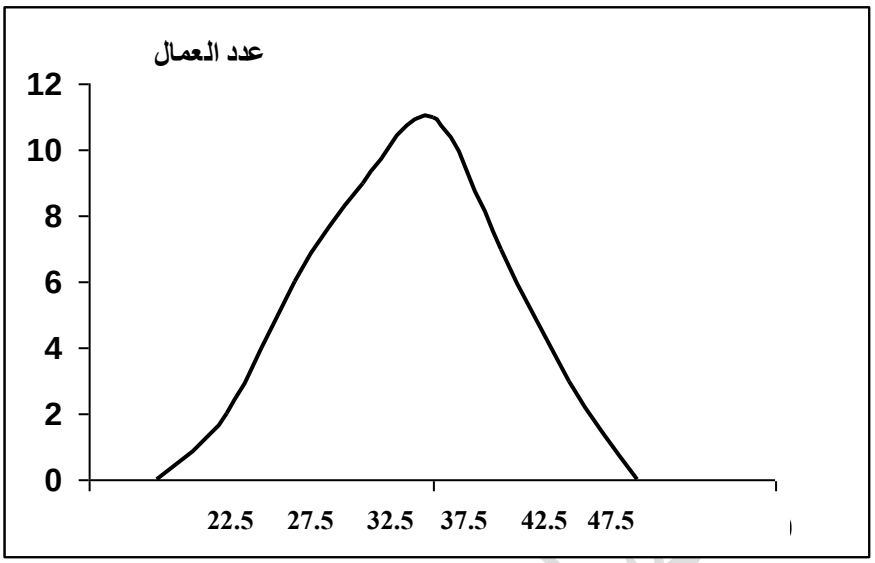
بعد رصد النقاط كما فى الطريقة السابقة نوصل كل نقطتين متتاليتين بمنحنى باليد .

مثال :

اعرض لهذا الجدول بيانياً باستخدام المنحنى التكرارى ؟

فئات العمر	-20	-25	-30	-35	-40	-45
عدد العمال	2	6	9	11	7	3

الحل :



بهاء عملي-ارشاد

واجبات

1- حصل عدد من الطلاب في مادة الإحصاء على الدرجات التالية :

5	4	4	5	3	4	2	3	1	2
3	7	4	1	6	3	2	5	3	4
7	3	2	6	5	3	4	2	4	1

المطلوب : تكوين جدول تكراري بسيط لهذه الدرجات.

2- تمثل البيانات التالية تقديرات عشرون طالبا في مادة علم النفس والمطلوب وضعها في جدول تكراري بسيط لتلك التقديرات .

جيد	مقبول	جيد جدا	مقبول	ممتاز
مقبول	جيد	ضعيف	جيد	جيد جدا
جيد	ضعيف	مقبول	ممتاز	جيد
مقبول	جيد	مقبول	جيد	جيد جدا

3- هذه درجات 50 طالبا في اختبار ذكاء ، والمطلوب وضع هذه الدرجات في جدول تكراري للفئات .

28	39	33	40	27	55	37	35	37	25
29	28	51	29	51	22	36	44	29	34
32	47	38	25	20	41	36	15	42	33
14	18	34	16	10	46	33	27	27	15
16	27	21	24	17	19	36	19	21	46

4- الدرجات التالية تمثل درجات 50 طالبا في أحد الاختبارات:

5	6	5	7	5	6	6	4	5	4
6	6	5	6	6	7	9	8	7	5

5	3	3	5	4	9	7	8	6	7
5	8	8	6	7	7	6	7	7	6
4	6	6	7	6	4	7	7	8	5

والمطلوب : وضع هذه الدرجات في جدول تكرارى للفئات .

5- حصل 80 طالبا فى اختبار ذكاء على الدرجات التالية:

46	38	30	20	11	46	23	46	45	18
47	39	33	25	29	49	28	13	36	25
50	43	32	21	19	51	25	15	48	16
49	41	35	27	13	37	29	27	55	37
51	45	21	23	18	50	27	17	12	48
52	42	37	26	14	38	26	14	28	50
53	44	34	22	28	47	30	16	26	36
48	40	31	29	12	35	24	22	20	19

والمطلوب :

- وضع هذه الدرجات فى جدول تكرارى للفئات بحيث يكون عدد الفئات .
- تكوين جدول التكرار المتجمع الصاعد .
- تكوين جدول التكرار المتجمع الهابط .

6- الجدول التالى يمثل أعداد الكتب بمكتبة الكلية فى مجموعة من التخصصات :

التخصص	الارشاد	بستنة	الاحصاء	محاصيل	وقاية
عدد الكتب	550	350	400	600	300

والمطلوب عرض هذه الجدول بيانياً باستخدام الطرق التالية :

- الأعمدة البيانية البسيطة .
- الخط البياني .
- الخط المنكسر .
- الدائرة البيانية .

7- الجدول التالى يمثل أعداد الذكور والإناث ببعض إدارات أحد الهيئات الحكومية .

الإدارة	الشئون الإدارية	الصيانة	الإحصاء	المعاشات
عدد الذكور	10	20	30	10
عدد الإناث	20	5	60	50

والمطلوب عرض هذه الجدول بيانياً باستخدام الطرق التالية :

- الأعمدة البيانية المتلاصقة .
- الأعمدة البيانية المجزأة .

8- الجدول التالى يمثل فئات درجات مجموعة من الطلاب فى اختبار للتحصيل وتكراراتهم :

الفئات	-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35	-40
التكرار	10	13	8	9	12	5	6	7

والمطلوب هو عرض هذا الجدول بيانياً باستخدام الطرق التالية :

- المدرج التكرارى .
- المضلع التكرارى .

مقاييس النزعة المركزية (أو المتوسطات)

الوسط الحسابي The Mean

يعتبر الوسط الحسابي أكثر المتوسطات شهرة وأكثرها استخداماً، بل لعله من أهم المقاييس الإحصائية على الإطلاق، وذلك لما يتمتع به من مزايا وخواص، ولدخوله في حساب الكثير من المقاييس الإحصائية الأخرى كما سيتضح فيما بعد.

والفكرة الأساسية في حساب الوسط الحسابي لمجموعة من القيم أنه يساوي خارج قسمة مجموع القيم على عددها.

$$\text{الوسط الحسابي لمجموعة قيم} = \frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عددها}}$$

(ويعرف الوسط الحسابي لمجموعة من القيم بأنه القيمة التي لو حلت محل جميع القيم لا يتغير مجموعها).

مثال (1) :

أضيفت 5 تراكيز من المبيدات على محصول الذرة، وكان كل تركيز يتضمن عدة اضافات كما يلي :

7, 10, 12, 8, 9

أحسب الوسط الحسابي لعدد التراكيزفي هذه المبيدات.

الحل :

1 – لدينا خمس تراكيز أو خمس قيم، أي أن عدد القيم = 5 تراكيز.

2 – مجموع التراكيز أو مجموع القيم هو : $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عددها}}$

$7 + 10 + 12 + 8 + 9 = 46$ تركيزاً

3 – الوسط الحسابي = $\frac{46}{5}$ = 9.2 يوماً

أي أن متوسط عدد الأيام في هذه الجولات من المفاوضات هو 9.2 يوماً وللباحث السياسي بعدها حرية إعطاء التفسير لطول أو قصر هذه المدة.

والوسط الحسابي – والذي يقال عنه أحياناً **" الوسط " أو " المتوسط "** - يمكن أن يكتب بالرموز كما يلي :

- نفترض أن عدد القيم هو n

- وأن هذه القيم هي :

$X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$

حيث أن :

X_1 تعني القيمة الأولى.

X_2 تعني القيمة الثانية.

X_3 تعني القيمة الثالثة.

X_n تعني القيمة الخيرة رقم n

ومجموع هذه القيم هو : $X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n$

والذي يمكن أن يكتب اختصاراً $\sum X$ أي مجموع القيم حيث :

X ترمز للقيم

والرمز اللاتيني " سيجما " $\sum$ يرمز للمجموع

أي أن :

$$\sum X = X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n$$

وبالتالي فإن الوسط الحسابي والذي يرمز له بالرمز $\overline{X}$ (والذي ينطق X بار) هو

احصاء عملي - ارشاد

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} \quad (1)$$

فإذا عدنا إلى المثال السابق رقم (1) نجد أن :

- عدد القيم يساوي 5 أي أن : $n = 5$

والقيم هي :

$$X_1 = 7$$
$$X_2 = 10$$
$$X_3 = 12$$
$$X_4 = 8$$
$$X_5 = 9$$

ومجموع هذه القيم هو :

$$\sum X = X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n$$
$$= 7+10+12+8+9 = 46$$

وبالتالي فإن الوسط الحسابي $\overline{X}$ هو :

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{46}{5} = 9.2$$

مثال (2) :

أخذت عينة عشوائية لعدد من مزارعي أحد القرى الفقيرة في دولة نامية حجمها 10 أشخاص، وكانت دخولهم اليومية بالدولار هي :

3.6 , 4.2 , 2.9 , 3.7 , 4.8 , 2.5 , 3.1 , 3.9 , 3.4 , 4.5

أحسب الوسط الحسابي لدخول هؤلاء المزارعين

الحل :

1 – عدد الأشخاص يساوي 10 أي أن

$$n = 10$$

2 – مجموع القيم (مجموع دخولهم اليومية) هو :

$$\sum X = 3.6 + 4.2 + 2.9 + 3.7 + 4.8 + 2.5 + 3.1 + 3.9 + 4.5$$
$$\sum X = 36.6$$

3 – الوسط الحسابي لدخول هؤلاء الأشخاص هو :

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{36.6}{10} = 3.66$$

وهو معدل يعكس بلا شك مجموعة من الحقائق قد يكون أهمها الصعوبات الاقتصادية التي تواجه هذه الدولة. ومن الشرح والأمثلة السابقة يتضح ما يلي :

أولاً : أنه لحساب الوسط الحسابي يجب أن تكون لدينا **بيانات كمية**. أي لا يصلح الوسط الحسابي إذا كانت البيانات وصفية أسمية أو ترتيبية، إذ لا معنى له في هذه الحالات.

ثانياً : أن جميع القيم – بلا إستثناء – تدخل في حساب الوسط الحسابي. أي أنه يعبر عن جميع القيم فعلاً. ولذا فإنه إذا كان من بين القيم قيمة شاذة أو متطرفة (بمعنى أنها كبيرة جداً أو صغيرة جداً بالنسبة لباقي القيم) فإنها سوف تؤثر في قيمة الوسط الحسابي. أي أنه يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة. ولتوضيح هذه النقطة بشيء من التفصيل، نورد المثال التالي :

مثال (3) :

إذا كانت أعداد الطلعات الجوية التدريبية الشهرية للمقاتلات الحربية في بلد ما لست من مقاتلاتها هي :

$$10 \ , \ 81 \ , \ 84 \ , \ 83 \ , \ 82 \ , \ 80$$

أحسب الوسط الحسابي الشهري لأعداد هذه الطلعات.

الحل :

قبل الشروع في الحل نلاحظ أن عدد هذه الطلعات متقاربة جداً وكلها بأعداد عالية (80 فأكثر) باستثناء طائرة واحدة بلغ عدد طلعاتها (10) طلعات فقط. وهي تمثل قيمة شاذة (أو متطرفة) بالنسبة لباقي طلعات الطائرات الأخرى (حيث أنها صغيرة جداً بالنسبة للطلعات الأخرى). وسوف نرى فيما يلي تأثيرها على قيمة الوسط الحسابي.

1 – عدد القيم (عدد الطلعات) هو 6 أي أن :

$$n = 6$$

2 – مجموع القيمة (أي مجموع الطلعات) هو :

$$\sum X = 80 + 82 + 83 + 84 + 10$$

$$\sum X = 420$$

3 – الوسط الحسابي لعدد الطلعات هو :

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{420}{6} = 70$$

فكأن الوسط الحسابي لعدد الطلعات قد أنخفض إلى 70 طلعة على الرغم من أن كل الطائرات (باستثناء طائرة واحدة شاذة) كانت **80** فاكثر.

والخلاصة : أن الوسط الحسابي يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة، فوجود قيمة كبيرة جداً بالنسبة لباقي القيم يرفع قيمة الوسط، والعكس وجود قيمة صغيرة جداً يقلل من قيمة الوسط. لذا فإنه يقال أن الوسط في هذه الحالات قد يكون مضللاً أي لا يعبر عن الغالبية العظمى من القيم. ففي المثال السابق رقم (3) إذا أهملنا القيمة الشاذة نجد أن :

$$n = 5$$

$$\sum X = 80 + 82 + 83 + 84 + 81 + = 410$$

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{410}{5} = 82$$

فإهمال القيم الشاذة رفعت قيمة الوسط الحسابي للطلعات من **70** إلى **82** طلعة وهي التي تعبر فعلاً عن جميع القيم (باستثناء القيمة الشاذة). ونخلص من ذلك إلى أنه في حالة وجود قيم شاذة فإن الوسط الحسابي قد يكون مضللاً أي لا يعبر عن غالبية القيم. وفي هذه الحالة فإنه لا يفضل حساب الوسط الحسابي بل نبحث عن متوسط أخر لا يتأثر بهذه القيم الشاذة. أو – كما يرى البعض – نهمل القيمة الشاذة ونحسب الوسط الحسابي لباقي القيم (بدون القيمة الشاذة).

جـ - إذا كان لدينا عينتين، حجم الأولى n_1 وحجم الثاني n_2 وكان الوسط الحسابي لكل منهما $\overline{X}_1$ ، $\overline{X}_2$ فإنه يمكن حساب الوسط الحسابي للعينتين معاً بالاستفادة من متوسط كل منهما كما يلي :

$$\overline{X} = \frac{n_1 \cdot \overline{x}_1 + n_2 \overline{x}_2}{n_1 + n_2} \quad (2)$$

ويسمى المتوسط في هذه الحالة " المتوسط المرجح " The weighted average ونلاحظ أنه تم ترجيح كل متوسط بحجم العينة المحسوب منها، أي إعطاء كل متوسط وزن يساوي حجم العينة الخاصة به، ثم القسمة على مجموع حجم العينتين معاً. **أي أنه لحساب الوسط الحسابي للعينتين معاً. لا نجمع الوسطين ونقسم على اثنين إلا في حالة واحدة فقط وهي إذا كان حجم العينتين متساويين.**

أما في الحالة العامة – وهي اختلاف حجم العينتين – فيتم ضرب كل متوسط في حجم العينة الخاص به، ونجمع، ثم نقسم على حجم العينتين معاً $(n_1 + n_2)$ ويمكن تعميم هذا القانون لأي عدد من العينات. فمثلاً إذا كان لدينا ثلاث عينات أحجامها هي n_1 , n_2 , n_3 ومتوسطاتها هي على الترتيب $\overline{X}_1$, $\overline{X}_2$, $\overline{X}_3$ فإن الوسط المرجح للعينات الثلاث معاً هو :

$$X = \frac{n_1 \cdot \overline{x}_1 + n_2 \cdot \overline{x}_2 + n_3 \cdot \overline{x}_3}{n_1 + n_2 + n_3} \quad (3)$$

مثال (4) :

إذا كانت لدينا مجموعتين من الطلاب تدرسان المقرر نفسه. وكان عدد الطلاب في المجموعتين هو :

$$n_1 = 40 \qquad n_2 = 25$$

وكان الوسط الحسابي لدرجات الطلاب في المجموعتين هو :

$\overline{X}_1 = 75 . \overline{X}_2 = 80$ فما هو الوسط الحسابي لدرجات الطلاب في المجموعتين معاً ؟

الحل :

المتوسط المرجح $\overline{X}$ يحسب باستخدام العلاقة رقم (2) :

$$\overline{X} = \frac{n_1 . \overline{x}_1 + n_2 . \overline{x}_2}{n_1 + n_2}$$

$$= \frac{40 \times 75 + 25 \times 80}{40 + 25}$$

$$\frac{3000 + 2000}{65} =$$

$$\frac{5000}{65} = 76.9$$

مثال (5) :

في المثال السابق إذا كان لدينا المتوسطان نفسهما، ولكن عدد الطلاب في كل من المجموعتين متساوي وليكن يساوي **40** في كل منهما :

$$\overline{X}_1 = 75 \ , \ \overline{X}_2 = 80$$

$$n_1 = n_2 = 40$$

أحسب الوسط المرجح للمجموعتين معاً ؟

الحل :

نلاحظ أن حجمي العينتين (أو المجموعتين) متساويان وبالتالي فإن المتوسط المرجح – في هذه الحالة الخاصة هو :

$$\overline{X} = \frac{\overline{x}_1 + \overline{x}_2}{2}$$

$$= \frac{75 + 80}{2} = 77.5$$

ولو استخدمنا العلاقة رقم (2) وهي الحالة العامة لحصلنا على النتيجة نفسها وذلك كما يلي :

$$\overline{X} = \frac{n_1 \cdot \bar{x}_1 + n_2 \cdot \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$
$$= \frac{40 \text{ x } 74 + 40\, x\, 80}{40 + 40}$$
$$= \frac{3000 + 3200}{80}$$
$$= \frac{6200}{80} = 77.5$$

وهذه النتيجة نفسها بطبيعة الحال. أي أنه في حالة تساوي أحجام العينات فقط تجمع المتوسطات وتقسم على عددها. أما في حالة إختلاف احجام العينات فنحسب المتوسط المرجح (باستخدام العلاقة (2) أو (3) أو الحالة العامة لهما وذلك على حسب عدد العينات).

حساب الوسط الحسابي في حالة البيانات المبوبة ولكن بدون فئات:

أحياناً تكون البيانات المتوافرة لدى الباحث مبوبة بمعنى أنها تأخذ شكل قيم وتكرارات كما يلي :

مثال (6) :

الجدول التالي يعطي عينة من الأسر تمثل نمط الإنجاب في واحدة من دول العالم الثالث، والمطلوب حساب الوسط الحسابي لعدد الأطفال في الأسرة في هذه العينة؟

عدد الأطفال بالأسر X	أعداد الأسر (التكرارات) F
4	2
5	6
6	10
7	15
8	9
9	5

عدد الأطفال بالأسر X	أعداد الأسر (التكرارات) F
10	3
المجموع	**50**

الحل :

أرقام الجدول أعلاه تقول أن العينة تحوي 50 أسرة منهم أسرتان بكل منهما 4 أطفال، 6 أسر بكل منهم 5 أطفال، 10 أسر لدى كل واحداً منهم 6 أطفال... وهكذا. ولكي نحسب الوسط الحسابي نحصل أولاً على مجموع الأطفال ثم نقسم على إجمالي عدد أفراد العينة (والذي يساوي في هذا المثال 50 أسرة). ولكي نحصل على مجموع عدد الأطفال نضرب عدد الأطفال في عدد الأسر ثم نجمع لكل الأسر. فمثلاً الأسرتان اللتان لدى كل منهما 4 أطفال مجموع أطفالهما $8 = 2 \times 4$ والأسر الست التي لدى كل منهم 5 أطفال مجموع عدد أطفالهم $30 = 6 \times 5$ وهكذا بالنسبة لباقي الجدول. ويمكن تنظيم ذلك في عمود جديد يضاف إلى الجدول السابق كما يلي:

عدد الأطفال بالأسر	أعداد الأسر (التكرارات)	حاصل الضرب (مجموع الأطفال)
X	f	Xf
4	2	$4 \times 2 = 8$
5	6	$5 \times 6 = 30$
6	10	$6 \times 10 = 60$
7	15	$7 \times 15 = 105$
8	9	$8 \times 9 = 72$
9	5	$9 \times 5 = 45$
10	3	$10 \times 3 = 30$
المجموع	$\sum f = 50$	$\sum xf = 350$

ونعلم أن الوسط الحسابي لعدد الأطفال بالأسرة يساوي مجموع الأطفال على عدد الأسر، أي مجموع القيم على عددها. وبالتالي فإن المعادلة تصبح :

$$\overline{X} = \frac{\sum xf}{\sum f} \quad (4)$$

وبالتعويض في قانون الوسط الحسابي رقم (4) نحصل على الوسط الحسابي لحجم الأسرة كما يلي :

$$\overline{X} = \frac{350}{50} = 7$$

أي أن الوسط الحسابي لحجم الأسرة بعينة هذا البلد يساوي 7 أطفال، وهو متوسط مرتفع دون شك.

حساب الوسط الحسابي في حالة الفئات :

كما قد تكون البيانات مبوبة على **فئات** وتكرارات كما يلي :

مثال (7) :

الجدول التالي يمثل توزيع مجموعة من الطلاب حسب فئات الدرجات كما يلي :

فئات الدرجات Classes	أعداد الطلاب f
2 – 4	3
4 – 6	9
6 – 8	10
8 – 10	5
المجموع	$\sum f = 27$

والمطلوب حساب الوسط الحسابي لدرجات الطلاب.

الحل :

الجدول يقول أن 3 طلاب حصل كل منهم على درجة تتراوح بين 2 **وأقل من** 4 (لكن لا نعلم ما درجة كل منهم بالتحديد)، 9 طلاب حصل كل منهم على درجة تتراوح بين 4 **وأقل من** 6 (لكن لا نعلم ما درجة كل منهم بالتحديد)، وهكذا بالنسبة لباقي الفئات. وفي هذه الحالة نحسب مراكز الفئات كأحسن قيم تمثل هذه الفئات. ومركز الفئة هو القيمة التي تقع في منتصف الفئة، أي أن :

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى لها}}{2}$$

أي أننا نستعيض عن الفئات بمراكزها والتي تمثل القيم (كما في الأمثلة السابقة) وسوف نرمز لها بالرمز X، ثم نكمل الحل كما في المثال السابق :

فئات الدرجات	أعداد الطلاب	مراكز الفئات	حاصل الضرب (مجموع الدرجات)
Classes	f	x	x. f
2 – 4	3	$\frac{2+4}{2}=3$	3 × 3 = 9
4 – 6	9	$\frac{4+6}{2}=5$	5 × 9 = 45
6 – 8	10	$\frac{6+8}{2}=7$	7 × 10 = 70

$8-10$	5	$\frac{8+10}{2}=9$	$9 \times 5 = 45$
المجموع	$\sum f = 27$		$\sum xf = 169$

وبالتعويض في قانون الوسط الحسابي رقم (4) نحصل على :

$$\overline{X} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$
$$= \frac{169}{27} = 6.26$$

أي أن الوسط الحسابي يساوي 6.26 درجة.

ملاحظة مهمة :

عند حساب الوسط الحسابي في حالة الفئات نحسب أولاً مراكز الفئات كأحسن قيم تمثل الفئات – كما ذكرنا – ولذلك يقال أن قيمة الوسط الحسابي في حالة **الفئات** قيمة **تقريبية** (وليست دقيقة exact) وذلك لأننا نفترض – على سبيل التقريب – أن مركز الفئة هو أحسن قيمة تمثل الفئة لأنه ليست لدينا الدرجات الدقيقة التفصيلية لكل طالب. ومن ذلك نستنتج أنه إذا كانت هناك فئة مفتوحة (بمعنى عدم معرفة أحد حديها) فإنه لا يمكن حساب مركز هذه الفئة، وبالتالي لا يمكن حساب الوسط الحسابي في هذه الحالة.

3.4 الوسيط The Median

يعرف الوسيط بأنه القيمة التي تقع في منتصف القيم بعد ترتيبها (تصاعدياً أو تنازلياً). فالوسيط هو القيمة التي تتوسط القيم بعد ترتيبها. فإذا كان عدد القيم فردياً فإنه توجد قيمة واحدة في المنتصف (بعد الترتيب) تكون هي الوسيط. أما إذا كان عدد القيم زوجياً فإنه توجد قيمتان في المنتصف نجمعهما ونقسم على 2 فنحصل على قيمة الوسيط. وبديهي أننا سنحصل على النتيجة نفسها لو كان الترتيب تصاعدياً أو تنازلياً.

مثال (1) :

البيانات التالية تمثل أعمار مجموعة من الناخبين :

32 24 20 35 29 فما هو وسيط العمر ؟

الحل :

أولاً : نرتب هذه الأعمار تصاعدياً كما يلي :

20 24 **29** 32 35

ثانياً : نلاحظ أن عدد القيم فردي (يساوي 5) وأنه توجد قيمة واحدة في المنتصف هي 29 وبالتالي فإن قيمة الوسيط تساوي 29 سنة.

مثال (2) :

البيانات التالية تمثل دخول بعض الأفراد اليومية بالدولار الأمريكي في إحدى الدول.

11 19 14 18 12 15 أحسب وسيط هذه الدخول ؟

الحل :

أولاً : نرتب هذه الدخول تصاعدياً كما يلي :

11 12 **14 15** 18 19

ثانياً : نلاحظ أن عدد القيم زوجي (يساوي 6) وأنه توجد قيمتان في المنتصف هما 15، 14 لذلك نجمعهما ونقسم على 2. أي أن الوسيط يساوي :

$$\frac{14+15}{2}=14.5 \quad \text{دولاراً}$$

بعض خصائص الوسيط :

1 – لا يتأثر الوسيط بالقيم الشاذة أو المتطرفة. وهذا منطقي لأنه يقع في منتصف القيم، والقيم الشاذة إما أن تكون في أول القيم أو أخرها (بعد ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً). ففي المثال التالي لدينا عدة مجموعات من القيم المرتبة.

مثال (3) :

4 6 **8** 9 10

4 6 **8** 9 100

4 6 **8** 9 1000

ونلاحظ أن قيمة الوسيط في الحالات الثلاث تساوي 8 (سواء كانت أكبر قيمة تساوي 10 أو 100 أو 1000) أي لم تتأثر قيمة الوسيط بوجود قيمة شاذة أو متطرفة.

2 – يمكن إيجاد قيمة الوسيط في بعض حالات البيانات الترتيبية Ordinal Data. والمثال التالي يوضح ذلك.

مثال (4) :

البيانات التالية تمثل تقديرات بعض عينة مختارة من الناخبين لاحتمال فوز أحد المرشحين في أحد الانتخابات :

good , v.good , fair , good , excellent , fair , good

ولحساب وسيط هذه التقديرات نتبع الخطوات التالية :

الحل :

رغم أن البيانات غير كمية إلا أنها ترتيبية أي يمكن ترتيبها (تصاعدياً أو تنازلياً). وترتيبها تصاعدياً يكون كما يلي :

fair , fair , good , good , goo , v.good , excellent

وحيث أن التقدير good هو الذي يقع في منتصف التقديرات بعد ترتيبها تصاعدياً فإن وسيط التقديرات هو good أو جيد.

ملاحظة مهمة :

نلاحظ أن الوسيط هو القيمة التي تقع في منتصف القيم. لذلك يمكن حساب " ترتيب الوسيط " أو " موضع الوسيط " أو رقمه في الترتيب قبل معرفة أو حساب قيمته وذلك حسب القاعدة التالية :

ترتيب الوسيط $= \frac{\text{عدد القيم} + 1}{2}$ أو يساوي $\frac{n+1}{2}$

ففي المثال رقم (1)، عدد القيم 5 لذا فإن ترتيب الوسيط هو $\frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3$ فالوسيط هو القيمة رقم 3 (بعد ترتيب القيم تصاعدياً) والقيمة **الثالثة** في الترتيب هي 29 وهي تمثل قيمة الوسيط لأعمار الناخبين في المثال الأول.

وفي المثال رقم (2) عدد القيم المعطاة هي 6 لذا فإن ترتيب الوسيط هو :

$\frac{6+1}{2}=\frac{7}{2}=3.5$ أي أنه يقع بين القيمتين الثالثة والرابعة، لذلك فقد جمعنا هاتين القيمتين وقسمنا على 2، أي أن قيمة الوسيط لدرجات الطلاب في هذا المثال هي :

$$\frac{14+15}{2}=14.5$$

وفي المثال رقم (4) عدد القيم 7 لذا فإن ترتيب الوسيط هو :

$\frac{7+1}{2}=\frac{8}{2}=4$ أي أن الوسيط هو القيمة **الرابعة** في الترتيب، لذا فإن وسيط التقديرات هو good.

والخلاصة إنه يمكن تلخيص خطوات حساب الوسيط في حالة البيانات غير المبوبة كما يلي :

1 – ترتيب البيانات تصاعدياً.

2 – حساب ترتيب الوسيط والذي يساوي $\frac{n+1}{2}$ حيث n هي عدد القيم.

3 – إذا كان عدد القيم فردياً فإنه توجد قيمة واحدة في المنتصف تكون هي قيمة الوسيط. وإذا كان عدد القيم زوجياً فإنه توجد قيمتان في المنتصف نجمعهما ونقسم على 2 فنحصل على قيمة الوسيط.

4.4 المنوال The Mode

المنوال وهو ثالث المتوسطات ويعرف بأنه القيمة الأكثر تكراراً أو شيوعاً بين القيم، فهو القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها. وأحياناً يسمى المنوال **"القيمة الشائعة"** أي الأكثر شيوعاً بين القيم. والمنوال من أكثر المتوسطات استخداماً في الحياة التجارية. حيث تعتمد – على سبيل المثال – مصانع الملابس الجاهزة على المقاييس الشائعة بين الناس لتحديد المقاييس المختلفة لهذه الملابس.

ويتميز المنوال بالسهولة والبساطة سواء في فكرته أو في إيجاد قيمته. وكما سنرى في الأمثلة التالية أنه لا ترتب البيانات ولا تجمع ولا أي شيء من هذا القبيل. فقط نبحث عن القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها لتكون منوال القيم.

مثال (1) :

البيانات التالية تمثل أعمار مجموعة من الناخبين :

36 , 29 , 50 , 29 , 42 , 36 , 29 , 34 , 29 , 25

فما هو منوال هذه الأعمار ؟

الحل :

بما أن العمر 29 سنة هو العمر الذي تكرر أكثر من غيره من الأعمار (تكرر 4 مرات) فإن : منوال العمر = 29 سنة

(لاحظ أن البيانات في هذا المثال كمية)

مثال (2) :

البيانات التالية تمثل تقديرات مجموعة من الطلاب في أحد المقررات.

fair , good , fair , v.good , good , excellent , good

فما هو منوال هذه التقديرات ؟

الحل :

منوال التقديرات هو التقدير "good" لأنه تكرر أكثر من غيره **(تكرر ثلاث مرات)**.

(لاحظ أن البيانات في هذا المثال وصفية ترتيبية)

مثال (3) :

البيانات التالية تمثل توزيع فوج من السائحين لإحدى الدول حسب جنسياتهم :

الجنسية	عدد السائحين
ألمانية	50
فرنسية	80
أمريكية	120

إيطالية	90

من هذا الجدول نجد أن منوال الجنسية (أي الجنسية الشائعة أو التي تكررت أكثر من غيرها) **هي الجنسية الأمريكية** (120 سائحاً).

(لاحظ أن البيانات في هذا المثال وصفية اسمية Nominal).

بعض الملاحظات على المنوال :

1 – لاحظنا من الأمثلة السابقة أنه يمكن إيجاد المنوال لكل انواع البيانات (كمية أو ترتيبية أو أسمية).

2 – حسب تعريف المنوال قد **لا** تتكرر قيمة أكثر من غيرها، وبالتالي قد لا يوجد منوال لبعض البيانات.

مثال (4) :

فإذا كانت البيانات التالية تمثل أعمار مجموعة من الناخبين :

25 32 48 39 55 40

فإنه **لا** يوجد منوال لهذه الأعمار.

3 – وحسب تعريف المنوال أيضاً قد يوجد أكثر من منوال واحد للبيانات.

مثال (5) :

البيانات التالية تمثل توزيع مجموعة من الناخبين حسب أعمارهم.

	الأعمار	**أعداد الناخبين**	
	25	3	
	30	5	
المنوال الأول =	35	9	أكبر تكرار (التكرار المنوالي)
	40	4	
المنوال الثاني =	45	9	أكبر تكرار (التكرار المنوالي)
	50	2	

في هذا الجدول نلاحظ أن العمر 35 تكرر 9 مرات (وهو أكبر تكرار) وكذلك العمر 45 تكرر أيضاً 9 مرات (وهو أكبر تكرار) لذلك فإن :

المنوال الأول = 35 سنة والمنوال الثاني = 45 سنة.