المحاضرة الاولى   مبادئ احصاء   قسم الصناعات الغذائية

الرموز الاحصائية:

عند جمع بيانات حول ظاهرة ما نرمز للظاهرة   Y , X , Z , ...

Y_i

بيانات او متغير او ظاهرة X_i

Data   Variable   Observation Z_i

قيمة Yi تختلف فيما بينها مثلا ناخذ اطوال شعبة أ لقسم الصناعات المرحلة الاولى نرمز لكل طالب بالرمز Yi ولكل الطلاب بالرمز Y .

أنواع المتغيرات

متغيرات وصفية

لايمكن قياسها بالاعداد مثل لون العيون، الحالة الاجتماعية، الجنس وغيرها..

متغيرات كمية

يمكن قياسها بالارقام مباشرة مثل الطول، الوزن، العمر ، كمية المحصول وغيرها...

متغيرات مستمرة(متصلة)

ياخذ المتغير فيه أي قيمة عددية ذو حد معين مثلا الطول يقع بين $155 \le Y_i \le 175$

أي كل البيانات التي يمكن ان تقاس بسهولة

متغيرات غير مستمرة(منفصلة)

ياخذ المتغير قيم متباعدة مثل اعد الثمار ، عدد الكتب في مكتبة معيز عدد الطلاب في الجامعات العراقيز

أي كل البيانات التي لا يمكن از تقاس بسهولة

المجتمع: Populatation :

هو عبارة عن جميع القيم او المفردات التي يمكن ان ياخذها تامتغير

المجتمع

مجتمع محدود

يمكن عد مفرداته مثل الكتب في مكتبة التعليم المجاني للقسم

مجتمع غير محدود

لايمكن عد مفرداته مثل اعداد سمك معين في نهر دجلة

العينة: وهي جزء من المجتمع

الرموز الاحصائية

مثال: اذا كان لدينا بيانات لاعمار خمسة من الطلاب $Yi = 20 , 18 , 24 , 22 , 16$

أي ان $Yi = 20$ قيمة الاولى للمتغير أي المشاهدة الاولى

.

.

$Yn = 16$ القيمة الاخيرة $(n = 5)$ أي المشاهدة الخامسسة.

المجموع Summation $\sum$ اللاتيني Sigma $\sum$ حدا المجموع الرقمان n ، 1

$$\sum_{i=1}^{n} \qquad \sum_{i=1}^{5} = y1 + y2 + y3 + y4 + y5$$

مربع مجموع المشاهدات

$$\left(\sum_{i=1}^{n} Yi \right)^2$$

مجموع مربع المشاهدات

$$\sum_{i=1}^{n} Yi^2$$

حاصل ضرب قيم مجموعتين X , Y هي $\sum Xi\, Yi$

حاصل ضرب مجموعتين لقيم متغيرين

$$(\sum Xi)(\sum Yi) = (X1 + \ldots\ldots + Xn)(Y1 + \ldots\ldots Yn)$$

الصيغة $\sum (Xi - 3) = \sum Xi - n\,3$ تختلف عن الصيغة $\sum Xi - 3$

مثال: اذا كانت لدينا البيانات التالية $Xi = 3 , 5 , 7 , 9$ اوجد قيمة

1. $\sum (Xi - 3) = \sum (3-3) + (5-3) + (7-3) + (9-3) = 0+2+4+6 = \underline{12}$
2. $\sum Xi - 3 = \sum (3+5+7+9) - 3 = 24 - 3 = \underline{21}$

النتيجة الاولى لاتساوي النتيجة الثانية أي 12 لاتساوي 21

<u>قاعدة:</u> جمع قيم متغيرين او اكثر هو مجموع جمعهم $\boldsymbol{\sum(Xi + Yi) = \sum Xi + \sum Yi}$

<u>البرهان:</u> مثلا قيم $Xi = 1 , 2 , 3 , 4$ وقيم $Yi = 2 , 4 , 6 , 10$

$$\sum(Xi + Yi) = (X1+Y1) + \ldots\ldots + (X4+Y4)$$
$$= (1+2) + (2+4) + (3+6) + (4+10) = 3+6+9+14 = \underline{32}$$
$$\sum Xi + \sum Yi = (X1+X2+X3+X4) + (Y1+Y2+Y3+Y4)$$
$$= (1+2+3+4) + (2+4+6+10) = 10+22 = \underline{32}$$

اذن القيمة متشابة

مثال 1: اذا كانت $yi = 3,9,6,2$ و $xi = 4,2,3,7$ اوجد كل مما ياتي:

1- $\sum_{i=1}^{n} yi =$ y1+y2+y3+y4 =3=9+6+2 = 20

2- $\sum_{i=2}^{3} yi =$ y2 +y3 = 9+6 = 15

3- $\sum yi^2 = y1^2 + y2^2 + y3^2 + y4^2 = 3^2 + 9^2 + 6^2 + 2^2 = 130$

4- $(\sum yi)^2 = (y1 + y2 + y3 + y4)^2 = (3+9+6+2)^2 = (20)^2 = 400$

5- $\sum xiyi =$ x1y1+x2y2+x3y3+x4y4= (4)(3)+(2)(9)+(3)(6)+(7)(2) = 62

6- $(\sum xi)(\sum yi) =$(x1+x2+x3+x4)(y1+y2+y3+y4) = (4+2+3+7)(3+9+6+2) = (16)(60) = 320

مثال: اذا كانت $yi = 3,9,6,2$ و $xi = 2,6,3,1$ اوجد كل مما ياتي:

1- $(\sum yi - xi)^2 = (y1 - x1)^2 + (y2 - x2)^2 + (y3 - x3)^2 + (y4 - x4)^2$
$= (3-2)^2 + (9-6)^2 + (6-3)^2 + (2-1)^2 = 20$

2- $\sum (xi - 3)(yi - 5) = (2-3)(3-5) + (6-3)(9-5) + (3-3)(6-5) + (1-3)(2-5)$
= 20

3- $\sum xiyi^2 = x1y1^2 + x2y2^2 + x3y3^2 + x4y4^2 = (2)(3)^2 + (6)(9)^2 + (3)(6)^2 + (1)(2)^2$
= 616

حل التمارين:

2- اكتب حدود كل مما ياتي

a- $\sum_{i=2}^{5} yi = y2 + y3 + y4 + y5$

b- $\sum_{i=1}^{4} (yi-3)^2 = (y1-3)^2 + (y2-3)^2 + (y3-3)^2 + (y4-3)^2$

5- من القيم التالية: $x1=7, x2=-2, x3=4$ و $y1= 5, y2=8, y3= 2$ اوجد

a- $\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n} = \sum (5)^2 + (8)^2 + (2)^2 - \frac{(5+8+2)^2}{3}$ = 93-75= 18

b- $\sum x1y1 - \frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n} = (7)(5) + (-2)(8) + (4)(2) - \frac{(7+-2+4)(5+8+2)}{3}$

= 27-45=-18

العرض ألجدولي والتمثيل البياني

عند جمع البيانات تكون البيانات او المشاهدات غير مبوبة (خامة) يجب ان ترتب وتبوب في جداول حتى يسهل دراستها وتحليلها.

عند دراسة أي ظاهرة مثلا الطول ، الوزن ، انتاج الحليب ، انتاج البيض ، وغيرها من الصفات او الظواهر تكون البيانات الاولية (Raw data) غير مبوبة تعبر عنها في جداول ورسوم بيانية او صور.

العرض الجدولي Tabuler Presentation

جدول بسيط يضم صفة واحدة

جداول مركبة يضم صفتين او ظاهرتين في نفس الوقت

جدول التوزيع التكراري Frequency Tabule

يضم عمودين رئيسيين الاول يسمى الفئات Classes والثاني يسمى التكرار Frequency وبقية الاعمدة تمثل مركز الفئة والحدود الحقيقية وغيرها.

الفئات	التكرار	مركز الفئة	الحدود الحقيقة	التكرار النسبي	التكرار المئو
مجاميع قسمت اليها المتغير وكل فئة تاخذ مدى معين لاتقل عن خمسة ولا تزيد عن 15	عدد المشاهدات لكل فئة	مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الادنى+الحد الاعلى}}{2}$	الحد الادنى الحقيقي = مركز الفئة – 1/2 طول الفئة الحد الاعلى الحقيقي = مركز تلك الفئة + 1/2 طول الفئة	$\frac{\text{تكرار تلك الفئة}}{\text{المجموع الكلي للتكرارات}} = \frac{Fi}{\sum F}$	التكرار النسب × 100

قوانين:

1. **طول الفئة: Class Leigth**

طول الفئة = الحد الاعلى – الحد الادنى + 1 للاقام الصحيحة

طول الفئة = الحد الاعلى – الحد الادنى + 0.1 للاقام العشرية

طول الفئة = الحد الحقيقي الاعلى – الحد الحقيقي الادنى لتلك الصفة

طول الفئة = الفرق بين الحدين الادنى او (الاعلى) لفئتين متتاليتين

طول الفئة = الفرق بين الحدين الحقيقيين الادنى او(الاعلى) لفئتين متتاليتين

طول الفئة = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين

2. **الحدود الحقيقية**

الحد االادنى الحقيقي لاي فئة = مركز تلك الفئة –1/2 طول الفئة

الحد الاعلى الحقيقي = مركز تلك الفئة + 1/2 طول الفئة

$$\text{الحد الادنى الحقيقي} = \frac{\text{الحد الادنى لتلك الفئة + الحد الاعلى للفئة السابقة}}{2}$$

$$\text{الحد الاعلى الحقيقي} = \frac{\text{الحد االاعلى لتلك الفئة + الحد االادنى للفئة السابقة}}{2}$$

3. **مركز الفئة:**

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الادنى + الحد الاعلى}}{2}$$

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الادنى الحقيقي + الحد الاعلى الحقيقي}}{2}$$

اختيار وتحديد طول الفئات:

هناك عدة طرق حسابية تقريبية لايجاد عدد الفئات اهمها طريقة سترجس Sturges وطريقة يولYule ولكل من الطريقتين ميزات وعيوب لن نستعمل أي منها بل سنختار عدد الفئات على ان لاتقل عن خمسة ولا يزيد عن خمسة عشر وذلك تبعا لطبيعة الفئات وعدد مفرداتها ومدى التغير فيها.

مدى التغير = اعلى قيمة – ادنى قيمة ، يحدد طول الفئة عن طريق :

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{مدى التغير}}{\text{عدد الفئات}}$$ مقربا الى اقرب عدد صحيح اكبر

عدد الفئات

الخطوات العامة في انشاء جدول توزيع تكراري:

1- استخراج المدى Range.

2- اختيار وتحديد عدد الفئات Number of classes .

3- ايجاد طول مدى الفئة class Length .

4- كتابة حدود الفئات class Limils.

5- استخراج عدد التكرارات لكل فئة class frequency .

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{\text{التكرار}}{\text{مجموع التكررات}} = \frac{Fi}{\sum Fi}$$

مثال: لدينا البيانات التالية لانتاج الحليب في الابقار ،العدد60 بقرة وكان هناك ثلاث فئات

الفئات	التكرار	مركز الفئة	الحدود الحقيقة	التكرار النسبي	التكرار المئوي
5 – 1	3	3	5.5 – 0.5	0.05	5
10 – 6	42	8	10.5 – 5.5	0.7	70
15 – 11	15	13	15.5 – 10.5	0.25	25
المجموع	60				

مثال 2: اذا كانت لدينا البيانات الاتية لاوزان الطلاب وكان لدينا ستة فئات كما في الجدول اوجد مركز الفئة والحدود الحقيقية والتكرار النسبي والمئوي لهل وكان العدد الكلي للطلاب 63

الفئات	التكرار	مركز الفئة	الحدود الحقيقة	التكرار النسبي	التكرار المئوي
54 -50	8	52	54.5 – 49.5	0.13	13
59 – 55	10	57	59.5 – 54.5	0.16	16
64 – 60	16	62	64.5 – 59.5	0.25	25
69 - 65	14	67	69.5 – 64.5	0.22	22
74 – 70	10	72	74.5 – 69.5	0.16	16
79 – 75	5	77	79.5 – 74.5	0.08	8
المجموع	63				

س: من جدول التوزيع التكراري التالي اكمل الاتي:

الفئات	مركز الفئة	الحدود الحقيقة	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
5 – 1	**3**	5.5 – 0.5	**3**	0.075	7.5
10 – 6	**8**	10.5 – 5.5	**8**	0.2	20
15 – 11	13	15.5 – 10.5	**16**	0.4	40
20 – 16	18	20.5 – 15.5	**9**	0.225	22.5
25 – 21	23	25.5 – 20.5	**4**	0.1	10

المجموع 40

طول الفئة = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين 5 = 8 – 13 اذن 18 = 5 + 13 و
18+5 = 23

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الادنى + الحد الاعلى}}{2}$$

$$\frac{x + 1}{2} = 3$$

x + 1 = 2×3 = x + 1 = 6 ، x = 6 – 1 = 5 اذن الفئة الاولى 1 – 5

التوزيعات المتجمعة Cumnlative Distribution :

هنالك نوعين من الجداول وهي :-

1. جدول التوزيع التكراري ألتجمعي التصاعدي: less thanCumnlative Distribution
هو الجدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تقل قيمتها عن الحد الادنى لفئة معينة ويرمز للتكرار fi ويحتوي على عمودين الأول نكتب فيه حدود الفئات والثاني نكتب فيه التكرار ألتجمعي التصاعدي ، دائما تكرار ما قبل الفئة الأولى يساوي صفر.
2. جدول التوزيع التكراري ألتجمعي التنازلي:more than Cumnlative Distribution
هو الجدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تزيد قيمتها عن الحد الادنى لفئة معينة ويحتوي على عمودين الأول نكتب فيه حدود الفئات والثاني نكتب فيه التكرار ألتجمعي التنازلي ودائما تكرار ما قبل الفئة الأولى يساوي مجموع التكرارات $\sum fi = fi$.

مثال:- الجدول التالي يبن التوزيع التكراري لاوزان65 طالب كغم اوجد جدول التوزيع التكراري ألتجمعي التصاعدي والتنازلي

فئات الوزن	التكرار fi	ألتجمعي التصاعدي		ألتجمعي التنازلي	
		فئات	التكرار fi	فئات	التكرار fi
54-50	8	اقل من 50	0	أكثر من 50	65
59-55	10	اقل من 55	8	أكثر من 55	57
64-60	16	اقل من 60	18	أكثر من 60	47
69-65	14	اقل من 65	34	أكثر من 65	31
74-70	10	اقل من 70	48	أكثر من 70	17
79-75	5	اقل من 75	58	أكثر من 75	7
84-80	2	اقل من 80	63	أكثر من 80	2
	$\sum fi=65$	اقل من 85	65	أكثر من 85	0

جدول التوزيع التكراري ألتجمعي التصاعدي :

عدد الطلبة الذين تقل اوزانهم عن 50 تكون صفر

عدد الطلبة الذين تقل اوزانهم عن 55 تكون 8

عدد الطلبة الذين تقل اوزانهم عن 60 تكون 8+10=18

عدد الطلبة الذين تقل اوزانهم عن65 تكون 8+10+16=34 وهكذا الى اخر فئة

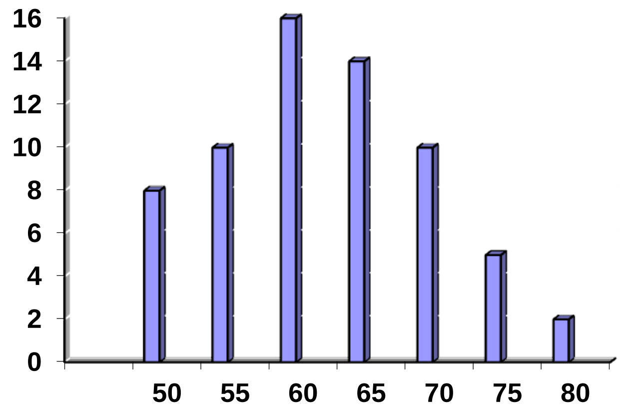
جدول التوزيع التكراري ألتجمعي التنازلي

عدد الطلبة الذين تزيد اوزانهم عن 50 تكون الكل أي 65 طالب

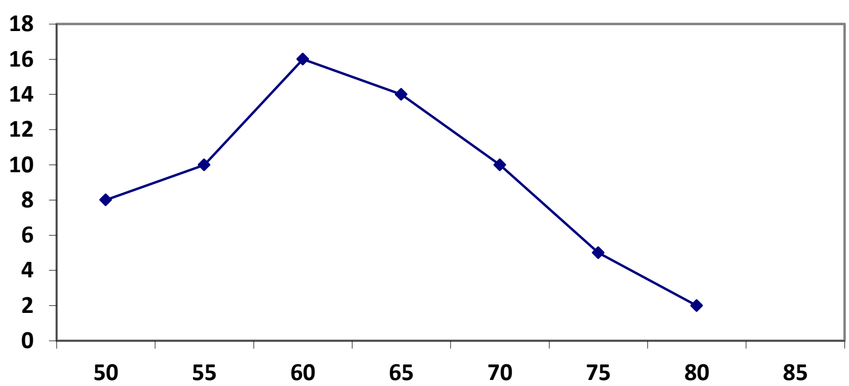
عدد الطلبة الذين تزيد اوزانهم عن 55 تكون 65−8=57

عدد الطلبة الذين تزيد اوزانهم عن 60 تكون 65−8−10=47 وهكذا الى اخر فئة التي تكون قيمتها صفر

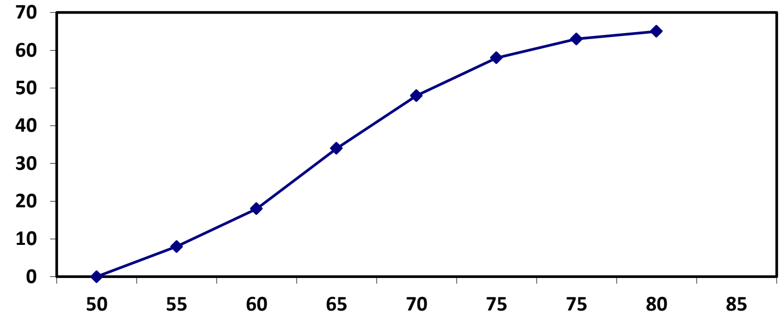
1. المدرج التكراري: وهو عبارة عن مستطيلات راسية تمتد قواعدها على المحور الافقي لتمثل اطوال الفئات وارتفاعها تمثل تكرار الفئات



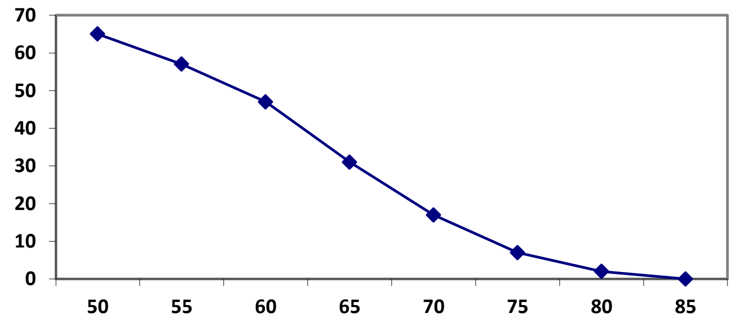
2. المضلع التكراري : وهو عبارة عن خطوط مستقيمة متكسرة تصل بين نقاط كل منها واقعة فوق مركز فئة على ارتفاع تمثل تكرار تلك الفئة.



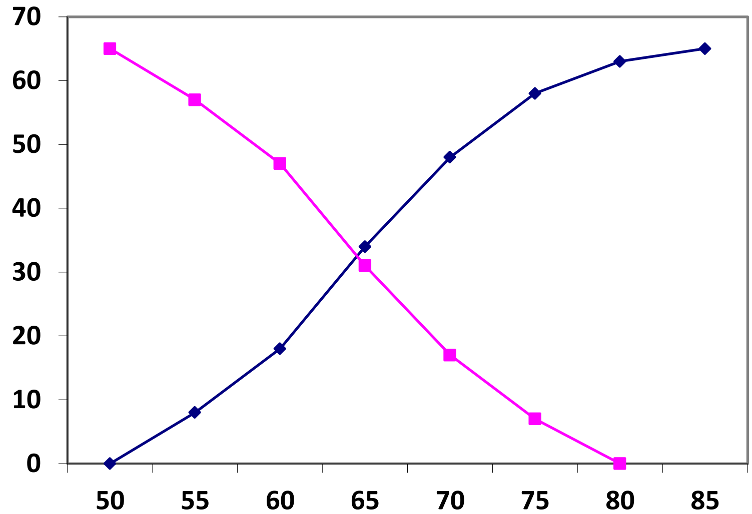
المضلع التكراري التصاعدي



المضلع التكراري التنازلي



التداخل بين التصاعدي والتنازلي



مقاييس التمركز والتوسط :

1- الوسط الحسابي: The Arithmetic Mean

وهو القيمة الناتجة من قسمة مجموع تلك القيم على عددها ويرمز لها بالرمز ỳ

هنالك حالتين لحساب قيمة الوسط الحسابي وهي:

1 من بيانات غير مبوبة

مثال: البيانات التالية تمثل اعمار خمسة من الطلاب فما هو متوسط اعمارهم أي الوسط الحسابي23 ، 18 ، 20 ، 17 ، 22 = yi

الحل:

$$y' = \frac{\sum yi}{n} = \frac{32 + 18 + 20 + 17 + 22}{5} = \frac{100}{5} = 20$$

ب. من بيانات مبوبة :

اذا كانت $yi= y1, y2, \ldots\ldots yn$ تمثل مراكز الفئات في جدول التوزيع التكراري والتكرارات هي $Fi = F1 , F2 ,\ldots\ldots Fn$ على التوالي فالوسط الحسابي يكون

$$y' = \frac{\sum fi\ yi}{\sum fi}$$

فان خطوات ايجاد الوسط الحسابي:

1 نجد مراكز الفئات

2- نضرب مركز كل فئة مع تكرارها fi yi

3- نجد قسمة مجموع (حاصل ضرب مركز كل فئة × تكرارها)على مجموع التكرارات

مثال: استخرج الوسط الحسابي لاطوال النباتات في جدول التوزيع التكراري الاتي:

الفئات	التكرار	مركز الفئة	التكرار × الفئة
40-31	1	35.5	35.5
50-41	2	45.5	91
60-51	5	55.5	277.5
70-61	15	65.5	982.5
80-71	25	75.5	1887.5
90-81	20	85.5	1710
100-91	12	95.5	1146

$$ý = \frac{6130}{80} = 76.62$$

مثال: استخرج الوسط الحسابي من جدول التوزيع التكراري الاتي:

الفئات	التكرار	مركز الفئة	التكرار × الفئة
62-60	5	61	305
65-63	18	64	1152
68-66	42	67	2814
71-69	27	70	1890
74-72	8	73	582

$$y' = \frac{\sum fi\ yi}{\sum fi} \qquad y' = \frac{6745}{100} = 67.45$$

2- الوسيط : The Medin

وهي القيمة التي تكون 50% من قيم المتغير قبلها و50% من قيم المتغير بعدها

1- من بينات غير مبوبة:

اذا كان لدينا n من القيم لمشاهدات y1,y2,………,yn ورتبت ترتيبا تصاعديا اوتنازليا فاذا كان العدد فردي فان الوسيط يحسب n+1)/2). اما اذا كان العدد زوجي فالوسيط للقيمتين n/2 ,(n/2)+1

$$Mē = \frac{n/2\ +\ (n/2) + 1}{2}$$

مثال: 1- اوجد الوسيط لدرجات طالب في خمسة امتحانات بدرس الاحصاء اذا كانت الدرجات 84 ، 87 ، 76 ، 82 ، 80

الحل: نرتب الدرجات تصاعديا: 87 ، 84 ، 82 ، 80 ، 76 بما ان العدد فردي اذن الوسيط يساوي القيمة التي ترتيبها n+1/2

$$Mē = \frac{5+1}{2} = 3$$

القيمة الثالثة هي الوسيط = 82

2- اوجد الوسيط للقيم التالية 2 ، 9 ، 12 ، 3 ، 7 ، 8 ، 4 ، 5 =yi

الحل:نرتب ترتيبا تصاعديا 12 ، 9 ،8، 7 ، 5 ، 4 ، 3 ، 2 =yi

بما ان العدد زوجي اذن الوسيط هو

$$M\bar{e} = \frac{8/2 \; + \; (8/2) + 1}{2} = \frac{4+5}{2}$$

$$M\bar{e} = \frac{Y4 + Y5}{2} = \frac{5+7}{2} = 6$$

من بيانات مبوبة

اذا كانت yi= y1, y2, ……..yn تمثل مراكز الفئات في جدول التوزيع التكراري

والتكررات هي Fn ……… ,Fi = F1 , F2 على التوالي فالوسيط يكون

$$wM\bar{e} = L1 \acute{+} \left[\frac{\sum\left(\frac{f_1}{2}\right) - F_1}{f_1}\right] W$$

حيث ان

L1 = الحد الادنى الحقيقي لفئة الوسيط

$\sum fi$ = مجموع التكرارات

Fi = التكرار التجمعي عند بداية فئة الوسيط

fi = تكرار فئة الوسيط = (التكرار التجمعي عند نهاية فئة الوسيط – عند البداية)

W = طول فئة الوسيط

فان خطوات ايجاد الوسيط:

1. عمل جدول توزيع تكراري تجمعي تصاعدي
2. ايجاد ترتيب الوسيط وهو = $\frac{\sum fi}{2}$
3. ايجاد فئة الوسيط وهي الفئة التي تقع قيمتها بين حدين الوسيط وذلك عن طريق

أ- ايجاد حدودها الحقيقية ب- كتابة التكرار التجمعي التصاعدي امام كل منها

4. تطبيق القانون

مثال: اوجد الوسيط للتوزيع التكراري التالي:

1-

الفئات	التكرار	التجمعي التصاعدي	
		الفئات	التكرار
60-62	5	اقل من 60	0
63-65	18	اقل من 62	5
66-68	42	اقل من 66	23
69-71	27	اقل من 69	65
72-74	8	اقل من 72	92
	$\sum fi$ 100	اقل من 75	100

فئة الوسيط

2- نوجد ترتيب الوسيط : قيمة الوسيط هو طول الذي ترتيبه 50 بعد ان رتبنا القيم تصاعديا او تنازليا = $\frac{\sum fi}{2} = \frac{100}{2} = 50$

من جدول التوزيع التكراري التجمعي التصاعدي نلاحظ ان 50 واقعة بين الرقمين 23 و65

65.5 68.5

23 65

2- نوجد فئة الوسيط اذن فئة الوسيط هي

الحد الادنى الحقيقي لفئة الوسيط $L1 = 65.5$

التكرار التجمعي عند بداية فئة الوسيط $Fi = 23$

التكرار التجمعي عند نهاية فئة الوسيط $Fi = 65$

تكرار فئة الوسيط $fi = 65 - 23 = 42$

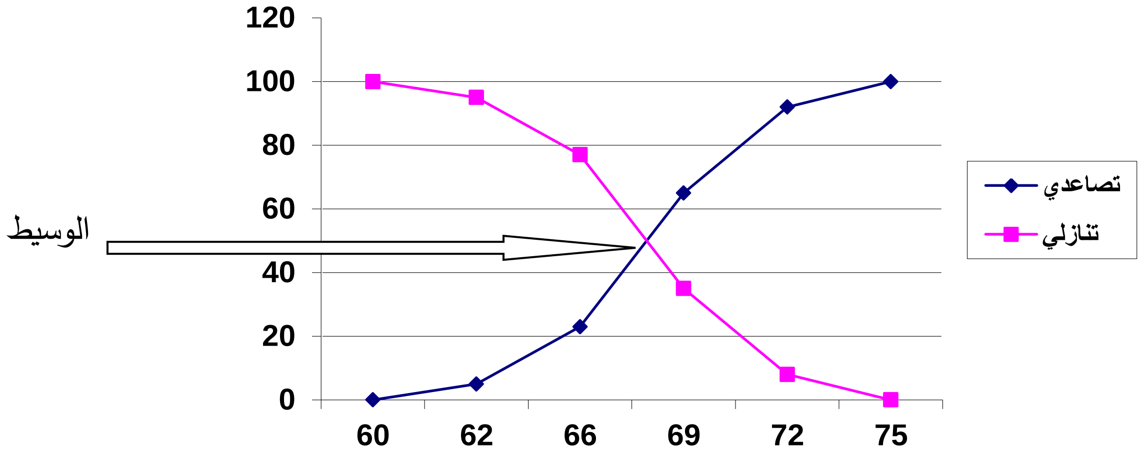
طول فئة الوسيط $w = 68.5 - 65.5 = 3$

4- تطبيق القانون

$$M\bar{e} = L1 + \left[\frac{\sum\left(\frac{f_1}{2}\right) - F_1}{f_1}\right] W$$

$$M\bar{e} = 65.5 + \left[\frac{50 - 23}{42}\right] 3 = 67.43$$

ايضا يمكن ايجاد الوسيط عن طريق رسم منحى التكراري التصاعدي والتنازلي وتحديد الملتقى تكون نقطة الوسيط



3- المنوال: The Mode

وهي القيمة الاكثر تكرارا بين قيم المتغير

أ- من بيانات غير مبوبة: اذا كانت $yi= y1, y2, ...yn$ فان المنوال لهذه البيانات هو الاكثر تكرارا من المشاهدات ويرمز لها بـ $\overline{Mo}$ وقد يكون هنالك منوال واحد يسمى وحيد القمة اومنوالين ذو قمتين وقد يكون لها اكثر من منوالين او قد لايوجد منوال لها.

مثال: اوجد المنوال لكل من البيانات التالية:أ) 6، 8 ، 2 ،5 ، 9 ، 5 ، 6 ، 2 ، 5 ، 3

ب) 48.5 ، 49.5 ، 50.3 ، 48.7 ، 51.6

الحل: أ) المفردة 5 هي الاكثر تكرارا فهي المنوال $Mo=5$

ب) لايوجد منوال

ب- من بيانات مبوبة

اذا كانت $yi= y1, y2, ...yn$ تمثل مراكز الفئات في جدول التوزيع التكراري والتكررات هي $Fi = F1 , F2 ,......... Fn$ على التوالي فالمنوال يكون

$$Mo = L1 + \left[\frac{d1}{d1 + d2}\right] W$$

حيث ان

فئة المنوال هي التي تمتلك اكبر التكررات وان:

L1 = الحد الادنى الحقيقي لفئة المنوال

d1 = الفرق بين فئة المنوال والفئة السابقة لها

d2 = الفرق بين فئة المنوال والفئة اللاحقة لها

W = طول فئة الوسيط

مثال: اوجد المنوال للجدول التالي

الفئات	التكرار
62−60	5
65−63	18
68−66	42
71−69	27
74−72	8
	100

المنوال

فئة المنوال هي 68−66 التي لها اكبر التكررات 42

$65.5 = L1$

$24 = 18 - 42 = d1$

$15 = 27 - 42 = d2$

$3 = W$

$$Mo = 65.5 + \left(\frac{24}{24 + 15} \right) 3$$

$$= 67.35$$

تمارين الفصل الرابع صفحة 90

س1: أ-

$$\bar{Y} = \frac{\sum Yi}{n} = \frac{650+500+420+\ldots\ldots+820}{40} = 731$$

لعمل الوسيط نحتاج الى ترتيب البيانات تصاعديا وكالاتي:

320 , 350 , 358 , 368 , 390 , 395 , 420 , 480 , 490 , 495 ,
500 , 560 , 588 , 620 , 630 , 650 , 660 , 680 . 713 , 720 ,
750 , 760 , 793 , 796 , 800 , 820 , 840 , 860 , 890 , 895 ,
920, 930 , 960,980 ,985,1050 ,1056 ,1230 , 1261 ,1270

بما ان عدد البيانات زوجي نطبق القانون التالي

$$M\bar{e} = \frac{n/2 \; + \; (n/2) + 1}{2}$$

$$M\bar{e} = \frac{40/2 \; + \; (40/2) + 1}{2} = \frac{20 + 21}{2}$$

$$M\bar{e} = \frac{720 \; + \; 750}{2} = \frac{1470}{2} = 735$$

لايجاد المنوال نلاحظ القيمة الاكثر تكرارا في العينة، اذن في السوال لايوجد منوال

ب-

الفئات	التكرار Fi	مركز الفئات Yi	$\sum$FiYi
499 – 300	10	399.5	3995
699 – 500	8	500.5	4796
899 – 700	12	799.5	9594
1099 – 900	7	999.5	6996.5
1299 – 1100	3	1199.5	3598.5

المجموع 40

1- الوسط الحسابي :

$$y' = \frac{\sum fi \; yi}{\sum fi} = \frac{28980}{40} = 724.5$$

2- الوسيط:

أ. نضع البيانات في جدول توزيع تكراري تصاعدي

Fi	التجمعي الصاعد	التكرار Fi	الفئات
0	اقل من 300	10	499 – 300
10	اقل من 500	8	699 – 500
18	اقل من 700	12	899 – 700
30	اقل من 900	7	1099 – 900
37	اقل من 1100	3	1299 – 1100
40	اقل من 1300		

فئة الوسيط

ب. ايجاد ترتيب الوسيط:

$$\frac{\sum Fi}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

ج. نحدد فئة الوسيط وهي الفئة التي تقع قيمة الوسيط بين حديها وذلك عن طريق ايجاد قيمتين متتاليتين في التكرار التجمعي التصاعدي يقع بينها ترتيب الوسيط

القيمة 20 تقع فئة الوسيط بين الحد الحقيقي 899.5 و 699.5

الحدود الحقيقية 899.5 699.5

فئة الوسيط

30 18

$Li = 699.5$ الحد الحقيقي الادنى لفئة الوسيط

$Fi = 18$ تكرار المتجمع عند بداية فئة الوسيط

$fi = 30 - 18 = 12$ تكرار فئة الوسيط

$W = 899.5 - 699.5 = 200$ طول فئة الوسيط

$$M\bar{e} = L1 + \left[\frac{\sum\left(\frac{f1}{2}\right) - F1}{f1}\right] W$$

$$M\bar{e} = 699.5 + \left[\frac{\sum 20 - 18}{12}\right] 200 = 732.833$$

3. المنوال :

القيمة الاكثر تكرارا هي المنوال أي الفئة الثالثة 700 – 899

الحد الحقيقي الا دنى للمنوال $Li = 699.5$

الفرق بين تكرار فئة المنوال والفئة السابقة لها $d1 = 12 - 8 = 4$

الفرق بين تكرار فئة المنوال والفئة اللاحقة لها $d2 = 12 - 7 = 5$

طول الفئة $W = 200$

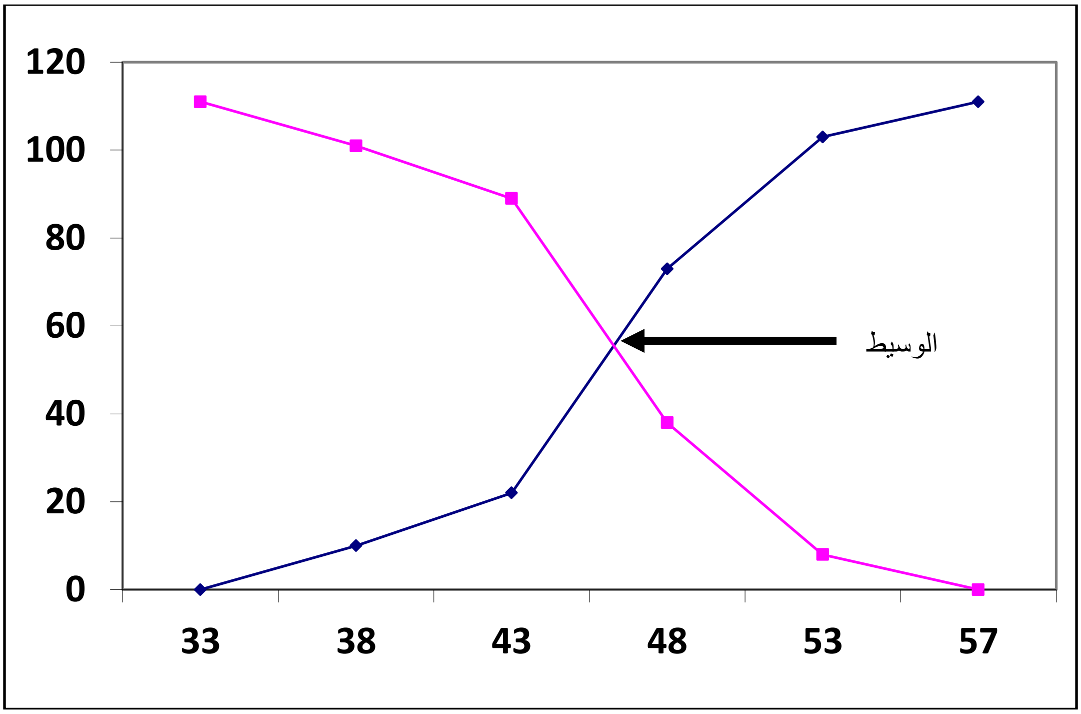
$$Mo = L1 + \left(\frac{d1}{d1 + d2} \right) w$$

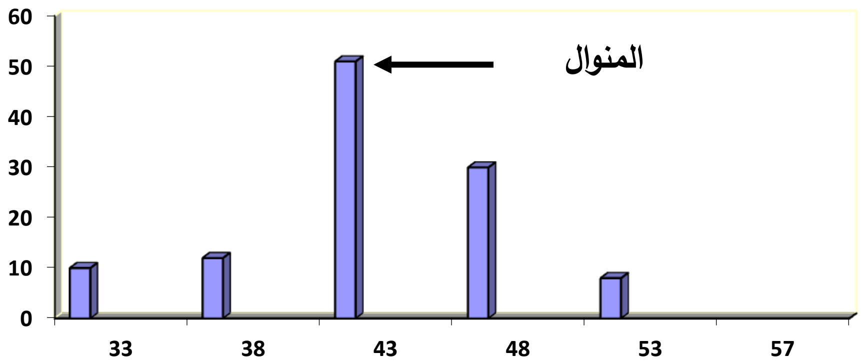
$$= 699.5 + \left(\frac{4}{4+5} \right) 200 \quad = 787.5$$

س3 : من الجدول التوزيع التكراري اوجد بطريقة الرسم الوسيط والمنوال ؟

لعمل الرسم يجب ايجاد التكرار التصاعدي والتنازلي ومقع الالتقاء يمثل الوسيط

الفئات	التكرار	التجمعي التصاعدي		التجمعي التنازلي		مركز الفئة
		فئات	تكرار Fi	فئات	تكرار Fi	
33 – 37	10	اقل من33	0	اكبر من 33	111	35
38 – 42	12	اقل من38	10	اكبر من38	101	40
43 – 47	51	اقل من43	22	اكبر من43	89	45
48 – 52	30	اقل من48	73	اكبر من48	38	50
53 – 57	8	اقل من53	103	اكبر من53	8	55
		اقل من57	111	اكبر من57	0	





س5: اذا علمت ان $\grave{Y} = 25$ اوجد الوسط الحسابي لكل من

a- $Xi = Yi + 5$

$\sum Xi = (\sum Yi + 5)$

$\dot{x} = 25 + 5 = 30$

b- $Zi = 2\,yi + 20$

$= 2\,(25) + 20$

$50 + 20 = 70$

c- $Ui(3/5)\,yi + 10 = (3/5)\,25 + 10 =$

$= 0.6 \times 25 + 10 = 25$

س7: الجدول التالي يمثل نتائج امتحان ثلاث ة شعب في الصف الاول بمادة الاحصاء احسب الوسط الحسابي لجميع الشعب

اسم الشعبة	عدد الطلبة	معدل درجاتهم
أ	35	78
ب	25	75
ج	30	82

$$\grave{Y} = \frac{\sum fi\ yi}{\sum fi} = \frac{35\times 78 + 25\times 75 + 30\times 82}{90}$$

$$= \frac{2730 + 1875 + 2460}{90} = 78.5$$

س8: الجدول التالي بين توزيع الاسر تبعا لعدد الافراد بالاسرة واحسب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

عدد افراد الاسرة	التكرار
1	620
2	1000
3	1420
4	2100
5	800
6	460
المجموع	6400

أ- الوسط الحسابي

$$\grave{Y} = \frac{\sum fi\ yi}{\sum fi}$$

$$= \frac{1\times 620 + 2\times 1000 + \ldots.. + 6\times 460}{6400} = 3.44$$

ب- الوسيط: بما ان العدد زوجي

$$M\bar{e} = n/2\ ,\ n/2+1 = 6/2\ ,\ 6/2+1 = 3\ ,\ 4$$

$$M\bar{e} = \frac{3+4}{2} = 3.5$$

جـ - لايوجد منوال

$$Mo = 0$$

س9: من جدول التوزيع التكراري التالي

فئات المحصول	تكرار الصنف الاول	تكرار الصنف الثاني	مركز الفئة	$1 \sum fi\ yi$	$2 \sum fi\ yi$
25 -20	5	1	22.5	112.5	22.5
31 – 26	18	25	28.5	513	712.5
27 – 32	25	50	34.5	862.5	1725
43 – 38	40	25	40.5	1620	1012
49 – 44	3	20	46.5	193.5	930
55 – 50	22	15	52.5	1155	997.5

1_ لايجاد مركز الفئة:

للصنف الاول = $\frac{25+20}{2} = 22.5$

مركز الفئة للثاني = $\frac{31 + 26}{2} = 28.5$

الوسط الحسابي للاول

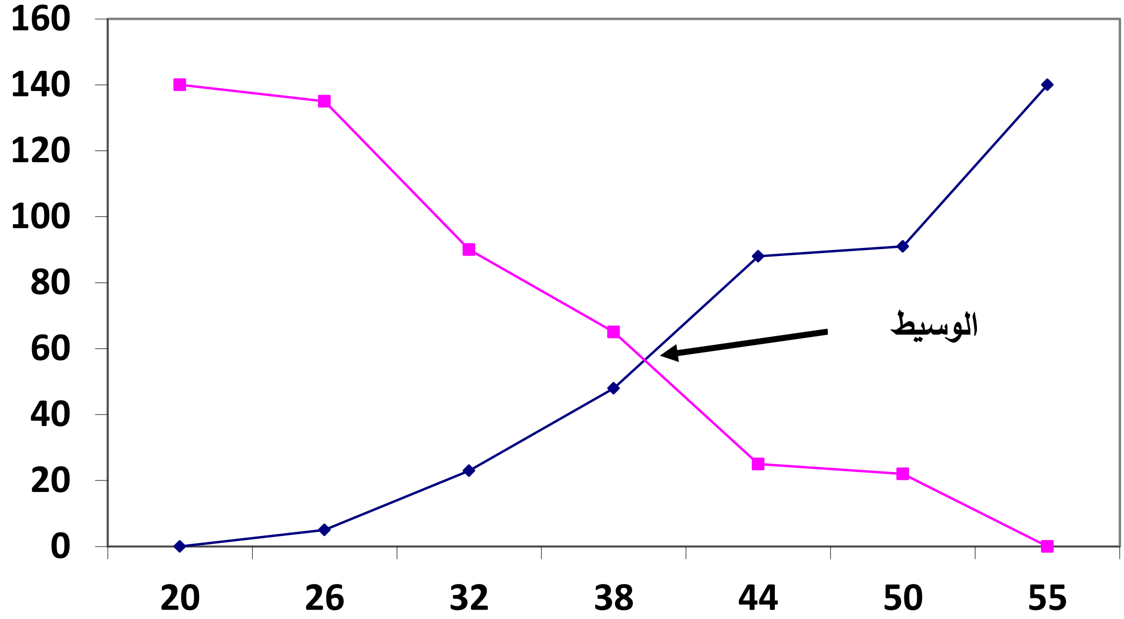
$$\grave{Y}1 = \frac{\sum fi\ yi}{\sum fi} = \frac{5 \times 22.5 + 18\times28.5 + \ldots..+22\times52.5}{140} = 31.446$$

$$\grave{Y}2 = \frac{\sum fi\ yi}{\sum fi} = \frac{1 \times 22.5 + 25\times28.5 + \ldots..+15\times52.5}{140} = 38.571$$

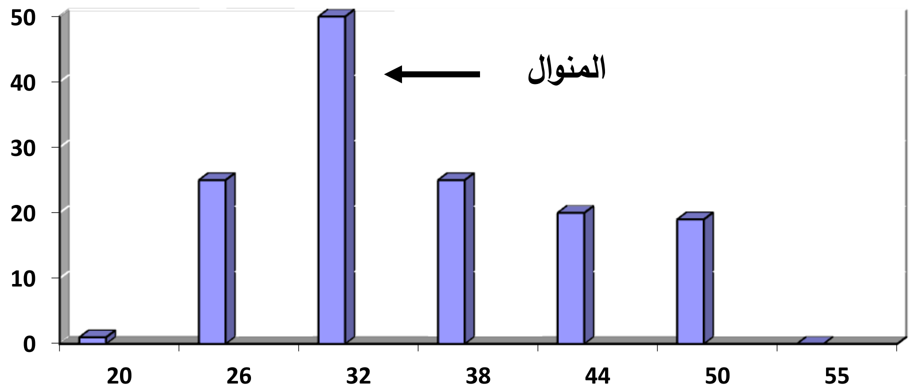
2_ لحساب الوسيط بطريقة الرسم نحتاج الى ترتيب نصاعدي وتنازلي

الفئات	التتكرار التصاعدي	الفئات	التكرار التنازلي
اقل من 20	0	اكبر من 20	140
اقل من 26	5	اكبر من 26	135
اقل من 32	23	اكبر من 32	90
اقل من 38	48	اكبر من 38	65
اقل من 44	88	اكبر من 44	25
اقل من 50	91	اكبر من 50	22
اقل من 55	140	اكبر من 55	0

حساب الوسيط للصنف الاول



لحساب المنوال للصنف الثاني



س10: البيانات التالية تمثل الاجور الاسبوعية لعمال اربعة مصانع اوجد متوسط الاجر الاسبوعي للعمال في جميع المصانع

المصنع	عدد العمال	متوسط اجر العامل(دينار)
1	200	12
2	250	8
3	150	5
4	400	7

$$\grave{Y} = \frac{\sum fi\ yi}{\sum fi}$$

$$= \frac{200 \times 12 + 250 \times 8 + 150 \times 5 + 400 \times 7}{1000}$$

$$= 9.45$$

مقاييس التشتت والإختلاف Measures of Dispersion

التشتت او الاختلاف : يقصد به التباعد او التقارب الموجود بين قيم المشاهدات التابعة لمتغير ما.

- كلما كانت القيمة كبيرة دل على عدم تجانس بيانات العينة
- كلما كانت القيمة صغيرة دل على تجانس العام حول الصفة.

مقاييس التشتت:

اولا: مقاييس التشتت المطلق:

1. المدى The Range
2. الانحراف المتوسط M.D The mean Devition
3. التباين Varionce ورمزه S^2 للمجتمعات الصغيرة وσ^2 للمجتمعات الكبيرة
4. الانحراف القياسي S.D
5. الخطا القياسي S.E

ثانيا: مقاييس التشتت النسبي

معامل الاختلاف C.V ويعبر عنه كنسبة مئوية

تمارين الفصل الخامس

س1: المدى

a- Yi = 2 , 5 , 9 , 11 , 13

A- Range = 13 – 2 = 11

B- $S^2 = \dfrac{\sum yi^2 - \frac{(\sum Yi)^2}{n}}{\text{n}-1}$

التباين

$$S^2 = \frac{22+52+92+112+132-\frac{(2+5+9+11+13\,)2}{5}}{4} = \frac{400-\frac{(40)^2}{5}}{4} = 20$$

الانحراف القياسي

$$\text{c}-\text{S. D} = \sqrt{\text{S}^2} = \sqrt{20} = 4.47$$

D− $S.E = \frac{S.D}{\sqrt{n}} = \frac{4.47}{\sqrt{5}} = 1.99$ الخطا القياسي

E− $M.D = \frac{\sum| Yi - \grave{Y} |}{n}$ الانحراف المتوسط

يجب ايجاد اولا الوسط الحسابي $\grave{Y} = \frac{\sum Yi}{n} = \frac{2+5+9+11+13}{5}$

$$M.E = \frac{|2-8|+|5-8|+|9-8|+|11-8|+|13-8|}{5} = \frac{6+3+1+3+5}{5} = 3.6$$

F− $C.V = \frac{S.D}{\grave{Y}} \times 100:$ معامل الاختلاف

$$C.V = \frac{4.47}{8} \times 100 = 55.88$$

c− Yi = −4 , 2 , −6 , 0 , −4 , 6 , 2 , 4 , 0

1− Range = −6 −(−6) = 12

التباين

$$S^2 = \frac{-42 + 22 + 92 + \cdots..+02 - \frac{(-4+2+-6+\cdots.+0\ )2}{9}}{8} = 16$$

الانحراف القياسي $S.D = \sqrt{S^2} = \sqrt{16} = 4$

$S.E = \frac{S.D}{\sqrt{n}} = \frac{4}{\sqrt{9}} = 1.33$ الخطا القياسي

E– $M.D = \frac{\sum| \text{Yi} - \grave{\text{Y}} |}{n}$ الانحراف المتوسط

$$\grave{\text{Y}} = \frac{\sum \text{Yi}}{\text{n}} = \frac{-4+2\pm 6+\cdots..+0}{9} = 1$$ يجب ايجاد اولا الوسط الحسابي

$$M.E = \frac{|-4-1|+|2-1|+|-6-1|+|.......|+|13-8|}{5} = \frac{5+1+7+\cdots+5}{9} = 3.2$$

$C.V = \frac{S.D}{\grave{\text{Y}}} \times 100$: معامل الاختلاف

$$C.V = \frac{4}{1} \times 100 = 400$$

احصاء عملي   قسم علوم اغذية   المرحلة الاولى

نظرية الاحتمال

- التجربة العشوائية / هي التجربة التي لا يمكن خضوعها لقوانين الاحتمال.
- فضاء العينة/ مجموعة من النقاط تمثل جميع النتائج الممكنة لتجربة ما حيث ان كل نتيجة تمثل بنقطة او عنصر من فضاء العينة.
- قطعة النقود / فضاء العينة 2 ما صورة او كتابة اما اذا كانت قطعين تساوي 4
- الحادث / هو نقطة او عدة نقاط في فضاء العينة ويرمز له Ei
- الحوادث المتنافية (المستبعدة) / يقال عن الحادثين E1 وE2 متنافيان اذا استحال حدوثهما معا. مثل قطعة النقود لايمكن ان تكون صورة مرتان بنفس الوقت.
- الحوادث المستقلة / هي التي اذا وقع احدهما لايمنع ظهور او وقوع الاحداث الاخرى. مثل قطعتين من النقود ممكن ظهور وجه واحد صورة مرتان.
- الحوادث الغير مستقلة هي التي اذا وقع احدهما يؤثر على الاحداث الاخرى. مثل في حالة صندوق به كرات بيضاء وسوداء فعند سحب كرتان على التوالي ولاترجع الى الصندوق فان النتيجة السحبة الثانية تتأثر بنيجة السحبة الاولى .
- الحالات الممكنة / هي جميع الحالات المختلفة التي يمكن ان تظهر في تجربة معينة .
- الحالات المواتية / هي التي تحقق ظهور الحادث المراد دراسته تسمى حالات النجاح . اذا كان الحادث حصول على عدد زوجي فالحلات التي تحقق ظهور الحادث هي الحصول على 2 و 4 و 6 تسمى الحالات المواتية.
- الحالات المتماثلة / هي الحالات المتكافئة والمساوية في امكانية حدوثها .
- مضروب $n!$ / يرمز له $n!$ هو $n! = n(n-1)(n-2) ----1$
  مثلا مضروب 5 هو $5! = 5(4)(3)(2)(1) = 120$
- التباديل/ هي عدد طرق الاختيار المرتب التي يمكن تكةينها في عدة اشياء . وياخذها كلها او بعضها يرمز له nPr اي تباديل r من n .

مثال / لدينا اربعة احرف A.B.C.D اختر حرفان منها فما هي عدد الطرق التي يمكن بها اختيار هذين الحرفين.

الحل/ $nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$

$$4P2 = = \frac{4*3*2*1}{2*1} = 12$$

$\frac{4!}{(4-2)!}$

اي عدد الطرق هي AB AC AD BC BD BA CA DA CB DC DB DC

مثال 2/ كتبت الارقام من 1-9 على بطاقات ووضعت في صندوق ثم سحبت منه 5 بطاقات (الواحدة بعد الاخرى) فكم عدد خماسيا ارقامه مختلفة يمكن تكوينه.

$$9P5 = \frac{9!}{(9-5)!} = \frac{9*8*7*6*5*4*3*2*1}{4*3*2*1} = 15120$$

- ❖ التباديل في حالة وجود مجموعات متشابهة نستخدم القانون التالي $\frac{n!}{M!}$

مثال/ ماهي الطرق الممكنة لترتيب حروف كلمة السلسلة

$$\frac{n!}{M!} = \frac{n!}{m1!\, m2!\, m3!\ \ m4!\ \ m5!} = \frac{10!}{3!\,3!\,1!\,2!\,1!} = 50400$$

عدد الاحرف 10 الكلية

S تكرر 3 مرات

t تكرر 3 مرات

a تكرر 1 مرة

i تكرر 2 مرات

c تكرر 1 مرة

- ❖ التوافيق / هي طرق الاختيار غير المرتب التي يمكن تكوينها من اشياء ياخذها كلها او بعضها ويرمز له nCr او $\binom{n}{r}$ $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

مثال /ما عدد طرق اختيار لجنة مؤلف من 5 اشخاص من مجموعة 9 اشخاص

$$\binom{9}{5} = \frac{9!}{5!(9-5)!} = \frac{9!}{5!(4!)} = \frac{9*8*7*6*5*4*3*2*1}{5*4*3*2*1*4*3*2*1} = 126$$

مثال2/ صندوق به 6 كرات حمراء و4 سوداء و2 بيضاء فبكم طريقة يمكن اختيار 5 كرات بحيث تكون 3 حمراء و2 سوداء

الحل/ عدد طرق اختيار 3 كرات حمراء هو $\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = = 20$

$\frac{6*5*4*3*2*1}{3*2*1*3*2*1}$

- ❖ الاحتمال يرمز $P(EI)$ $P(EI) = \frac{\text{عدد حالات المواتية للحادث}}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$

مثال/ صندوق فيه 3 كرات بيضاء و5 كرات سوداء والكرات متماثلة الحجم مختلفة باللون فاذا سحبت كرة من الصندوق عشوائيا فما هو احتمال ان تكون سوداء

فضاء العينة هو 8 ناتج من جمع 5+3

عدد الحالات الممكنة 8 و الحالات المواتية 5

$P(E)=\frac{5}{8}$

- ❖ الاحتمالات القبلية $P(E)=\frac{\text{عدد ظهور الحادث}}{}$

مثال/ صندوق يحتوي على 6 كرات حمراء و4 بيضاء و5 صفراء فاذا سبحت منه كرة واحدة عشوائية فما هو درجة احتمال ان تكون الكرة

1. حمراء.
2. غير حمراء.

الحل/ كونها حمراء $p(R)=\frac{n}{N}=\frac{6}{15}$

كونها غير حمراء $P(\grave{R})=\frac{N-n}{N}=\frac{9}{15}$

يعني ان $p(R)+P(\grave{R})=1$

تكون درجة الاحتمال 1 يسمى اكيد او 0 يسمى مستحيل

مثال2/ مثال/ صندوق يحتوي على 6 كرات حمراء و4 بيضاء و5 صفراء فاذا سبحت منه كرة عشوائية فاحتمال ان تكون حمراء هو

$p(R)=\frac{n}{N}=\frac{6}{15}$

وان تكون بيضاء هو $p(W)=\frac{n}{N}=\frac{4}{15}$

وان تكون صفراء هو $p(Y)=\frac{n}{N}=\frac{5}{15}$

من هذا يتضح بان $p(R)+p(W)+p(Y)=1$

قانون الجمع

1- اذا كانت الاحداث متنافية نستخدم القانون التالي

$$p(E1+E2)=P(E1)+P(E2)$$

مثال: صندوق يحتوي على 4 كرات سوداء و5 بيضاء فاذا سحبت كرة واحدة فما هو احتمال ان تكون اما سوداء او بيضاء

$$p(B+W)=P(B)+P(W)$$

2- اذا كانت الاحداث غير متنافية نستخدم القانون التالي

كرات سوداء 4 ، بيضاء 5 ، حمراء 3 فضاء العينة 12

$$p(E1+E2)=P(E1)+P(E2)-P(E1E2)$$

مثال: اذا الرجل A يصيب هدفا ما باحتمال $\frac{1}{4}$ وان الرجل B يصيب نفس الهدف باحتمال اصابة الهدف اذا صوب A وB نحو الهدف؟

الحل:

$$p(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

نستخرج A وB

$$P(AB)=\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$$

$$=\left(\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{2}{5}\right)-\left(\frac{1}{10}\right)=\frac{11}{20}$$

قانون الضرب

1- اذا كانت الاحداث مستقلة

مثال/ صندوقان يحتوي الاول على 4 كرات بيضاء و2 سوداء والثاني يحتوى على 3 كرات بيضاء و5 سوداء فاذا سحبت كرة من منها ماهو احتمال ان تكونا سوداوين؟

الحل/ $P(B1B2)=P(B1)P(B2)$

$$=\left(\frac{2}{6}\right)\left(\frac{5}{8}\right)=\frac{10}{48}$$

2- اذا كانت الاحداث غير مستقلة

مثال/ صندوق به 5 كرات حمراء و3 سوداء فاذا سحبت كرتان سوية (او سحبت كرتان على التوالي بدون ارجاع الكرة الاولى الى الصندوق) ما هو احتمال ان تكون كلتاهما سوداء؟

الحل/ احتمال الحصول على كرة سوداء في السحبة الاولى هي

$$P(Bi)=\frac{3}{8}$$

اما اسحبة الثانية (بدون ارجاع الكرة المسحوبة الى الصندوق) فاذا احتمال ان تكون الكرة سوداء هو

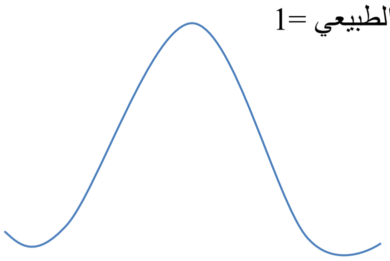
$$P(B2|B1)=\frac{2}{7}$$

$$P(B1B2)=P(B1)P(B2|B1)=\left(\frac{3}{8}\right)\left(\frac{2}{7}\right)=\frac{6}{56}$$

التوزيع الطبيعي Normal Distribution

المنحني الطبيعي يكون:

1. شكله على هيئة ناقوس.
2. وتتركز المشاهدات حول الوسط الحسابي بحيث يقسم المنحني الى قسمين متساوين لذلك فان ارتفاع المنحني حول Y=M+2S يكون مساوي لارتفاع المنحني حول Y=M- 2S
3. المنحني يتناقص بالارتفاع كلما ابتعدنا عن الوسط الحسابي ولكنهما لا يلتقيان على المحور السيني ابدا
4. مجموعة المساحة الكلية تحت المنحني الطبيعي =1



التوزيع الطبيعي القياسي/ هو توزيع طبيعي له متوسط حسابي = صفر وانحراف قياسي = 1 ويرمز للمتغير العشوائي بالرمز Z

مثال/ اذا كان الوسط الحسابي لتوزيع طبيعي هو M=50 وانحراف قياسي له S=10 فاوجد Z1 وZ2 بحيث ان P(45<Y<62) = P(Z1<Z<Z2)

الحل/ $Z1 = \frac{Y1-M}{S} = \frac{45-50}{10} = -0.5$

$$Z2 = \frac{Y2-M}{S} = \frac{62-50}{10} = 1.2$$

P(45<Y<62) = P(-0.5<Z<1.2)

مثال/ نوع معين من بطارية سيارات متوسط مدة استهلاكه = 3 سنوات وانحراف قياسي 0.5 سنة فاذا كانت مدة استهلاكه يتبع التوزيع الطبيعي ما هو احتمال بطارية معينة ستستهلك باقل من 2.3 سنة

$$Z = \frac{Y1-M}{S} = \frac{2.3-3}{0.5} = -1.4$$

P(Y<2.3) = P(Z<-1.4)

مثال/ اذا كان متوسط انتاج الدونم من الذرة الصفراء هو 800 كغم وبانحراف قياسي قدره 40 كغم وان المحصول يتبع التوزيع الطبيعي ما هو احتمال ان النبات يعطي محصول بين 778 و 834 كغم

الحل $Z1 = \frac{Y1-M}{S} = \frac{778-800}{40} = -0.5$

$$Z2 = \frac{Y2-M}{S} = \frac{834-800}{40} = 0.58$$

P(778<Y<834) = P(-0.5<Z<0.58)= 0.8023-02912= 0.5111

اي ان 51% من النباتات يعطي محصولا بين 778 و 834

س1 اذا كان متوسط اطوال 500 طالب في احدى المدارس هو 151 سم وبانحراف قياسي قدره 15 سم افرض ان الاطوال تتوزع توزيعا طبيعيا اوجد القيمة المتوقعة للطلبة الذي

1. اطوالهم بين بين 120 و 155سم
2. اطوالهم اكثر من 181 سم
3. اطوالهم اقل من 128سم

الحل/

$$Z = \frac{Y1-M}{S} = \frac{120-151}{15} = -2.07$$

$$Z2 = \frac{Y1-M}{S} = \frac{155-150}{15} = 0.72$$

P(120<Y<155) = P(-2.07<Z<0.27)= 0.6064-0.0192= 0.5872

اي حوالي 60 % من الطلبة تقع اطوالهم بين 120 و155 سم

اذن عدد الطلبة = 0.60 × 500 = 300 طالب

- 2

$$Z = \frac{Y1 - M}{S} = \frac{181 - 151}{15} = \frac{30}{15} = 2$$

P(Y<181) = P(-Z<2)= 1- P(Z<2)= 1-(0.9772)= 0.0228

اي حوالي 2% من الطلبة اطوالهم اكثر من 181 سم

اذن عدد الطلبة 0.02 × 500 = 15 طلاب

-3

$$Z = \frac{Y1 - M}{S} = \frac{128 - 151}{15} = \frac{23}{15} = -1.53$$

P(Y<128) = P(-Z<-1.53)= 0.0630

اذن طول 6.3 % من الطلبة اطوالهم اقل من 128

اذن عدد الطلبة 0.063 ×500 = 32 طالب

الفصل الثالث عشر

اختبار الفرضيات Test of Hypotheses

الفرضية الإحصائية Statistical Hypotheses :- هي عبارة عن ادعاء أو تصريح حول معلومة معينة أو عدة معلومات في آن واحد وتخص مجتمع أو عدة مجتمعات وهذا الادعاء قد يكون صحيحا أو خاطئا.

يوضع هذا الادعاء كأساس مبتدئي (أولي) لتفسير ظاهرة معينة موجودة في المجتمع وبناء على هذا التحليل يؤخذ القرار المناسب حول القبول أو الرفض

أنواع الفرضيات:

1. فرضية العدم Null Hypotheses وهي الفرضية التي يضعها الباحث على امل ان يرفضها ويرمز لها بـ H0
2. الفرضية البديلة Alternative Hypotheses وهي الفرضية التي يستخدمها الباحث بعد رفض فرضية العدم ويرمز لها بـ H1 .

هذه الفرضيات تقاس عند مستويات معنوية معينة للتجارب الزراعية نأخذ عند مستوى احتمال 0.05 , 0.01 α وهي درجة الاحتمال الذي ترفض فيه فرضية العدم.

يوجد نوعين من الأخطاء يقع فيها الباحث أثناء العمل

1. الخطأ من النوع الأول Type 1 error وهو الخطأ الذي يقع فيه الباحث عندما يرفض فرضية العدم وهي صحيحة.
2. الخطأ من النوع الثاني Type 2 error وهو الخطأ الذي يقع فيه الباحث عندما يقبل فرضية العدم وهي خاطئة.

المختبر الإحصائي: Test-Statistic (Cal Z) اختيار المختبر الإحصائي سيكون قاعدة وأساسا لاختبار الفرضيات وهذا يختلف حسب الحالات التي ندرسها ، اختبار تتعلق بمجتمع واحد أو مجتمعين أو نسبة واحدة أو نسبتين والقانون يكون مختلف في كل حالة

القانون عند وجود متوسط لمجتمع واحد وهي الحالة البسيطة

$$Z = \frac{Y - Mo}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

بعد إيجاد Z المحسوبة تقارن بـ Z الجدولية ثم نرسم المنحنى الطبيعي ونحدد مناطق الرفض والقبول لتحديد القرار

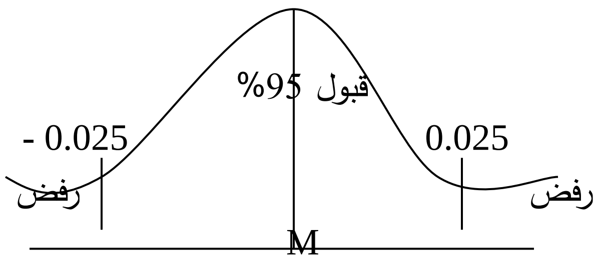
<u>خطوات اختبار الفرضيات Steps of test</u>

1. صياغة الفرضيات (H0 و H1) حسب منطوق السؤال
2. تحديد مستوى المعنوية (0.01 , 0.05) وهذه المستويات في العمل الزراعي
3. تحديد مناطق الرفض والقبول على الرسم Rejection and acceptation Region
4. تحديد قيمة المختبر الإحصائي (Cal Z)
5. اتخاذ القرار Decision بناءا على موقع القيم من مناطق الرفض والقبول

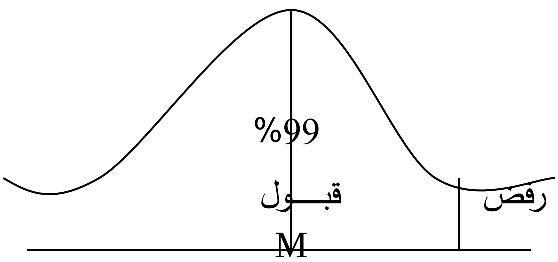
<u>هنالك ثلاث حالات للاختبار (لحل الأسئلة)</u>

1. الحالة الأولى يسمى اختبار ذو طرفين Two Tailed Test: وهذا النوع من الاختبار لايحل إلا إذا كان صياغة الفرضيات بالشكل الأتي $H0 = M = ?$ و $H1 \neq M = ?$ أي لا تساوي القيمة نفسها

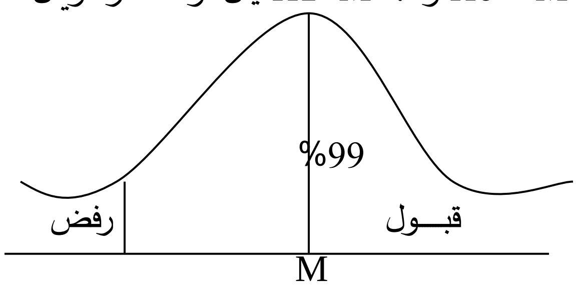
نقسم مستوى المعنوية على 2 أي $0.05/2 = 0.025$



2. الحالة الثانية: اختبار ذو طرف واحد لليمين Right One Buled : صياغة الفرضيات بالشكل الأتي $H0 = M = ?$ و $H1=M > ?$ يكبر او يزيد او يعلو



3. الحالـة الثانيـة: اختبار ذو طرف واحد لليسار Left One Buled test : صياغة الفرضيات بالشكل الأتي ? = H0 = M و ?>H1=M يقل او اصغر اويقل



تمارين 13 ص308

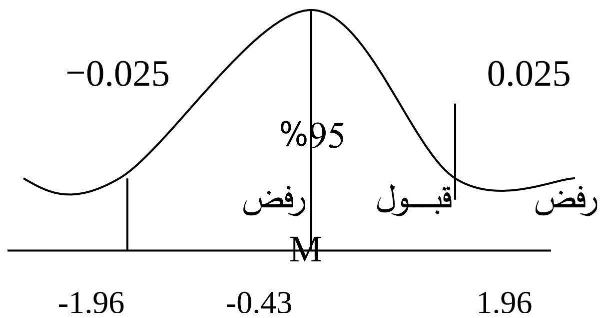
س3:ادعت احدى شركات بيع عصير الطماطـة بان نسبة فتامين c فـي العلبـة يساوي 23 ملغم / 100 غم وبـانحراف قياسي قدره 8 ملغم / 100 غم فاذا كان متوسط نسبة فتامين c في عينـة مؤلفة من 49 علبـة هو 22.5 ملغم / 100 غم فهل ادعاء الشركة صحيح تحت مستوى احتمال 5%؟

الحل/

فرضية العدم $Ho : M = 23$

ب. الفرضية البديلة $H1 : M \neq 23$

α 0.05\2 = 0.025



$$Z = \frac{Y - Mo}{\frac{S}{\sqrt{n}}} =$$

$$Z = \frac{22.5 - 23}{\frac{8}{\sqrt{43}}} = -0.43$$

بما Z محسوبة واقعة بالقبول نقبل فرضية العدم ونرفض البديلة.

مثال/ ينتج معمل للتعليب قناني فاكهة معلبة متوسط وزنها 15 باوند وبانحراف قياسي 0,5 اخذت عينة مكونة من 50 علبة وجد ان متوسط وزنها 14,8 باوند فاذا كان وزن العلب متغير عشوائيا بتوزيع طبيعي فهل لازال المعمل ينتج 15 باوند مستوى المعنوية 5% :

أ. فرضية العدم $Ho : M = 15$

ب. الفرضية البديلة $H1 : M \neq 15$

$Z\alpha = 1.96 \quad \grave{Y} = 14.8 \quad n = 50 \quad S = 0.5$

$$Z = \frac{Y - Mo}{\frac{S}{\sqrt{n}}} =$$

$$Z = \frac{14.8 - 15}{\frac{0.5}{\sqrt{50}}} = -2.83$$

بما ان قيمة Z المحسوبة هي اقل من الجدولية لذ نرفض العدم ونقبل البديلة.

مثال2:/ معدل انتاج الحنطة في 5 سنوات السابقة 1600كغم اخذت عينة عشوائية في 81 نبات من سلالة جديدة متوسط انتاجها 1630 كغم وبانحراف قياسي 15 كغم ماهي نتائج العينة تحت مستوى معنوية α=1%.

α=1% Z الجدولية =2.33، $S=15 \quad n = 81 \quad \grave{Y} = 1630$

$Ho : M = 1600$

$H1 : M \neq 1600$

$$Z = \frac{Y - Mo}{\frac{S}{\sqrt{n}}} =$$

$$Z = \frac{1630 - 1600}{\frac{15}{\sqrt{81}}} = 18$$

بما ان قيمة Z المحسوبة هي اكثر من الجدولية لذ نرفض فرضية العدم ونقبل البديلة.

مثال3:١ انتخب صنف من بنجر السكر نسبة السكر فيه لاتقل عن 18% بانحراف قياسي 2,5 غم اخذت عينة عشوائية مؤلفة من 36 راس من بنجر السكر وكان وسطها الحسابي 17,2 غم فهل الادعاء صحيح عند مستوى معنوية 5%.

أ. فرضية العدم $Ho : M \geq 18$

ب. الفرضية البديلة $H1 : M \leq 18$

$Z\,\alpha = -1.65$ منطقة الرفض $\grave{Y} = 17.2 \quad n = 36 \quad S = 2.5$

$$Z = \frac{Y - Mo}{\frac{S}{\sqrt{n}}} =$$

$$Z = \frac{17.2 - 18}{\frac{2.5}{\sqrt{36}}} = -1.9$$

بما ان قيمة Z المحسوبة هي اقل من الجدولية لذ نرفض فرضية العدم ونقبل البديلة.

المحاضرة الحادي عشر   مبادئ إحصاء   قسم الصناعات الغذائية

الفصل السابع عشر

الانحدار والارتباط البسيط

Simple Regression and correlation

اولا : الانحدار :- يقسم الانحدار الى قسمين

1- انحدار بسيط: يشمل متغيرين فقط احدهما مستقل والاخر معتمد (Y) .

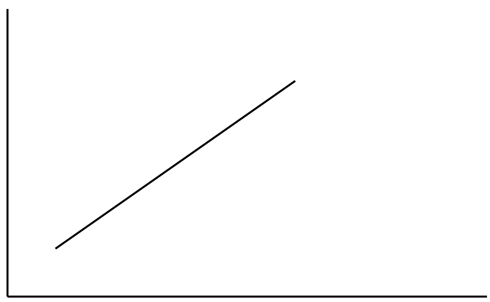
2- انحدار متعدد: ويشمل على اكثر من متغيرين احدهما معتمد والاخرين متغيرات مستقلة (X1,X2.........Xn).

نفرض باننا نريد التنبؤ بالدرجة النهائية لطالب في مادة الاحصاء (Y)معتمدين بذلك على معدل درجته الفصلية في الاحصاء (X) لذا فان (X,Y) تمثل النتيجة لاي طالب في المجتمع.

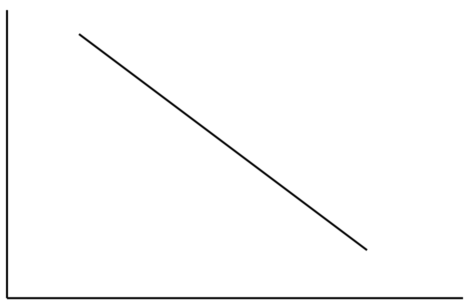
يعني ان المتغير العشوائي Y تابع لقيمة ثابتة وهي X.

ان هذا التوزيع الطبيعي هو كاي توزيع طبيعي اخر ولكنه يختلف بكونه مشروطا فهو يعتمد على قيمة معينة من X. هنالك منحنى يسمى منحنى الانحدار اذا كتن هذا المنحني مستقيما يسمى انحدار خطي يمكن تمثيله بمعادلة خط الانحدار وهي $\acute{y}x = a + bx$ ان الثابت a هو معدل قيمة y عندما تكون $x = 0$ ويعرف الثابت b فهو ميل خط انحدار المجتمع ويسمى معامل انحدار y على x .

عندما تكون قيمة b موجبة يكون اتجاة خط الانحدار بالشكل الاتي



وعندما تكون القيمة سالبة يكون اتجاه خط الانحدار بالشكل الاتي



قانون الانحدار:

$$b=\frac{\sum xiyi-\frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}}{\sum xi^2-\frac{(\sum xi)^2}{n}}$$

وان قيمة a تساوي $a = y - bx$

مثال: البيانات التالية تمثل الدرجات الفصلية زالدرجة النهائية في درس الاحصاء لاثني عشر طالب اوجد معادلة خط الانحدار

xi	Yi	Xi^2	Yi^2	xiyi
65	85	4225	7225	5525
50	74	2500	5476	3700
55	76	3025	5776	4180
65	90	4225	8100	5850
55	85	3025	7225	4675
70	87	4900	7569	6090
65	94	4225	8836	6110
70	98	4900	9604	6860
55	81	3025	6561	4455
70	91	4900	8281	6370
50	76	2500	5776	3800
55	74	3025	5476	4070
725	1011	44475	85905	61685

$$b=\frac{\sum xiyi-\frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}}{\sum xi^2-\frac{(\sum xi)^2}{n}}$$

$$=\frac{61685-\frac{(725)(1011)}{12}}{4475-\frac{(725)^2}{12}}=0.897$$

$a = y-bx$

$= 84.250 - (0.897)(60.417) = 30.056$

معادلة خط الانحدار وهي $\acute{y}x = a + bx$

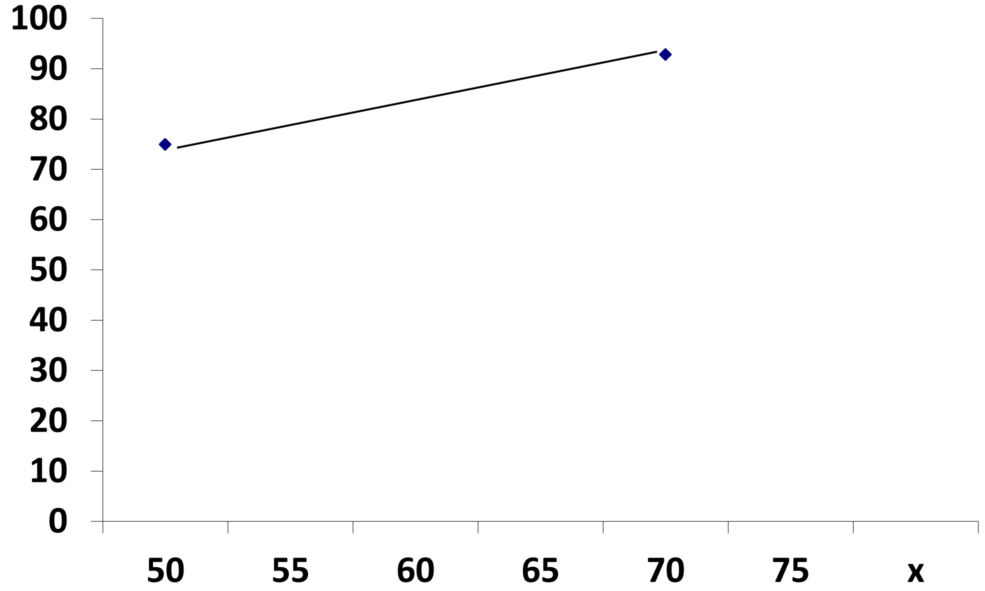
$$= 30.056 + 0.897\,x$$

لو عوضنا عن أي قيمتين مثلا 70 و50

$$Y50 = 30.056 + 0.897(50) = 74.9$$

$$Y70 = 30.056 + 0.897(70) = 92.8$$

والخط المستقيم الذي يمر بهاتين النقطتين هو خط الانحدار



ثانيا: الارتباط البسيط:-ان كلا المتغيرين x,y هما متغيران وان كلا منهما يتبع التوزيع الطبيعي وان معامل الارتباط البسيط هو مقياس لدرجة الترابط او الالتزام بين المتغيرين المستقلين.

يرمز له بالرمز r

القانون:

$$r = \frac{\sum xiyi - \frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}}{\sqrt{(\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n})(\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n})}}$$

مثال: احسب معامل الارتباط للبيانات التالية والتي تمثل طول وعرض الورقة لنبات ما:

نرمز لعرض الورقة x وطول الورقة y

Xi	Yi	xiyi	Xi^2	Yi^2
13	15	195	169	225
19	22	418	361	484
13	13	169	169	169
18	20	360	324	400
14	13	182	196	169
17	20	340	289	400
14	15	210	196	225
17	19	323	289	361
15	15	225	225	225
16	18	288	256	324
165	170	2710	2474	2982

$$r = \frac{\sum xiyi - \frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}}{\sqrt{(\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n})(\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n})}}$$

$$= \frac{2710 - \frac{(156)(170)}{10}}{\sqrt{(2474 - \frac{(156)^2}{10})(2982 - \frac{(170)^2}{10}}} = 0.95$$