

قسم الغابات  
المرحلة الاولى  
مبادئ علم الاحصاء  
المحاضرة الاولى

## الفصل الأول

### الإحصاء Statistics

**الإحصاء Statistics :** يقصد بالإحصاء العد أو التعداد أو عدد الأشياء أو جمع بيانات عنها .  
**وعلم الإحصاء** " هو ذلك العلم الذي يعمل على استخدام الأسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وتبويبها وتلخيصها وعرضها وتحليلها بهدف الوصول إلى استنتاجات وقرارات مناسبة " .

#### أهمية الإحصاء في التربية :

يلعب الإحصاء دوراً كبيراً في مجال التربية وعلم النفس ، إذ أصبح من الضروري لكل من له علاقة بهذين المجالين أن يكون ملماً بالطرق الإحصائية سواء كان معلماً أو إدارياً أو مخططاً ... الخ ، لذا يمكن إيجاز أهمية دراسة الإحصاء بالنقاط الآتية :

- ١) تساعد الطرق الإحصائية المختلفة على وصف الظواهر النفسية والتربوية وصفاً دقيقاً .
- ٢) تمكن الباحث من أن يكون دقيقاً ومحدداً في خطوات تفكيره لحل المشكلات .
- ٣) تساعد على تلخيص نتائج البحوث بطريقة سهلة ومفيدة .
- ٤) يمكن الوصول إلى نتائج يمكن الاستفادة منها وتعميمها .
- ٥) تساعد على التنبؤ بالظواهر المختلفة وعلى معرفة امكانية حدوث مثل هذه الظواهر ومقدار وشروط حدوثها وكيفية تعديل مواعيد حدوثها .

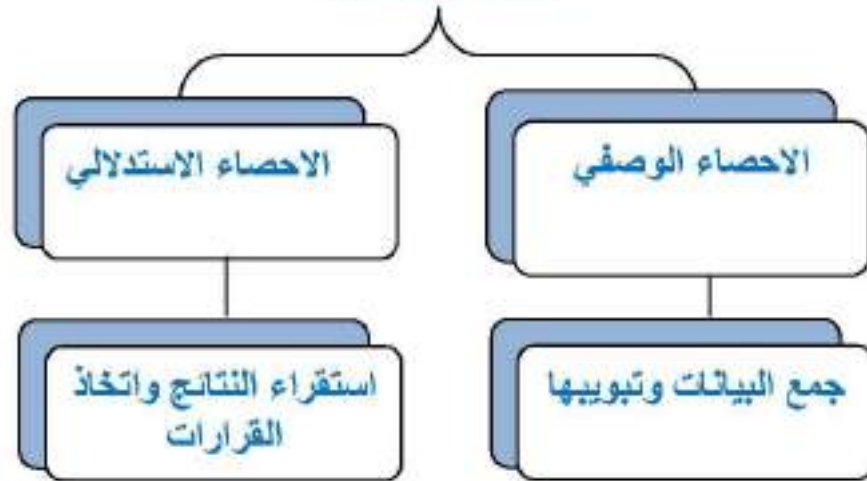
#### أما أهميته بالنسبة للمعلم فتتمثل في :

- ١- يساعده في عرض نتائج تلاميذه بشكل بيانات مبوبة .
- ٢- يساعده في التعرف على نسبة النجاح والرسوب .
- ٣- يساعده في ترتيب تلاميذه بحسب درجاتهم .
- ٤- يساعده في المقارنة بين الصفوف والشعب .
- ٥- يساعده في فهم وتفسير النتائج للبحوث التربوية والنفسية .
- ٦- يساعده في إجراء البحوث التربوية والنفسية .

الخطوات المنهجية للتحليل الإحصائي في البحث العلمي :

- ١) **جمع البيانات** : هو عملية الحصول على المعلومات أو قيم المشاهدات أو القياسات للتجارب التي يجريها الإحصائي .
- ٢) **تنظيم البيانات وعرضها** : هي عملية وضع المعلومات في جداول هندسية وعرضها بطريقة مناسبة كالأشكال الهندسية والرسوم البيانية وغيرها .
- ٣) **تحليل البيانات** : هي عملية إيجاد قيم لمقاييس واقتراعات معينة تحدد قيمها من البيانات موضع الدراسة .
- ٤) **استقراء النتائج واتخاذ القرارات** : وهي الاستنتاجات التي يصل إليها الباحث وتكون على شكل تقديرات أو تنبؤات أو تعميمات أو قرار برفض أو قبول الفرضيات الإحصائية .

### أقسام علم الإحصاء



يقسم علم الإحصاء إلى قسمين :

#### ١- الإحصاء الوصفي Descriptive :

ويتضمن هذا النوع الطرق والأساليب المستخدمة في جمع البيانات والمعلومات عن ظاهرة معينة أو مجموعة ظواهر وكيفية تنظيم وتصنيف وتبويب هذه البيانات مع إمكانية عرضها في جداول ورسومات بيانية ، وحساب بعض المؤشرات الإحصائية منها .

- ملخص جيد لمجموعة كبيرة من المعلومات والبيانات .
- أهم صور التصنيف جداول التوزيع التكراري والرسوم البيانية التي تعبر عن هذا التوزيع .
- أما التلخيص فيتخذ ثلاثة صور هي :

- \* النزعة المركزية " المتوسط ، الوسط المرجح ، الوسيط ، المنوال " .
- \* القشنت " الانحراف المعياري ، الانحراف المتوسط / التباين ، معامل الالتواء " .
- \* العلاقة أو الارتباط والانحدار .

## ٢- الإحصاء الاستدلالي Inferential :

- وهو الشطر الآخر من علم الإحصاء الذي يشمل الطرق الإحصائية التي تهدف الى عمل استنتاجات واستدلالات حول المصدر الذي جمعت منه البيانات.
- ❖ يعد مكملاً للإحصاء الوصفي ، إذ يقدم الإحصاء الوصفي خصائص الظاهرة ومواصفاتها ، في حين يؤكد الإحصاء الاستدلالي مدى صحة حدوث الظاهرة .
- ❖ يهتم الإحصاء الاستدلالي بالتحليل والتفسير والاستنتاج واختيار الفروض واتخاذ القرارات بالاعتماد على نتائج العينات التي تمثل جزءاً مسحوباً من المجتمع .

### وتتضمن فرعين هما :

- أ- **التقدير** : ويهتم بإيجاد قيم تقديرية للاستدلال منها على القيم الحقيقية لمصدر جمع البيانات.
- ب- **اختبار الفرضيات** : ويتضمن اختبار الفرضيات التي توضع كتفسير أولي للظاهرة المراد دراستها للوصول منها الى قرار بقبولها أو رفضها.

### المفاهيم الأساسية في دراسة الإحصاء

- طبيعة البيانات الإحصائية** : عند جمع بيانات حول ظاهرة ما فإننا نرسم للظاهرة بالرمز (x) ونرمز لكل مفردة أو مشاهدة منها بالرمز  $(x_i)$  .
- المتغير Variable** هو أي ظاهرة تظهر اختلافات بين مفرداتها ويرمز له بالرمز x أو أي رمز آخر مثل z , y ..... الخ .
- وتقسم المتغيرات الى نوعين :



١- متغيرات وصفية أو نوعية: **Qualitative Variables**

وهي تلك الظواهر أو الصفات التي لا يمكن قياسها مباشرة بالأرقام العددية ، ولا يمكن إجراء العمليات الحسابية عليها . مثل : صفة لون العيون ( أزرق ، أسود ، بني ، ... ) ، والحالة الاجتماعية ( غني ، متوسط الحال ، فقير ، ..... ) ، وغيرها من الظواهر .

٢- المتغيرات الكمية : **Quantitative Variables**

وهي تلك الظواهر أو الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بالأرقام العددية ، ويمكن إجراء العمليات الحسابية عليها . مثل : صفة الطول ، الوزن ، كمية المحاصيل ، ..... الخ . والمتغيرات الكمية تنقسم الى قسمين :

أ- المتغيرات الكمية المتصلة (مستمرة) **Continuous Variables**

وهي المتغيرات التي تأخذ المشاهدة أو الظاهرة فيها أية قيمة رقمية في مدى معين سواء كانت أعداد صحيحة أو كسرية .

مثلاً فرضنا أن أطوال طلبة يتراوح بين 190 – 150 سم فهذا يعني :

$$150 \leq x \leq 190$$

ومن أمثله أيضاً : الوزن ، كمية المحاصيل الزراعية ، درجات الحرارة ، الزمن ، ..... الخ .

ب- متغيرات الكمية المنفصلة (غير مستمرة ، متقطعة) **Discrete Variables**

وهي المتغيرات التي تأخذ المشاهدة أو الظاهرة فيها قيماً متباعدة أو متقطعة غير مستمرة .

أي تكون منفصلة عن بعضها ، مثل غرف المنزل .

مثلاً إذا كان عدد طلبة في 4 صفوف هو 32 ، 30 ، 27 ، 25 فإن قيم المتغير  $x$  هي

$$x = 25 , 27 , 30 , 32$$

وأيضاً عند رمي حجر الزهر نرد نجد إن النتيجة تكون أحد الوجوه الآتية 5 ، 4 ، 3 ، 2 ، 1

$$X = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \text{ : أي أن}$$

ومن أمثله أيضاً : عدد الطلبة ، عدد الثمار في الأشجار ، عدد أفراد العائلة ..... الخ .

أي أنها تكون أعداد صحيحة فقط بدون كسور .

مثال :حدد نوع المتغيرات الآتية

| نوع المتغير         | وصفي | كمي متصل | كمي منفص |
|---------------------|------|----------|----------|
| درجة الذكاء         |      |          |          |
| نوع الكلية          |      |          |          |
| رقم الهاتف          |      |          |          |
| الدخل الشهري للأسرة |      |          |          |
| فصيلة الدم          |      |          |          |
| عدد أطفال الأسرة    |      |          |          |
| لون البشرة          |      |          |          |
| الجنس               |      |          |          |

مثال : إذا كانت أعمار ( 5 ) طلاب هي : 20 , 19 , 21 , 22 , 24 سوف تكتب

$$x = 20, 19, 21, 22, 24$$

أي أن  $x_1 = 20$  القيمة الأولى للمتغير  $x$

$X_2 = 19$  القيمة الثانية للمتغير  $x$

$X_5 = 24$  القيمة الخامسة للمتغير  $x$

**القياس Measurement :** هو عملية تحديد درجة امتلاك الفرد سمة معينة . مثلاً مقول أن الطالب

حصل على ٧٢% في مادة الاحصاء .

**المجتمع Population** هو جميع القيم أو المفردات التي يمكن أن يأخذها المتغير . مثل : درجات

طالبة في كلية ما فإن المجتمع هو درجات جميع الطلبة في تلك الكلية .

والمجتمع أما أن يكون :

أ- مجتمع محدد أ منتهي **Finite Population**

أي يمكن حصر عدد أفراداه ، مثل : عدد أفراد عائلة ، عدد الطلبة الناجحين ، ..... الخ .

### ب- مجتمع غير محدد أو غير منتهي **Infinite Population**

وهو المجتمع الذي من الصعب أو المستحيل حصر عدد أفراده ، مثل : عدد الأسماك في النهر ، عدد الطيور ، عدد الميكروبات في الجو .... الخ .

**العينة Sample** هي مجموعة من المشاهدات أو المفردات اختيرت بطريقة ما من المجتمع، وهي مجموعة جزئية منه ،

وإن سبب اختيار العينة من المجتمع هو صعوبة دراسة المجتمع ككل إذ إنه قد يتطلب وقت وجهد كبيرين . ويجب أن تكون العينة ممثلة للمجتمع أي أنها تكون ممثلة لصفات المجتمع الأصلي ويمكن استنتاج خواصه منها .

### أنواع العينات :

يوجد نوعان من العينات في ضوء طريقة اختيارها وهي :

#### أ- العينة القصدية :

ويتم سحبها بطريقة ليست عشوائية ( قصدية ) وبحسب غرض الباحث ، وتستخدم في الحالات التي منها الحصول على تقديرات تقريبية لتكوين فكرة سريعة عن مشكلة معينة أو لاختيار الاستثمار الإحصائية للتأكد من صلاحيتها .

#### ب- العينة العشوائية :

وتعني الاختيار العشوائي وإتاحة الفرصة أمام جميع أفراد المجتمع ليظهروا في العينة .

### المؤشر :

وهو قيمة تصف المجتمع مثل المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للمجتمع ... الخ.

### الرموز الإحصائية **Statistical notations**

وهي عبارة عن أحرف أو أشكال تستخدم بدل الكلمات للسهولة . ومنها :

| الرمز    | الكلمة      |
|----------|-------------|
| $\Sigma$ | المجموع     |
| $f_i$    | التكرار     |
| R        | المدى       |
| X        | قيمة مشاهدة |

|            |                           |
|------------|---------------------------|
| $\bar{X}$  | الوسط الحسابي للعينة      |
| $M$        | الوسط الحسابي للمجتمع     |
| $Me$       | الوسيط                    |
| $Mo$       | المنوال                   |
| $\sigma^2$ | التباين للمجتمع           |
| $S^2$      | التباين للعينة            |
| $\sigma$   | الانحراف المعياري للمجتمع |
| $S$        | الانحراف المعياري للعينة  |
| $R$        | معامل ارتباط بيرسون       |
| $P$        | معامل ارتباط سبيرمان      |

وغيرها من الرموز الإحصائية التي سيتم تناولها أثناء الدراسة الحالية .

### المجموع ( Summation ) ( $\Sigma$ ) :

إن الرمز  $\Sigma$  يشير إلى عملية الجمع ، وهو حرف أغريقي يلفظ (Sigma) .  
وإن (  $i, n$  ) هما حدا المجموع .

(  $i$  ) يمثل دليل لتسلسل الأعداد عند عملية الجمع ، فإذا كان  $i = 1$  فإن ذلك يعني القيمة الأولى ، وإذا كان  $i = 5$  فإن ذلك يعني القيمة الخامسة ، وهكذا .

والعملية  $\sum_{i=1}^{50} x_i$  تقرأ : ( مجموع مشاهدات (قيم المتغير  $X$ ) ابتداءً من القيمة الأولى

$i = 1(x_1)$  وانتهاءً بالقيمة الأخيرة (  $x_{50}$  )  $i = 50$  )

أو بشكل أكثر اختصاراً ( مجموع  $x_i$  :  $i$  من 1 إلى 50 ) .

وبشكل عام إذا كان هناك عدد من المشاهدات (قيم المتغير  $x$  كميات عددها  $n$  فإن المجموع الكلي

يتم التعبير عنه بالشكل :



قسم الغابات  
المرحلة الاولى  
تصميم وتحليل تجارب  
المحاضرة الثانية

$$\sum_{I=1}^n X_i \quad i = (1 - n)$$

القواعد الخاصة بالمجموع :

١- يرمز لمجموع عدد المشاهدات (قيم المتغير  $x$ ) ابتداءً من المشاهدة الأولى وحتى الأخيرة بالرمز

$$\sum_{I=1}^n X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$$

**Ex.** If  $X = 1, 2, 3, 4, 5$  find

$$\begin{aligned} \sum_{I=1}^n x_i &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \\ &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 \end{aligned}$$

٢- وهناك مجموع جزئي مثل  $\sum_{I=3}^5 x_i$  (أي مجموع المشاهدات الثالثة والرابعة والخامسة).

٣- ويرمز لمجموع مربعات عدد من المشاهدات (قيم المتغير  $X$ ) بالرمز :

$$\sum_{I=1}^n x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2$$

ففي المثال السابق :

$$\begin{aligned} \sum_{I=1}^n x_i^2 &= (1)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (4)^2 + (5)^2 \\ &= 1 + 4 + 9 + 16 + 25 \\ &= 55 \end{aligned}$$

٤- يرمز لمربع مجموع عدد من المشاهدات (قيم المتغير  $X$ ) بالرمز :

$$\left( \sum_{I=1}^n x_i \right)^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)^2$$

ففي المثال السابق فإن :

$$\begin{aligned} \left( \sum_{i=1}^5 x_i \right)^2 &= (1 + 2 + 3 + 4 + 5)^2 \\ &= (15)^2 \\ &= 225 \end{aligned}$$

**ملاحظة:** نستنتج من 3 , 4 بأن :

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 \neq \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2$$

٥- ويرمز لحاصل ضرب مجموعي قيم المتغيرين  $x, y$  بالرمز :

$$\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i = (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) (y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n)$$

مثال : إذا كانت قيم كل من  $x$  و  $y$  هي كالآتي

$$X = 2, 3, 5, 1$$

$$Y = 4, 2, 3, 5$$

أوجد كل مما يأتي :

$$\begin{aligned} 1) \sum_{i=1}^3 x_i &= x_1 + x_2 + x_3 \\ &= 2 + 3 + 5 = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i &= (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) (y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n) \\ &= (2 + 3 + 5 + 1) (4 + 2 + 3 + 5) \\ &= (11) (14) \\ &= 154 \end{aligned}$$

٦- يرمز لمجموع حاصل ضرب متغيرين  $x, y$  بالرمز :

$$\sum_{i=1}^n X_i y_i = (X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + X_3 Y_3 + \dots + X_n Y_n)$$

مثال : إذا كانت قيم كل من  $x$  و  $y$  هي كالآتي

$$X = 2, 3, 5, 1$$

$$Y = 4, 2, 3, 5$$

أوجد كل مما يأتي :

$$1) \sum_{i=1}^3 X_i = X_1 + X_2 + X_3 \\ = 2 + 3 + 5 = 10$$

$$2) \sum_{i=1}^n X_i y_i = (X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + X_3 Y_3 + \dots + X_n Y_n) \\ = 2(4) + 3(2) + 5(3) + 1(5) \\ = 8 + 6 + 15 + 5 \\ = 34$$

$$\sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i \neq \sum_{i=1}^n X_i Y_i$$

ملاحظة نستنتج من 5, 6 أن

٧- يرمز لمجموع مقلوب قيم  $X$  بالرمز :

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i} = \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \dots + \frac{1}{X_n}$$

مثال : إذا كانت قيم كل من  $x$  و  $y$  هي كالآتي

$$X = 2, 3, 1$$



أوجد كل مما يأتي :

$$1) \sum_{i=1}^3 \frac{1}{x_i} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} = \frac{11}{6}$$

٨- يرمز لمقلوب مجموع قيم المتغير  $X$  بالرمز :

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i} = \frac{1}{x_1 + x_2 + \dots + x_n}$$

مثال : إذا كانت قيم كل من  $x$  و  $y$  هي كالآتي

$$X = 2, 3, 1, 4$$

أوجد كل مما يأتي :

$$1) \frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i} = \frac{1}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}$$

$$= \frac{1}{2 + 3 + 1 + 4}$$

$$= \frac{1}{10}$$

بعض القواعد الأساسية في عملية الجمع :

١- إذا كان  $(c)$  أي عدد ثابت فإن :

$$\sum_{i=1}^n c = nc$$

$$\sum_{i=1}^n c = c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n$$

$$= nc$$

البرهان :

مثال : أوجد كل مما يأتي :

$$\sum_{i=1}^4 7 = 7 + 7 + 7 + 7 \\ = 4(7) = 28$$

٢- إذا كان (c) أي عدد ثابت فإن :

$$\sum_{i=1}^n cx_i = c \sum_{i=1}^n x_i$$

البرهان :

$$\sum_{i=1}^n cx_i = cx_1 + cx_2 + cx_3 + \dots + cx_n \\ = c(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) \\ = c \sum_{i=1}^n x_i$$

مثال : إذا كانت  $x = 1, 2, 3, 4, 5$  أوجد ناتج ما يأتي :

$$1) \sum_{i=1}^5 4x_i = 4(1 + 2 + 3 + 4 + 5) \\ = 4(15) = 30$$

$$2) \sum_{i=1}^5 2x_i^2 = 2(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_5^2) \\ = 2(1 + 4 + 9 + 16 + 25) \\ = 2(55) \\ = 110$$

ملاحظة :

\* يرمز لمجموع حاصل قسمة المتغيرين  $x, y$  بالرمز :

$$\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{y_i} = \frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2} + \dots + \frac{x_n}{y_n}$$

\* ويرمز لحاصل قسمة مجموعي المتغيرين  $x, y$  بالرمز

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n Y_i} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n}$$

H. W. :

If  $X = 3, 6, 9, 12, 15$        $Y = 2, 4, 6, 8, 10$       Find the following :

1)  $\sum_{i=1}^3 X_i$

2)  $\sum_{i=1}^n y_i^2$

3)  $\sum_{i=1}^3 X_i y_i$

4)  $\left(\sum_{i=1}^3 y_i\right)^2$

5)  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i y_i}$

6)  $\sum_{i=1}^n 2 x_i y_i^2$



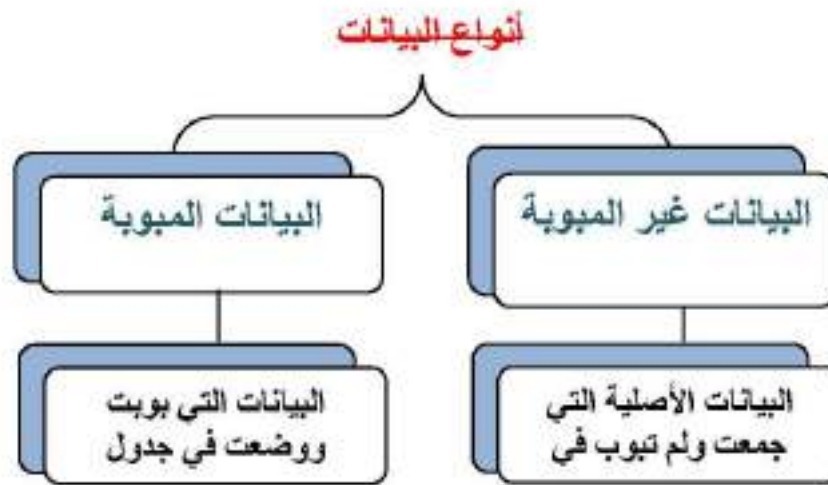
قسم الغابات  
المرحلة الاولى  
مبادئ علم الاحصاء  
المحاضرة الثالثة



## الفصل الثاني

### طرق عرض البيانات

**البيانات Data** مجموعة القيم التي يتم جمعها من مفردات المجتمع أو العينة لخاصية معينة (متغير). وإن البيانات الخام لا معنى لها ولا يمكن قياسها إلا إذا خضعت للمعالجات الاحصائية ، فالبيانات قبل عرضها تسمى بيانات غير مبوبة (Ungrouped) وبعد عرضها تسمى بيانات مبوبة (Grouped) .



- ١- البيانات غير المبوبة (Ungrouped Date) وهي البيانات الأصلية التي جمعت ولم تبوب في جدول .
- ٢- البيانات المبوبة (Grouped Date) وهي البيانات التي بوبت ووضعت في جدول توزيع تكراري .



تقسم طرق عرض البيانات الى قسمين رئيسيين هما :

أولاً: العرض الجدولي ( Tabular Presentation )

ويطلق عليه أيضاً الجدول الاحصائي : وهو عبارة عن جدول منظم ، يسمى ( جدولاً بسيطاً ) إذا تألف من بعد واحد ، و( جدولاً مركباً ) إذا تألف من بعدين .

الجدول البسيط : وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات بحسب صفة واحدة ، ويتألف عادة من عمودين ، الأول يتضمن تسميات الصفة الى فئات أو مجموعات ، والثاني يبين عدد المفردات التابعة لكل فئة أو مجموعة .

مثال : اعرض البيانات الآتية في جدول تكراري :

1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9

الحل :

| X              | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | $\sum x$ |
|----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----------|
| F <sub>i</sub> | 1 | 3 | 2 | 1 | 4 | 1 | 1 | 2 | 3 | 18       |

الجدول المركب : وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفتين أو ظاهرتين أو أكثر في نفس الوقت .

مثال : االجدول أدناه يبين توزيع مجموعة من الطلبة بحسب الوزن والطول :

| المجموع | 71 – 80 | 61 – 70 | 51 60 | الوزن (كغم) |
|---------|---------|---------|-------|-------------|
|         |         |         |       | الطول       |
| 30      | 4       | 6       | 20    | 121 – 140   |
| 52      | 10      | 40      | 2     | 141 – 160   |
| 181     | 10      | 6       | 2     | 161 – 180   |
| 100     | 24      | 52      | 24    | المجموع     |

ويتمثل العرض الجدولي بجدول التوزيع التكراري .

### جدول التوزيع التكراري ( Frequency Distribution Table )

وهو جدول بسيط يتكون من عمودين الأول يسمى **عمود الفئات (Classes)** ، وتقسّم فيه قيم المتغير إلى أقسام ومجموعات ، ويرمز له بالرمز ( C ) ، والثاني يسمى **عمود التكرارات (Frequency)** ويتضمن عدد المرات التي تكررت فيها الفئة ، ويرمز له بالرمز (  $f_i$  ) .

### **بعض المفاهيم ذات الصلة بجدول التوزيع التكراري :**

١- التوزيع التكراري : هو عبارة عن تلخيص وترتيب لبيانات المتغير العشوائي التي سبق وأن جمعت وصنفت مقسمة إلى عدد من المجاميع يسمى كل منها بـ ( الفئة Class ) . وهذه الفئات قد تكون مرتبة تصاعدياً أو تنازلياً حسب طبيعة البيانات . ويسمى توزيع عدد قيم X حسب الفئات بـ (التوزيع التكراري) .

٢- المدى الكلي ( Total Range ) : يعرف المدى الكلي بأنه الفرق ما بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في المجموعة . ويرمز له بالرمز ( T.R ) .

$$T. R. = x_L - x_s$$

٣- الفئات class : هي عدد المجاميع التي يتألف منها التوزيع التكراري ، وكل مجموعة تتحدد بحدين ، الأول يسمى الحد الأدنى للفئة ( Lower Class Limit ) ويرمز له بالرمز L.L ، والثاني يسمى الحد الأعلى للفئة ( Upper Class Limit ) ويرمز له بالرمز u.L .

مثل : الفئة ( 10 – 16 ) حدها الأدنى 10 وحدها الأعلى 16

٤- الحدود الحقيقية للفئات :

لكل فئة حدان حقيقيان حد أدنى حقيقي وحد أعلى حقيقي

**الحد الأدنى الحقيقي للفئة = الحد الأدنى – 0.5**

مثل : إذا كان الحد الأدنى لفئة هو ( 10 ) فإن الحد الأدنى الحقيقي لها هو ؟

$$\text{الحد الأدنى الحقيقي} = \text{الحد الأدنى} - 0.5 = 9.5$$



الحد الأعلى الحقيقي للفئة = الحد الأعلى + 0.5

مثال: إذا كان الحد الأعلى لفئة هو ( 16 ) فإن الحد الأعلى الحقيقي لها هو ؟

$$\text{الحد الأعلى الحقيقي} = \text{الحد الأعلى} + 0.5 = 16.5$$

٥- عدد فئات التوزيع  $m$  . ويمثل عدد المجاميع التي يتألف منها التوزيع التكراري . فإذا رمزنا

$$m = 2.5 \sqrt[4]{n}$$

لعدد الفئات بالرمز  $m$  فإن :

حيث  $n$  تمثل عدد المفردات (قيم المتغير  $x$ ) .

ويجب أن لا يقل عدد الفئات عن خمسة فئات ولا يزيد عن خمسة عشر فئة .

٦- تكرار الفئة (Classes frequency) : هو عدد القيم التي تقع في مدى تلك الفئة ، ويرمز له

بالرمز  $(f_i)$

إذ إن  $f_1$  يمثل تكرار الفئة الأولى ،  $f_2$  يمثل تكرار الفئة الثانية ، ... وهكذا .

وإن مجموع التكرارات يجب أن يكون دائماً مساوياً للعدد الكلي لقيم المفردات .

مثلاً : تكرار الفئة الثالثة = 5 ، فهذا يعني أن هناك 5 قيم من قيم المتغير واقعة في المدى الفئة ..

٧- مركز الفئة (Center of Classes) : ويمثل منتصف المدى بين حدي للفئة ، ويرمز له

بالرمز  $x$  . أي إن :

$$X = \frac{L.L + U.L}{2}$$

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$$

مثال : إذا كانت لدينا الفئة ( 16 - 10 ) أوجد مركز الفئة :

الحل :

$$X = \frac{L.L + U.L}{2}$$

$$= \frac{10 + 16}{2} = 13$$



٨- طول الفئة (Length of Classes) : ويسمى أحياناً **بالمدى الفئوي** ، ويمثل مقدار المدى بين حدي للفئة ، ويرمز له بالرمز ( L ) ،  
 وإن طول الفئة يتناسب عكسياً مع عدد الفئات ، فكلما زاد طول الفئة قل عدد الفئات والعكس صحيح .  
 ويجب أن تكون أطوال الفئات متساوية لتسهيل العمليات الحسابية ، ويجب أن تكون أعداد صحيحة موجبة دائماً .

$$L = U.L - L.L + 1$$

**طول الفئة = الحد الأعلى - الحد الأدنى + ١**

مثال : إذا كان لدينا الفئة ( 10 - 16 ) ، أوجد طول الفئة :

الحل : طول الفئة = الحد الأعلى - الحد الأدنى + ١

$$L = 16 - 10 + 1$$

$$= 7$$

**كما يمكن استخراج من :**

( أ ) إذا أمكن استخراج المدى الكلي وعدد الفئات فإن طول الفئة يستخرج من القانون :

$$L = \frac{T.R.}{m}$$

حيث T.R : هو المدى الكلي

m : عدد الفئات

( ب ) أو من خلال : الفرق بين الحدين الأعلى أو ( الأدنى ) لفئتين متتاليتين إذا كانت هناك فئتين متتاليتين معلومتين :

$$L = (L. L.)_2 - (L. L.)_1$$

$$L = (u. L.)_2 - (u. L.)_1$$

$$L = X_2 - X_1$$

( ج ) أو من ( الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين ) :

حيث :  $X_2$  يمثل مركز الفئة الثانية و  $X_1$  يمثل مركز الفئة الأولى.

**خطوات إنشاء جدول التوزيع التكراري ( تبويب البيانات ) :**

لنأخذ المثال الافتراضي الآتي :

لنتكن  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  بيانات المتغير العشوائي  $X$  من عينة عشوائية ما عدد مفرداتها  $n$  مفردة . ونرغب في تلخيص هذه البيانات في توزيع تكراري عدد فئاته هو  $m$ . ولنفرض أن  $X_5$  هي أصغر قيمة ،  $X_{11}$  هي أكبر قيمة في مجموعة بيانات المتغير  $X$  ، عندئذ نتبع الخطوات الآتية في إنشاء جدول التوزيع التكراري :

- ١- تحديد أصغر قيمة وأعلى قيمة من قيم المتغير العشوائي  $X$  .
- ٢- استخراج المدى الكلي  $T.R$  .
- ٣- استخراج عدد فئات التوزيع  $m$  .
- ٤- استخراج طول الفئة  $L$  .
- ٥- تحديد الحد الأدنى والأعلى للفئات ، وكتابة حدود الفئات .
- ٦- استخراج عدد التكرارات لكل فئة  $f_i$  .

**ملاحظة مهمة : يفضل أن يمتاز التوزيع التكراري بما يأتي :**

- ١- أن تكون الفئات متساوية في الطول .
- ٢- أن يكون التوزيع التكراري توزيع معلق .
- ٣- أن تبدأ فئات التوزيع وتنتهي ( حدود الفئات ) بأعداد صحيحة ، وذلك لتسهيل اجراء العمليات الحسابية خصوصاً إذا اجريت بدون استخدام الحاسبات .
- ٤- أن لا يقل عدد فئات التوزيع عن 5 فئات ولا يزيد عن 15 فئة .
- ٥- أن تكون حدود الفئات محددة بشكل واضح بحيث أن كل قيمة من قيم المتغير تبويب ضمن فئة واحدة فقط من فئات التوزيع .

**مثال :** البيانات الآتية تمثل درجات 80 طالباً في مادة الاحصاء . المطلوب انشاء جدول تكراري لهذه البيانات أو ( اعرض البيانات الآتية في جدول توزيع تكراري ) .

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 80 | 84 | 80 | 87 | 97 | 81 | 74 | 48 | 79 | 80 |
| 56 | 92 | 70 | 71 | 78 | 82 | 93 | 91 | 70 | 90 |
| 83 | 93 | 65 | 51 | 75 | 68 | 72 | 73 | 74 | 81 |
| 93 | 68 | 86 | 43 | 74 | 73 | 83 | 90 | 35 | 86 |
| 61 | 80 | 91 | 75 | 67 | 72 | 90 | 71 | 76 | 92 |
| 80 | 95 | 97 | 70 | 74 | 81 | 88 | 91 | 97 | 72 |
| 89 | 67 | 60 | 82 | 83 | 63 | 60 | 77 | 71 | 59 |
| 65 | 75 | 79 | 88 | 66 | 70 | 88 | 76 | 63 | 63 |

الحل :

1)  $X_L = 97$      $X_S = 35$

2)  $T. R. = X_L - X_S$   
 $= 97 - 35 = 62$

3)  $m = 2.5 \sqrt[4]{n}$   
 $= 2.5 \sqrt[4]{80}$   
 $= 7.4 \approx 7$

4)  $L \frac{T. R.}{m} = \frac{62}{7} = 8.8 \approx 9$

|   | C       | Fi |
|---|---------|----|
| 1 | 35 - 43 | 2  |
| 2 | 44 - 52 | 2  |
| 3 | 53 - 61 | 5  |
| 4 | 62 - 70 | 14 |
| 5 | 71 - 79 | 20 |
| 6 | 80 - 88 | 22 |
| 7 | 89 - 97 | 15 |
|   |         | 80 |

\*ملاحظة:- إذا كان هناك فئة موجودة في الجدول يجب معرفة طول الفئة ثم أكمل الجدول.  
 مثال : نظم البيانات الآتية:- (15, 21, 15, 19, 11, 10, 16, 15, 5, 24) في جدول تكرارات فئته الأولى (9-5)

| C     | fi |
|-------|----|
| 5-9   | 1  |
| 10-14 | 2  |
| 15-19 | 5  |
| 20-24 | 2  |

مثال : إذا كان عدد مفردات ظاهرة ما هو (150) مفردة وإن أقل قيمة فيها هي (10) وأعلى قيمة هي (90) . أكمل الجدول الآتي :

|   | C | X | الحدود الحقيقية للفئات |
|---|---|---|------------------------|
| 1 |   |   |                        |
| 2 |   |   |                        |
| 3 |   |   |                        |
| 4 |   |   |                        |
| 5 |   |   |                        |
| 6 |   |   |                        |
| 7 |   |   |                        |
| 8 |   |   |                        |
| 9 |   |   |                        |

الحل :

$$1) X_L = 90 \quad X_S = 10$$

$$2) T. R. = X_L - X_S \\ = 90 - 10 = 80$$

$$3) m = 2.5 \sqrt[4]{n} \\ = 2.5 \sqrt[4]{150} \\ = 8.75 \simeq 9$$

$$4) L = \frac{T. R.}{m} = \frac{80}{9} \simeq 9$$



$$5) L = u. L. - L. L. + 1$$

$$9 = u. L. - 10 + 1$$

$$u. L. = 18 \quad \dots$$

$$6) X_1 = \frac{u. L. + L. L.}{2} = \frac{18 + 10}{2} = 14$$

$$X_2 = X_1 + L = 14 + 9 = 23$$

.... وهكذا .

$$\begin{aligned} \text{الحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى} &= \text{الحد الأدنى للفئة} - 0.5 \\ &= 10 - 0.5 = 9.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{الحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى} &= \text{الحد الأعلى للفئة} + 0.5 \\ &= 18 + 0.5 = 18.5 \end{aligned}$$

وهكذا .

|   | C       | X  | الحدود الحقيقية للفئات |
|---|---------|----|------------------------|
| 1 | 10 - 18 | 14 | 9.5 - 18.5             |
| 2 | 19 - 27 | 23 | 18.5 - 27.5            |
| 3 | 28 - 36 | 32 | 27.5 - 36.5            |
| 4 | 37 - 45 | 41 | 36.5 - 45.5            |
| 5 | 46 - 54 | 50 | 45.5 - 54.5            |
| 6 | 55 - 63 | 59 | 54.5 - 63.5            |
| 7 | 64 - 72 | 68 | 63.5 - 72.5            |
| 8 | 73 - 81 | 77 | 72.5 - 81.5            |
| 9 | 82 - 90 | 86 | 81.5 - 90.5            |

تمرين 1 : أكمل الجدول الآتي :

|   | C    | X  | الحدود الحقيقية للفئات |
|---|------|----|------------------------|
| 1 | 10 - | 12 |                        |
| 2 |      |    |                        |
| 3 |      |    |                        |



|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
| 6 |  |  |  |

تمرين 2 : أكمل الجدول الآتي :

|   | C       | X | الحدود الحقيقية للفئات |
|---|---------|---|------------------------|
| 1 |         |   |                        |
| 2 |         |   |                        |
| 3 |         |   |                        |
| 4 |         |   |                        |
| 5 |         |   |                        |
| 6 | 90 – 99 |   |                        |

تمرين 3 : البيانات الآتية تمثل درجات 30 طالب في مادة الاحصاء :

١- أنشئ جدول التوزيع التكراري لدرجات الطلبة .

٢- استخراج الحدود الحقيقية للفئات ، مراكز الفئات .

13, 15, 25, 67, 88, 33, 90, 98, 78, 75, 44, 54, 31, 40, 89, 55, 76, 43, 38, 51,  
34, 72, 69, 37, 33, 42, 88, 78, 79, 29

### التوزيع التكراري المتجمع (Cumulative frequency distribution) :

وهو التوزيع الذي يبين كمية التكرار المتجمع عن قيمة معينة من قيم المتغير العشوائي.

وهو على نوعين :

أ- التوزيع التكراري المتجمع الصاعد  $(F_i \uparrow)$  :

وهو التوزيع الذي يبين تراكم التكرارات ابتداءً من الفئة الأولى في التوزيع وانتهاءً بالفئة

الأخيرة منه . ويتم حساب التكرارات المتجمعة على أساس الحدود العليا للفئات .

ب- التوزيع التكراري المتجمع النازل  $(F_i \downarrow)$  :

وهو التوزيع الذي يبين تناقص التكرارات ابتداءً من الفئة الأولى في التوزيع وانتهاءً بالفئة

الأخيرة منه . ويتم حساب التكرارات المتجمعة على أساس الحدود الدنيا للفئات .

قسم الغابات  
المرحلة الاولى  
مبادئ علم الاحصاء  
المحاضرة الرابعة

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
| 6 |  |  |  |

تمرين 2 : أكمل الجدول الآتي :

|   | C       | X | الحدود الحقيقية للفئات |
|---|---------|---|------------------------|
| 1 |         |   |                        |
| 2 |         |   |                        |
| 3 |         |   |                        |
| 4 |         |   |                        |
| 5 |         |   |                        |
| 6 | 90 – 99 |   |                        |

تمرين 3 : البيانات الآتية تمثل درجات 30 طالب في مادة الاحصاء :

١- أنشئ جدول التوزيع التكراري لدرجات الطلبة .

٢- استخراج الحدود الحقيقية للفئات ، مراكز الفئات .

13, 15, 25, 67, 88, 33, 90, 98, 78, 75, 44, 54, 31, 40, 89, 55, 76, 43, 38, 51,  
34, 72, 69, 37, 33, 42, 88, 78, 79, 29

### التوزيع التكراري المتجمع (Cumulative frequency distribution) :

وهو التوزيع الذي يبين كمية التكرار المتجمع عن قيمة معينة من قيم المتغير العشوائي.

وهو على نوعين :

أ- التوزيع التكراري المتجمع الصاعد  $(F_i \uparrow)$  :

وهو التوزيع الذي يبين تراكم التكرارات ابتداءً من الفئة الأولى في التوزيع وانتهاءً بالفئة

الأخيرة منه . ويتم حساب التكرارات المتجمعة على أساس الحدود العليا للفئات .

ب- التوزيع التكراري المتجمع النازل  $(F_i \downarrow)$  :

وهو التوزيع الذي يبين تناقص التكرارات ابتداءً من الفئة الأولى في التوزيع وانتهاءً بالفئة

الأخيرة منه . ويتم حساب التكرارات المتجمعة على أساس الحدود الدنيا للفئات .

**مثال:** الآتي جدول توزيع تكراري يمثل توزيع 60 عائلة فلاحية حسب ملكيتها من عدد أشجار البرتقال . المطلوب تكوين التوزيع التكراري المتجمع الصاعد والنازل :

|   | C         | $f_i$ | $\uparrow F_i$ | $\downarrow F_i$ |
|---|-----------|-------|----------------|------------------|
| 1 | 60 – 74   | 4     | 4              | 60               |
| 2 | 75 – 89   | 5     | 9              | 56               |
| 3 | 90 – 104  | 10    | 19             | 51               |
| 4 | 105 – 119 | 12    | 31             | 41               |
| 5 | 120 – 134 | 16    | 47             | 29               |
| 6 | 135 – 149 | 7     | 54             | 13               |
| 7 | 150 – 164 | 6     | 60             | 6                |
|   |           | 60    |                |                  |

**ثانياً:** التمثيل البياني لجدول التوزيع التكراري

### ١- المدرج التكراري :

هو عبارة عن مستطيلات رأسية تمتد قواعدها على المحور الأفقي لتمثل أطوال الفئات بينما يمثل ارتفاعها تكرارات الفئات .

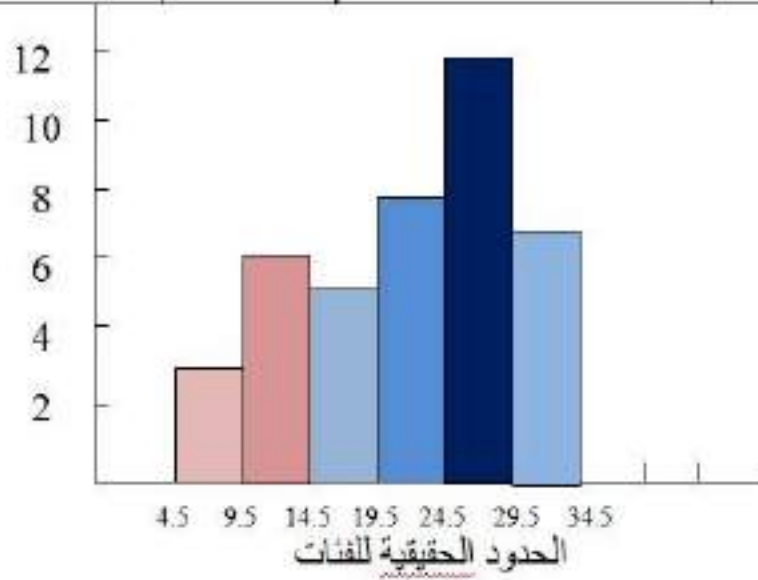
### خطوات رسم المدرج التكراري :

- ١- رسم المحورين الأفقي والعمودي .
- ٢- تدريج المحور الأفقي الى أقسام متساوية بحيث يشمل جميع الحدود الحقيقية للفئات ، ويقسم المحور العمودي الى أقسام متساوية بحيث يشمل على أكثر التكرارات .
- ٣- يرسم على كل فئة مستطيلاً رأسياً تمثل قاعدته طول تلك الفئة وارتفاعه يمثل تكرارات تلك الفئة

**مثال:** ارسم المدرج التكراري لجدول التوزيع التكراري الآتي :

|   | C       | $F_i$ | الحدود الحقيقية للفئات | X  |
|---|---------|-------|------------------------|----|
| 1 | 5 – 9   | 3     | 4.5 – 9.5              | 7  |
| 2 | 10 – 14 | 6     | 9.5 – 14.5             | 12 |

|              |         |    |             |    |
|--------------|---------|----|-------------|----|
| 3            | 15 – 19 | 5  | 14.5 – 19.5 | 17 |
| 4            | 20 – 24 | 8  | 19.5 – 24.5 | 22 |
| 5            | 25 – 29 | 12 | 24.5 – 29.5 | 27 |
| 6            | 30 – 34 | 7  | 29.5 – 34.5 | 32 |
| $\Sigma f_i$ |         | 41 |             |    |



## ٢- المضلع التكراري :

هو عبارة عن خطوط مستقيمة متكسرة تصل بين نقاط كل منها واقعة فوق مركز فئة على ارتفاع يمثل تكرار تلك الفئة .

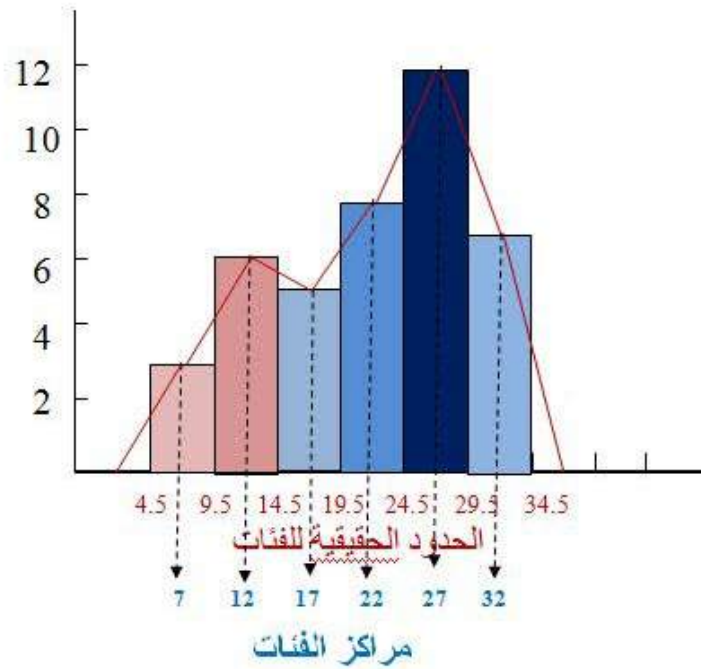
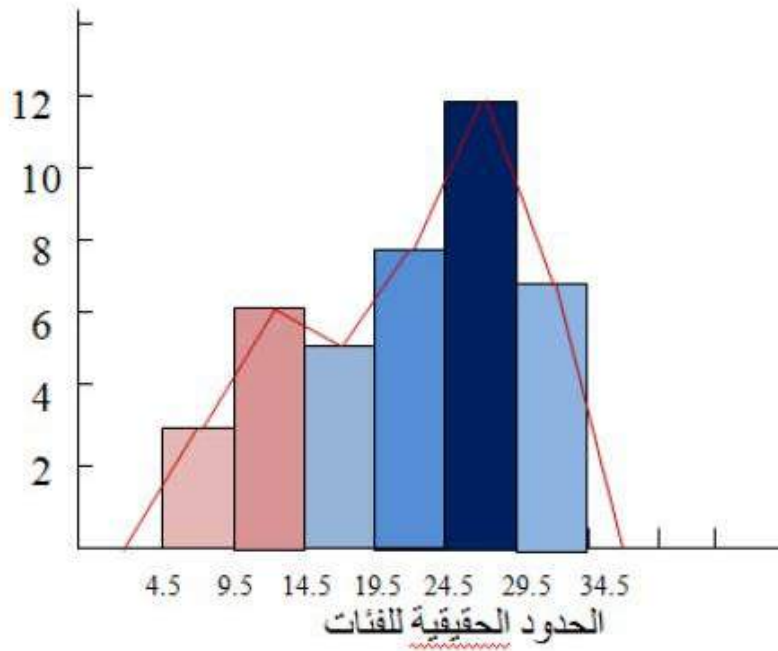
**ملاحظة :** عادة يغلق المضلع بأن نصل بداية المضلع بالمحور الأفقي بمركز فئة (خيالية) واقعة الى يسار أول فئة تكرارها صفراً ، ونصل نهاية المضلع بالمحور الأفقي بمركز فئة (خيالية) واقعة الى يمين اخر فئة تكرارها صفراً أيضاً .

### خطوات رسم المضلع التكراري :

- ١- رسم المحورين الأفقي والعمودي .
- ٢- تدرج المحور الأفقي الى أقسام متساوية بحيث يشمل جميع مراكز الفئات ، ويقسم المحور العمودي الى أقسام متساوية بحيث يشمل على أكثر التكرارات .
- ٣- وضع نقطة أمام مركز كل فئة ارتفاعها يعادل تكرار تلك الفئة .
- ٤- توصيل تلك النقاط بخطوط مستقيمة .



مثال : ارسم المصنوع التكراري للمثال السابق :



### ٣- المنحني التكراري :

وهو عبارة عن منحني يمر بمعظم النقاط الواقعة على مراكز الفئات والتي ارتفاعها يمثل تكرارات تلك الفئات

**ملاحظة:** يفضل غلق المنحني التكراري بأن نصل بدايته بالحد الأدنى للفئة الأولى ونهايته بالحد الأعلى للفئة الأخيرة . وتكون مساحة المنحني ( مكافئة ) وليست مساوية للمضلع التكراري .

#### ٤- الدائرة البيانية :

تعد هذه الطريقة أفضل الطرق لتمثيل البيانات ذات الصفة المشتركة ونستطيع بواسطتها أن نقارن الأجزاء بعضها ببعض ثم الجزء ( القطاع الدائري ) بالكل ( الدائرة ) .

#### خطوات رسم الدائرة البيانية :

١- استخراج زاوية القطع =  $( \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 360 )$

٢- نرسم دائرة معينة ونرسم عليها نصف القطر .

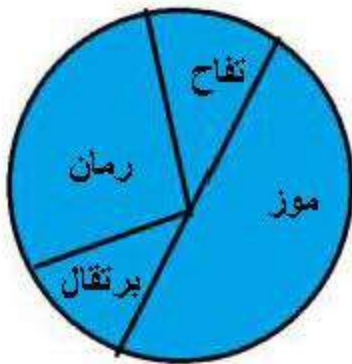
٣- نرسم الزاوية المركزية التي ضلعها الابتدائي نصف القطر والممتلة بالقطاع .

مثال/ مجموعة من الفاكهة وزعت على طلاب القسم الداخلي وكانت كالاتي :

| نوع الفاكهة | تفاح | موز | برتقال | رمان | المجموع |
|-------------|------|-----|--------|------|---------|
| العدد       | 180  | 540 | 90     | 270  | 1080    |

المطلوب تمثيل هذه البيانات بالقطاع الدائري.

#### الحل :



$$\text{زاوية قطاع التفاح} = 360 \times \frac{180}{1080} = 60^\circ$$

$$\text{زاوية قطاع الموز} = 360 \times \frac{540}{1080} = 180^\circ$$

$$\text{زاوية قطاع البرتقال} = 360 \times \frac{90}{1080} = 30^\circ$$

$$\text{زاوية قطاع الرمان} = 360 \times \frac{270}{1080} = 90^\circ$$

تمارين :

١- الآتي توزيع تكراري لدرجات ( 40 ) طالباً في مادة الإحصاء الترب

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 93 | 82 | 78 | 71 | 70 | 92 | 56 | 81 |
| 74 | 73 | 72 | 68 | 75 | 51 | 65 | 93 |
| 35 | 90 | 83 | 73 | 74 | 43 | 86 | 68 |
| 92 | 76 | 71 | 90 | 72 | 67 | 75 | 91 |
| 80 | 61 | 72 | 97 | 91 | 88 | 81 | 74 |

اعرض البيانات أعلاه مستخدماً كل من العرض الجدولي والعرض البياني :

٢- أكمل جدول التوزيع التكراري الآتي ، ثم اعرض البيانات في الجدول باستخدام التمثيل البياني :

|   | C   | $f_i$ | X |
|---|-----|-------|---|
| 1 | 1 - | 2     | 4 |
| 2 |     | 4     |   |
| 3 |     | 7     |   |
| 4 |     | 12    |   |
| 5 |     | 10    |   |
| 6 |     | 15    |   |
| 7 |     | 8     |   |
| 8 |     | 6     |   |
| 9 |     | 4     |   |



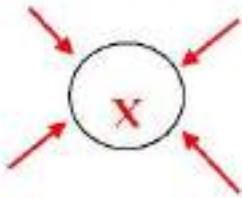
قسم الغابات  
المرحلة الاولى  
مبادئ علم الاحصاء  
المحاضرة الخامسة

## الفصل الثالث

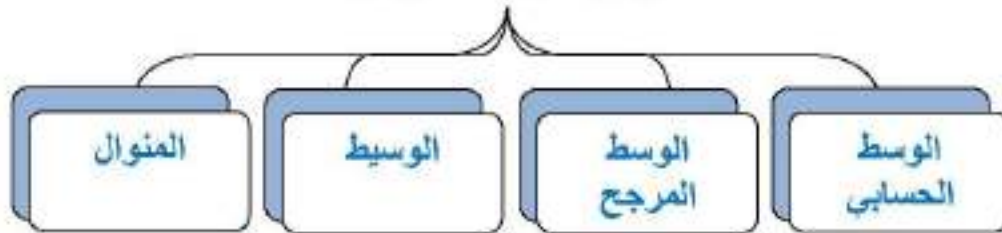
## المقاييس الإحصائية

## مقاييس النزعة المركزية Measures of Central Tendency

إن مصطلح النزعة المركزية يعني التمرکز والتكثف نحو رقم معين .  
تعرف مقاييس النزعة المركزية بأنها تلك المقاييس التي تبحث عن قيمة تتمركز حولها أغلبية البيانات ، وإن هذه القيمة المتوسطة هي رقم واحد يعبر عن جميع بيانات تلك المجموعة .



## مقاييس النزعة المركزية



## ١ - الوسط الحسابي ( المتوسط ) : ( The Arithmetic Mean )

وهو القيمة الناتجة عن قسمة مجموع القيم على عددها . ويرمز له بالرمز  $\bar{X}$  .

طرق احتساب الوسط الحسابي :

١- في حالة البيانات غير المبوبة :

إذا كان لدينا  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  بيانات المتغير العشوائي  $X$  عددها  $n$  من المفردات ، فإن

الوسط الحسابي لها:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

حيث :  $X$  : القيم للمتغير

$n$  : عدد القيم .



مثال : البيانات الآتية تمثل درجات 15 طالب في مادة الإحصاء ( 80, 81, 55, 32, 43, 95, 90, 36, 49, 58, 69, 75, 65, 72, 60 ) أوجد الوسط الحسابي لدرجات الطلاب.  
الحل :

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

$$= \frac{60 + 72 + 65 + 75 + 69 + 58 + 49 + 36 + 80 + 81 + 55 + 32 + 43 + 95 + 90}{15}$$

$$= \frac{987}{15} = 65.8$$

أي أن معدل درجات الطلبة هو 65.8 .

## ٢- في حالة البيانات المبوبة :

إذا كانت  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  تمثل مراكز فئات في توزيع تكراري عدد فئاته  $m$  فئة ،  
و  $f_1, f_2, \dots, f_n$  هي تكرارات تلك الفئات فإن الوسط الحسابي يستخرج من الصيغة الآتية :

$$\bar{X} = \frac{\sum (X) (f_i)}{\sum f_i}$$

حيث :  $X$  تمثل مراكز الفئات

$f_i$  تمثل التكرارات

مثال : أوجد الوسط الحسابي للبيانات الآتية :

|          | C       | $f_i$ | X  | $Xf_i$ |
|----------|---------|-------|----|--------|
| 1        | 2 - 6   | 2     | 4  | 8      |
| 2        | 7 - 11  | 8     | 9  | 72     |
| 3        | 12 - 16 | 6     | 14 | 84     |
| 4        | 17 - 21 | 1     | 19 | 19     |
| 5        | 22 - 26 | 5     | 24 | 110    |
| $\Sigma$ |         | 22    |    | 203    |

الحل :

$$\bar{X} = \frac{\sum (X f_i)}{\sum f_i} = \frac{203}{22} = 9.22$$

خصائصه الوسط الحسابي :

١- مجموع انحرافات قيم المتغير العشوائي X عن وسطها الحسابي الذي أحسب منها يساوي صفر .

$$\sum (x_i - \bar{x}) = 0$$

للبيانات غير المبوية :

البرهان :

$$\begin{aligned} \sum (x_i - \bar{x}) &= \sum x_i - \sum \bar{x} \\ &= \sum x_i - n \cdot \bar{x} \\ &= \sum x_i - n \frac{\sum x_i}{n} \\ &= \sum x_i - \sum x_i = 0 \end{aligned}$$

$$\sum f_i (x_i - \bar{x}) = 0$$

للبيانات المبوية :

البرهان :

$$\begin{aligned} \sum f_i (x_i - \bar{x}) &= \sum f_i x_i - \bar{x} \sum f_i \\ &= \sum f_i x_i - \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} \sum f_i \\ &= \sum f_i x_i - \sum f_i x_i = 0 \end{aligned}$$

٢- عند إضافة عدد ثابت k إلى كل قيمة من قيم المفردات (المشاهدات) فإن قيمة الوسط الحسابي تزداد بمقدار العدد الثابت . أي إن :

$$x_i = y_i + k \longrightarrow \bar{x} = \bar{y} + k$$

البرهان :

$$\begin{aligned} x_i &= y_i + k \\ \sum x_i &= \sum y_i + n \cdot k \end{aligned}$$

$$\frac{\sum x_i}{n} = \frac{\sum y_i}{n} + \frac{n \cdot k}{n}$$

نقسم طرفي المعادلة على n

$$\bar{x} = \bar{y} + k$$

٣- عند ضرب عدد ثابت  $k$  إلى كل قيمة من قيم المفردات (المشاهدات) فإن قيمة الوسط الحسابي تكون مساوية لحاصل ضرب العدد الثابت في الوسط الحسابي .

$$X_i = y_i \cdot k \longrightarrow \bar{X} = \bar{Y} \cdot k$$

البرهان :

$$X_i = y_i \cdot k$$

$$\sum X_i = \sum y_i \cdot n \cdot k$$

$$\frac{\sum X_i}{n} = \frac{\sum y_i}{n} \cdot \frac{n \cdot k}{n}$$

نقسم طرفي المعادلة على  $n$

$$\bar{X} = \bar{Y} \cdot k$$

٤- إذا ضربت كل مشاهدة من المشاهدات بقدر ثابت  $a$  و اضيف لها مقدار ثابت  $b$  فإن الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي الاصلي مضروب في  $a$  ومضاف له  $b$ .

$$x_i = ay_i + b \longrightarrow \bar{x} = a\bar{y} + b$$

البرهان :

$$\sum x_i = \sum (ay_i + b)$$

$$\sum X_i = a\sum y_i + \sum b$$

$$\sum x_i = a\sum y_i + n \cdot b$$

$$\frac{\sum X_i}{n} = \frac{a\sum y_i}{n} + \frac{n \cdot b}{n}$$

نقسم طرفي المعادلة على  $n$

$$\bar{x} = a\bar{y} + b$$

٥- الوسط الحسابي لمجموع قيم متغيرين = مجموع الوسطين الحسابيين للمتغيرين .

$$z_i = x_i + y_i \longrightarrow \bar{z} = \bar{x} + \bar{y}$$

$$z_i = x_i + y_i$$

$$\sum z_i = \sum (x_i + y_i)$$

$$\sum z_i = \sum x_i + \sum y_i$$

$$\frac{\sum z_j}{n} = \frac{\sum x_j}{n} + \frac{\sum y_j}{n}$$

$$\bar{z} = \bar{x} + \bar{y}$$

نقسم طرفي المعادلة على n

- ٦- لا يمكن ايجاده في التوزيعات التكرارية والجداول المفتوحة ( غير المنتهية ) .
- ٧- الوسط الحسابي يتأثر بالقيم المتطرفة .
- ٨- مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير العشوائي X عن وسطها الحسابي الذي احتسب منها يكون أقل ما يمكن .
- ٩- يتأثر الوسط الحسابي بالقيم المتطرفة (صغيرة أو كبيرة) التي تقع على جانبي التوزيع .

### H. W.

- (١) الآتي توزيع تكراري لدرجات 92 طالب في مادة الاحصاء التربوي ، المطلوب ايجاد متوسط درجات الطلبة في مادة الاحصاء :

|   | C        | F <sub>i</sub> |
|---|----------|----------------|
| 1 | 21 – 30  | 4              |
| 2 | 31 – 40  | 7              |
| 3 | 41 – 50  | 10             |
| 4 | 51 – 60  | 15             |
| 5 | 61 – 70  | 18             |
| 6 | 71 – 80  | 12             |
| 7 | 81 – 90  | 6              |
| 8 | 91 – 100 | 18             |

- (٢) الآتي توزيع تكراري لدرجات (25) طالب في مادة الاحصاء التربوي ، استخراج معدل درجات الطلبة مستخدماً (أ) حالة البيانات غير المبوية (ب) البيانات المبوية :

80, 84, 48, 77, 65, 71, 20, 55, 67, 65, 88, 35, 24, 31, 44, 90, 66, 45, 78,  
79, 74, 70, 44, 56, 50

- (٣) (أ) أكمل جدول التوزيع التكراري أدناه  
(ب) ارسم المدرج والمضلع التكراري



(ج) استخراج الوسط الحسابي

|   | C    | $F_i$ | X    |
|---|------|-------|------|
| 1 | 10 - | 4     | 14.5 |
| 2 |      | 7     |      |
| 3 |      | 10    |      |
| 4 |      | 25    |      |
| 5 |      | 18    |      |
| 6 |      | 12    |      |
| 7 |      | 6     |      |
| 8 |      | 18    |      |

(٤) جد قيمة  $z$  التي تجعل قيمة الوسط الحسابي في المجموعة  $z$ , 37, 31, 28, 25, 20 مساوي إلى 30.

(٥) إذا علمت أن الوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي هو 39، جد قيمة  $f$ .

|   | C       | $f_i$ |
|---|---------|-------|
| 1 | 10 - 19 | 2     |
| 2 |         | 4     |
| 3 |         | 6     |
| 4 |         | 8     |
| 5 | 50 - 59 | F     |

(٦) صنف صف إلى عدد من الطلاب والطالبات، بحيث كان متوسط عمر الذكور فيه 20 سنة، ومتوسط عمر الإناث 19.5 سنة، أوجد متوسط عمر الذكور والإناث معاً.

### ٢- الوسط الحسابي المرجح (s الموزون) : ( Weighted Mean )

يستخدم الوسط الحسابي المرجح ( $\bar{X}_w$ ) عندما تكون بعض المفردات أكثر أهمية من

الأخرى مما يستوجب أخذ هذه الأهمية بنظر الاعتبار عند استخراج الوسط الحسابي.



ومن الأمثلة عليه ( استخراج معدل الطالب الجامعي في فصل دراسي )، إذ أن الأمر يتطلب احتساب معدل درجات الطالب موزونة بعدد الساعات الأسبوعية لكل مادة من المواد التي تدخل في حساب المعدل .

فإذا كانت  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  بيانات المتغير العشوائي  $X$  قوامها ( عددها )  $n$  من المفردات ، وكانت  $w_1, w_2, \dots, w_n$  تمثل أوزان هذه البيانات فإن الوسط الحسابي المرجح يمكن استخراجه كما يأتي :

$$\bar{X}_w = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

حيث :  $\bar{X}_w$  هو الوسط الحسابي المرجح

$\sum w_i x_i$  هو مجموع حاصل ضرب كل مفردة بوزنها

$\sum w_i$  هو مجموع أوزان المفردات

مثال : طالب جامعي في السنة الثالثة كانت درجاته في نهاية الفصل كالاتي:

| اسم المادة  | قياس وتقويم | علم النفس | اللغة العربية | E  | ارشاد تربوي | صحة |
|-------------|-------------|-----------|---------------|----|-------------|-----|
| الدرجة      | 72          | 80        | 90            | 65 | 65          | 70  |
| عدد الساعات | 3           | 3         | 2             | 2  | 2           | 2   |

فما هو معدله في الفصل الدراسي ؟

الحل :

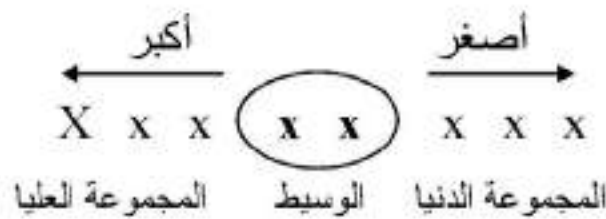
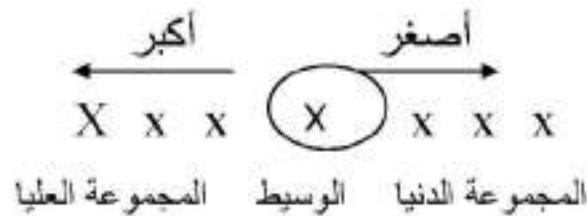
$$\begin{aligned} \bar{X}_w &= \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} \\ &= \frac{70 \cdot 2 + 65 \cdot 2 + 65 \cdot 2 + 90 \cdot 2 + 80 \cdot 3 + 72 \cdot 3}{14} \\ &= \frac{1036}{14} \\ &= 74 \end{aligned}$$

**ملاحظة :** إن الوسط الحسابي الاعتيادي هو حالة خاصة من الوسط الحسابي المرجح

قسم الغابات  
المرحلة الاولى  
مبادئ علم الاحصاء  
المحاضرة السادسة

## ٣ - الوسيط ا: ( The Median )

هي القيمة التي تفصل القيم الى مجموعتين متساويتين أحدهما أكبر من القيمة والأخرى أصغر من القيمة . ويرمز له بالرمز ( Me ) .

طرق حسابه:

أ - في حالة البيانات غير المبوبة :

إذا كان لدينا  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  بيانات المتغير العشوائي  $X$  عددها  $n$  من المقدرات ، ورتبت تصاعدياً أو تنازلياً فإن الوسيط يحتسب من :

- ١- إذا كانت  $n$  عدداً فردياً فإن الوسيط هو القيمة التي يكون ترتيبها  $\frac{n+1}{2}$
- ٢- إذا كانت  $n$  عدداً زوجياً فإن الوسيط هو متوسط للقيمتين التي يكون ترتيبهما

$$\frac{n}{2} \text{ و } \frac{n}{2} + 1$$

خطوات استخراجها في حالة البيانات غير المبوبة :

- ١- ترتب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً .
- ٢- تحديد قيمة  $n$  هل هي عدد فردي أم زوجي .
- ٣- تحديد ترتيب الوسيط .
- ٤- القيمة التي تقابل ترتيب الوسيط تكون هي الوسيط إذا كان  $n$  فردي ، ومتوسط القيمتين إذا كان  $n$  زوجي .

مثال : أوجد الوسيط لدرجات خمسة طلاب في امتحان مادة الإحصاء إذا علمت أن الدرجات هي :

84, 87, 76, 82, 80

الحل :

76 , 80, 82, 84, 87

١- ترتب البيانات ترتيباً تصاعدياً :

(عدد فردي)  $n = 5$ ٢- تحديد قيمة  $n$  :

$$\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$$

٣- تحديد ترتيب الوسيط : الوسيط هو القيمة التي ترتيبها

$$Me = X_3 = 82$$

٤- استخراج قيمة الوسيط :

مثال ٢ : أوجد الوسيط للقيم الآتية : 84, 87, 76, 82, 80, 88

76 , 80, 82, 84, 87, 88

الحل : ترتب البيانات ترتيباً تصاعدياً

(عدد زوجي)  $n = 6$ 

الوسيط هو القيمة التي ترتيبها

$$\frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1 = \frac{6}{2}, \frac{6}{2} + 1$$

$$= X_3, X_4 = 82, 84$$

$$Me = \frac{82 + 84}{2} = 83 = 83$$

ب - في حالة البيانات المبوبة :

إذا كانت  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  تمثل مراكز فئات في توزيع تكراري عدد فئاته  $m$  فئة ،وكانت  $f_1, f_2, \dots, f_n$  تمثل التكرارات المقابلة لتلك الفئات ، وافرض أن  $F_1, F_2, \dots, F_n$  تمثلالتكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة للحدود العليا لفئات التوزيع ، ولتكن  $\frac{\sum f_i}{2}$  تمثل ترتيب

$$F_1 < \frac{\sum f_i}{2} < F_2$$

عندئذ يقال أن قيمة الوسيط هي الفئة التي تسلسلها هو  $K$  ، وسوف يتم حساب قيمة الوسيط وفق

الصيغة الآتية :

$$Me = L. L. + \frac{\sum f_i F_i \uparrow}{f_2} (L.)$$

حيث :

L. L. : الحد الأدنى الحقيقي للفئة الوسيطة.

 $\frac{\sum f_i}{2}$  : مجموع التكرارات مقسوم على 2 (ترتيب الوسيط)

$F_i \uparrow$  : التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الوسيطة .

$f_2$  : تكرار الفئة الوسيطة .

$L$  : طول الفئة .

### خطوات إيجاد الوسيط :

١- عمل جدول توزيع تكراري متجمع صاعد .

٢- نستخرج ترتيب الوسيط =  $\frac{\sum f_i}{2}$

٣- تحديد الفئة الوسيطة : وهي الفئة التي يكون تكرارها المتجمع الصاعد يساوي ترتيب الوسيط

أو أكبر منه .

٤- تطبيق القانون .

مثال : أوجد الوسيط لجدول التوزيع التكراري الآتي جبرياً وبيانياً :

|   | C       | $F_i$ |
|---|---------|-------|
| 1 | 20 – 29 | 4     |
| 2 | 30 – 39 | 6     |
| 3 | 40 – 49 | 2     |
| 4 | 50 – 59 | 10    |
| 5 | 60 – 69 | 12    |
| 6 | 70 – 79 | 8     |
| 7 | 80 – 89 | 3     |

**الحل :**

(١) إيجاد التكرار المتجمع الصاعد:

|   | C       | $f_i$ | $F_i \uparrow$ |
|---|---------|-------|----------------|
| 1 | 20 – 29 | 4     | 4              |
| 2 | 30 – 39 | 6     | 10             |
| 3 | 40 – 49 | 2     | 12             |
| 4 | 50 – 59 | 10    | 22             |
| 5 | 60 – 69 | 12    | 34             |
| 6 | 70 – 79 | 8     | 42             |
| 7 | 80 – 89 | 3     | 45             |



$$(٢) \quad \frac{\sum f_i}{2} = \frac{45}{2} = 22.5 \quad \text{نستخرج ترتيب الوسيط}$$

(٣) نحدد الفئة الوسيطة وهي (60 - 69)

(٤) تطبيق القانون

$$\begin{aligned} Me &= L. L. + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - F_{j-1}}{f_j} (L.) \\ &= 59.5 + \frac{22.5 - 22}{12} (10) \\ &= 59.5 + 0.41 = 59.91 \end{aligned}$$

### لايجاد الوسيط بيانياً بالرسم

- (١) نرسم المحورين الأفقي والعمودي .
- (٢) نعين على المحور الأفقي الحدود العليا للفئات ، وعلى المحور العمودي التكرارات المتجمعة الصاعدة .
- (٣) نعين نقاط أعلى كل حد أعلى للفئة ارتفاعها يساوي التكرار المتجمع الصاعد لتلك الفئة
- (٤) نصل بين هذه النقاط .

### خصائص الوسيط :

- ١- لا يتأثر إطلاقاً بالقيم المتطرفة .
- ٢- يمكن تعيينه هندسياً .
- ٣- يمكن حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة من طرف واحد أو طرفين .

### H. W.

(١) استخرج الوسط الحسابي المرجح للتوزيعات الآتية :

|       |    |    |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|
| $X_i$ | 10 | 18 | 15 | 11 | 19 | 22 | 20 |
| $W_i$ | 1  | 4  | 3  | 2  | 5  | 7  | 6  |

|       |   |   |   |   |   |   |   |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_i$ | 1 | 0 | 2 | 2 | 3 | 1 | 4 |
| $W_i$ | 2 | 4 | 3 | 5 | 3 | 2 | 2 |

(٢) في جدول التوزيع التكراري الآتي :

(أ) رسم المدرج والمضلع التكراري لهذا التوزيع .

(ب) أوجد الوسط الحسابي .

(ج) أوجد الوسيط جبرياً وبيانياً .

|   | C       | $f_i$ |
|---|---------|-------|
| 1 | 11 - 15 | 3     |
| 2 | 16 - 20 | 8     |
| 3 | 21 - 25 | 15    |
| 4 | 26 - 30 | 25    |
| 5 | 31 - 35 | 20    |
| 6 | 36 - 40 | 17    |
| 7 | 41 - 45 | 6     |
| 8 | 46 - 50 | 10    |

(٣) الآتي توزيع تكراري لكميات الكهرباء المستهلكة (كيلو واط) من قبل 40 دار سكنية خلال شهر

واحد

| فاكتر 1300 | 1200 - | 1100 - | 1000 - | 900 - | 800 - | الاستهلاك (كيلو واط) |
|------------|--------|--------|--------|-------|-------|----------------------|
| 2          | 3      | 5      | 15     | 8     | 7     | عدد الدور            |

جد الوسط والوسيط للكمية المستهلكة من الكهرباء ثم تحقق من ذلك بالرسم .

(٤) (أ) أكمل جدول التوزيع التكراري أدناه ، وارسم المدرج والمضلع التكراري ، واستخرج الوسيط

جبرياً وبيانياً .

|   | C    | $F_i$ | X    |
|---|------|-------|------|
| 1 | 10 - | 4     | 14.5 |
| 2 |      | 7     |      |
| 3 |      | 10    |      |
| 4 |      | 25    |      |
| 5 |      | 18    |      |
| 6 |      | 12    |      |
| 7 |      | 6     |      |
| 8 |      | 18    |      |

٥) جد قيمة  $z$  التي تجعل قيمة الوسط الحسابي في المجموعة  $z$ , 37, 31, 28, 25, 20 مساوٍ إلى 30، ثم استخرج الوسيط.

#### ٤ - المنوال : ( The Mode )

يعرف المنوال بأنه القيمة الأكثر تكراراً وشيوعاً بين مجموعة من القيم، ويرمز له بالرمز  $(M_o)$ .

#### طرق حساب المنوال :

##### ١ - في حالة البيانات غير المبوبة :

لتكن  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  بيانات المتغير العشوائي  $x$  في توزيع تكراري قوامها (عددتها)  $n$  من المفردات، ولنفرض أن  $x_j$  قيمة من قيم هذه المجموعة لوحظ أنها تكررت أكثر من غيرها، عندئذٍ وبحسب تعريف المنوال فإن  $x_j$  تمثل المنوال لهذه المجموعة.

أ- إذا لم تتكرر أية قيمة فلا يوجد منوال :

مثال : أوجد المنوال للقيم الآتية : 15, 12, 16, 22, 17, 18, 19

الحل : لا يوجد منوال لهذه القيم لعدم وجود قيمة مكررة فيها .

ب- إذا تكرر إحدى القيم أكثر من غيرها فإن هناك منوال واحد .

مثال : أوجد المنوال للقيم الآتية : 15, 12, 16, 22, 15, 18, 19

الحل : المنوال  $(M_o) = 15$  لأنها القيمة الأكثر تكراراً .

ج- إذا كان لقيمتين من قيم التوزيع نفس العدد من التكرارات فإن هناك منوالين .

مثال : أوجد المنوال للقيم الآتية : 15, 12, 16, 22, 15, 18, 19, 19

الحل : يوجد منوالان هما 15, 19 لأن لهما نفس التكرارات .

##### ٢ - في حالة البيانات المبوبة :

إذا كانت  $x_1, x_2, \dots, x_n$  تمثل مراكز فئات في توزيع تكراري عدد فئاته  $m$  فئة، و  $f_1, f_2, \dots, f_n$

هي تكرارات تلك الفئات فإن المنوال يستخرج باتباع الخطوات الآتية :

١- تحديد الفئة المنوالية : وهي الفئة التي تقابل أعلى تكراراً بين الفئات .

- ٢- تحديد الفرق ما بين تكرار الفئة المنوالية والفئة السابقة لها ، وليكن  $f_1$  .  
 ٣- تحديد الفرق ما بين تكرار الفئة المنوالية والفئة اللاحقة لها ، وليكن  $f_2$  .  
 ٤- تطبيق العلاقة الآتية لإيجاد المنوال :

$$M_0 = L.L. + \frac{f_1}{f_1 + f_2} (L.)$$

حيث  $L.L.$  الحد الأدنى الحقيقي للفئة المنوالية .  
 $L.$  طول الفئة

مثال : أوجد المنوال جبرياً وبيانياً لجدول التوزيع التكراري الآتي :

|   | C       | $f_i$ |
|---|---------|-------|
| 1 | 20 – 29 | 2     |
| 2 | 30 – 39 | 4     |
| 3 | 40 – 49 | 7     |
| 4 | 50 – 59 | 10    |
| 5 | 60 – 69 | 8     |
| 6 | 70 – 79 | 5     |
| 7 | 80 – 89 | 3     |

الحل :

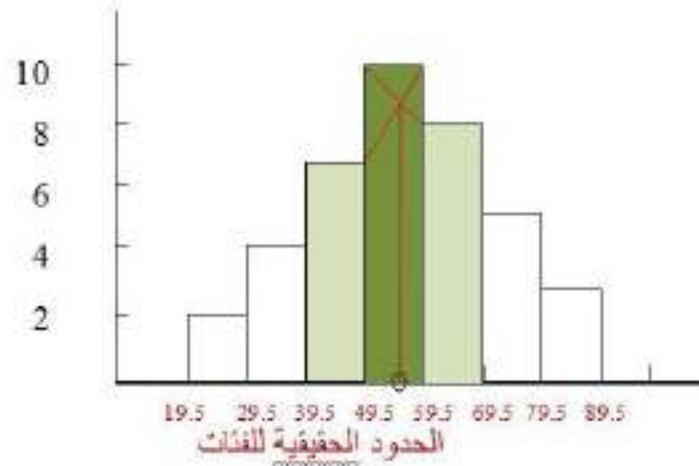
- 1) الفئة المنوالية 50 – 59
- 2)  $f_1 = 10 - 7 = 3$
- 3)  $f_2 = 10 - 8 = 2$
- 4)  $M_0 = L.L. + \frac{f_1}{f_1 + f_2} (L.)$   
 $= 49.5 + \frac{3}{3 + 2} (10)$   
 $= 55.5$

**ولإيجاد المنوال بيانياً (بالرسم) نتبع الخطوات الآتية :**

- (١) نرسم المدرج التكراري .
- (٢) نحدد الفئة المنوالية : وهي الفئة التي تقابل أكبر تكرار
- (٣) نحدد الفئة السابقة والفئة اللاحقة للفئة المنوالية .



- ٤) نرسم خط مستقيم يصل بداية عمود المنوال (العمود الأعلى تكراراً) ببداية العمود الذي بعده ، وخط مستقيم آخر يصل نهاية عمود المنوال بنهاية العمود السابق له .
- ٥) من نقطة تقاطع المستقيمين نرسم مستقيم عمودي على المحور الأفقي ، نقطة تقاطعهما تمثل المنوال .



### خصائص المنوال :

- ١- لا يتأثر بالقيم المتطرفة ( صغيرة أو كبيرة ) التي تقع على جانبي التوزيع .
- ٢- يمكن إيجاده بسهولة لأنه القيمة الأكثر تكراراً بين القيم .
- ٣- يمكن إيجاده في التوزيعات التكرارية المفتوحة ( غير المنتهية ) والجداول المفتوحة .

### العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية:

$$\bar{X} - Mo = 3 (\bar{X} - Me)$$

تحدد العلاقة بالقانون الآتي:

مثال : في احد التوزيعات التكرارية إذا كانت قيمة  $Mo=17$  و  $\bar{X}=12$  ، جد  $Me$

الحل :

$$\bar{X} - Mo = 3 (\bar{X} - Me)$$

$$12 - 17 = 3(12 - Me)$$

$$-5 = 36 - 3Me$$

$$3Me = 36 + 5$$

$$3Me = 41$$

$$Me = \frac{41}{3}$$



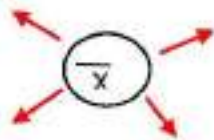
قسم الغابات  
المرحلة الاولى  
مبادئ علم الاحصاء  
المحاضرة السابعة

## الفصل الرابع

## مقاييس التشتت

وردت كلمة تشتت في الأبيات الاحصائية بمعنى مبثر (Scattered) أي انتشار قيم مجموعة من البيانات .

ويعرف التشتت بأنه الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للتباعد والانتشار عن بعضها البعض ، أو حول قيمة متوسطة وغالباً ما تكون أحد مقاييس النزعة المركزية (الوسط، والوسيط) .



وإن الهدف من دراسة التشتت هو تكوين فكرة عن مدى تجانس قيم مجموعة من المفردات ، وهذا يعني أن دراسة التشتت أمر مفيد في اجراء المقارنة بين قيم مجموعة أو أكثر من البيانات عن ظاهرة معينة .

فعلى سبيل المثال : إن الوسط الحسابي للمجاميع الآتية هو (9)

المجموعة ١ : 7, 8, 9, 10, 11      المجموعة ٢ : 3, 6, 9, 12, 15

المجموعة ٣ : 1, 5, 9, 13, 17

نلاحظ أن المجموعة الأولى أكثر تجانساً (أقل انتشاراً) من المجموعتين الثانية والثالثة كذلك فإن المجموعة الثانية أكثر تجانساً من المجموعة الثالثة ، كما موضح في الشكل :

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|   |   |   |   |   |   | x | x | x | x  | x  |    |    |    |    |    |    |
|   |   | x |   |   | x |   |   | x |    | x  |    |    | x  |    |    |    |
| x |   |   |   | x |   |   |   | x |    |    | x  |    |    |    |    |    |
|   |   |   |   |   |   |   |   | x |    |    |    |    |    |    |    |    |
|   |   |   |   |   |   |   |   | x |    |    |    |    |    |    |    |    |

نلاحظ من المثال إنه أمكن اجراء المقارنة بين المجموعات الثلاث بعد أن كانت المقارنة بينهما على أساس الوسط الحسابي عديمة الفائدة .

مثال : كانت درجات الحرارة ثلاثة من المحافظات الشمالية هي كالآتي :

المحافظة الأولى : -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4

المحافظة الثانية : -3, -2, -1, 0, 2, 4, 7

المحافظة الثالثة : -1, 0, 0, 1, 2, 2, 3

في أية محافظة كان الجو أكثر استقراراً ؟

### مقاييس التشتت

تعرف مقاييس التشتت بأنها المقاييس التي تبحث في مقدار الاختلافات بين البيانات وهي على الأنواع الآتية :

#### أنواع مقاييس التشتت



#### ١- المدى ( Range ) :

هو الفرق ما بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في المجموعة ، ويرمز له بالرمز R .

فإذا كانت  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  تمثل بيانات مجموعة من المفردات قوامها (عددها) n وإن  $x_1$  أكبر قيمة فيها ، وإن  $x_n$  أصغر قيمة فيها عندئذ فإن المدى في هذه المجموعة هو :

$$R = x_1 - x_n$$

مثال : أوجد المدى للبيانات الآتية : 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12

الحل : المدى هو الفرق ما بين أكبر قيمة وأصغر قيمة

$$R = x_1 - x_n$$

$$R = 12 - 3 = 9$$

## ٢- الانحراف المتوسط :

ويعرف بأنه مجموع الانحرافات المطلقة لقيم متغير عشوائي عن نقطة اختيارية مثل A مقسوماً على عدد هذه القيم . وغالباً ما نختار النقطة A لأن تكون أحد مقاييس النزعة المركزية الثلاثة (الوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال) . ويرمز له بالرمز M.D .

طرق حساب الانحراف المتوسط :

## ١- في حالة البيانات غير المبوبة :

لتكن  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  تمثل بيانات مجموعة من المفردات قوامها (عددها) n، وكانت A ثابت اختياري ، عندئذٍ يمكن حساب الانحراف المتوسط لهذه المجموعة وفق القانون الآتي :

$$M.D = \frac{\sum |x_i - A|}{n}$$

حيث A : أي مقياس من مقاييس النزعة المركزية .

## خطوات استخراج الانحراف المتوسط :

١- تحديد قيمة مقياس النزعة المركزية (الوسط، الوسيط، المنوال).

٢- ايجاد الفرق بين كل قيمة من قيم المتغير (البيانات) وقيمة A .

٣- ايجاد القيمة المطلقة للفرق ، ثم ايجاد المجموع وقسمته على n .

ففي المثال السابق : أوجد الانحراف المتوسط للبيانات الآتية باستخدام (الوسط الحسابي ، الوسيط ،

المنوال) : 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12

الحل :

(أ) باستخدام الوسط الحسابي

$$A = \bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{54}{8} = 6.75$$

| $x_i$ | $x_i - \bar{x}$ | $ x_i - \bar{x} $ |  |
|-------|-----------------|-------------------|--|
| 3     | -3.75           | 3.75              |  |
| 4     | -2.75           | 2.75              |  |
| 5     | -1.75           | 1.75              |  |
| 7     | 0.25            | 0.25              |  |

|          |      |       |  |
|----------|------|-------|--|
| 8        | 1.25 | 1.25  |  |
| 9        | 2.25 | 2.25  |  |
| 10       | 3.25 | 3.25  |  |
| 12       | 5.25 | 5.25  |  |
| $\Sigma$ |      | 45.25 |  |

$$\begin{aligned} \text{M.D} &= \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} \\ &= \frac{45.25}{8} = 5.65 \end{aligned}$$

مثال ٢: أوجد الانحراف المتوسط للبيانات الآتية باستخدام (الوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال) :

2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 13, 12, 14

الحل :

(ب) باستخدام الوسط الحسابي

$$\begin{aligned} \text{if } A &= \bar{x} \\ \bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} \\ \bar{x} &= \frac{80}{10} = 8 \end{aligned}$$

| $x_i$    | $x_i - \bar{x}$ | $ x_i - \bar{x} $ |
|----------|-----------------|-------------------|
| 2        | -6              | 6                 |
| 3        | -5              | 5                 |
| 4        | -4              | 4                 |
| 5        | -3              | 3                 |
| 6        | -2              | 2                 |
| 10       | 2               | 2                 |
| 11       | 3               | 3                 |
| 12       | 4               | 4                 |
| 13       | 5               | 5                 |
| 14       | 6               | 6                 |
| $\Sigma$ |                 | 40                |

$$\text{M.D} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$



$$= \frac{40}{10} = 4$$

if  $A = Me$

(٢) باستخدام الوسيط :

$$\frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} + 1 = 5, 6$$

ترتيب الوسيط

$$Me = \frac{x_5 + x_6}{2} \\ = \frac{6 + 10}{2} = 8$$

| $x_i$    | $x_i - Me$ | $ x_i - Me $ |
|----------|------------|--------------|
| 2        | -6         | 6            |
| 3        | -5         | 5            |
| 4        | -4         | 4            |
| 5        | -3         | 3            |
| 6        | -2         | 2            |
| 10       | 2          | 2            |
| 11       | 3          | 3            |
| 12       | 4          | 4            |
| 13       | 5          | 5            |
| 14       | 6          | 6            |
| $\Sigma$ |            | 40           |

$$M.D = \frac{\sum |x_i - Me|}{n} \\ = \frac{40}{10} = 4$$

if  $A = Mo$

(٣) باستخدام المنوال :

لا يوجد منوال وعليه الانحراف المتوسط في هذه الحالة هو

$$M.D = \frac{\sum |x_i - Mo|}{n} = \frac{80}{10} = 8$$

## ٢- في حالة البيانات المبوبة :

إذا كانت  $x_1, x_2, \dots, x_n$  تمثل مراكز فئات في توزيع تكراري عدد فئاته  $m$  فئة، و  $f_1, f_2, \dots, f_n$  هي تكرارات تلك الفئات، ولنفرض أن  $A$  قيمة اختيارية، عندئذ يمكن حساب الانحراف المتوسط باتباع الخطوات الآتية :

(١) استخراج قيمة  $A$  وهي أحد مقاييس النزعة المركزية

(٢) استخراج  $f_i x_i$  ، وحاصل ضرب التكرار في مركز الفئة .

(٣) إيجاد الفرق ما بين  $x_i$  و  $A$ .

(٤) أخذ القيمة المطلقة لها ، وإيجاد المجموع لها وقسمتها على مجموع التكرارات .

(٥) تطبيق القانون الآتي :

$$M.D = \frac{\sum f_i x_i - A}{\sum f_i}$$

وغالبا يتم اختيار  $A$  لتكون أحد مقاييس النزعة المركزية .

مثال : الاتي توزيع تكراري لدرجات مجموعة من الطلبة في مادة الاحصاء التربوي،

أوجد الانحراف المتوسط مستخدماً ( الوسط ، الوسيط ) :

|   | C       | $f_i$ |
|---|---------|-------|
| 1 | 1 - 5   | 6     |
| 2 | 6 - 10  | 2     |
| 3 | 11 - 15 | 10    |
| 4 | 16 - 20 | 12    |
| 5 | 21 - 25 | 8     |
| 6 | 26 - 30 | 3     |

الحل :

$$\text{if } A = \bar{X}$$

(١) في حالة الوسط :

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = 15$$

|   | C       | $f_i$ | X  | $f_i X$ | $f_i X - A$ | $ f_i X - A $ |
|---|---------|-------|----|---------|-------------|---------------|
| 1 | 1 - 5   | 5     | 3  | 15      | 0           | 0             |
| 2 | 6 - 10  | 3     | 8  | 24      | 9           | 9             |
| 3 | 11 - 15 | 11    | 13 | 143     | 128         | 128           |
| 4 | 16 - 20 | 8     | 18 | 144     | 129         | 129           |

|   |         |    |    |     |     |     |
|---|---------|----|----|-----|-----|-----|
| 5 | 21 - 25 | 5  | 23 | 115 | 100 | 100 |
| 6 | 26 - 30 | 3  | 28 | 84  | 69  | 69  |
|   |         | 35 |    | 525 |     | 435 |

$$M.D = \frac{\sum |f_i x_i - A|}{\sum f_i}$$

$$= \frac{435}{35} = 12.43$$

if  $A = Me$

(٢) في حالة الوسيط :

$$Me = L. L. + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - F_{i\uparrow}}{f_i} (L.)$$

$$= 10.5 + \frac{17.5 - 8}{11} (5) = 14.82$$

|   | C       | $f_i$ | X  | $F_{i\uparrow}$ | $f_i X$ | $f_i X - A$ | $ f_i X - A $ |
|---|---------|-------|----|-----------------|---------|-------------|---------------|
| 1 | 1 - 5   | 5     | 3  | 5               | 15      | 0.18        | 0.18          |
| 2 | 6 - 10  | 3     | 8  | 8               | 24      | 9.18        | 9.18          |
| 3 | 11 - 15 | 11    | 13 | 19              | 143     | 128.18      | 128.18        |
| 4 | 16 - 20 | 8     | 18 | 27              | 144     | 129.18      | 129.18        |
| 5 | 21 - 25 | 5     | 23 | 32              | 115     | 100.18      | 100.18        |
| 6 | 26 - 30 | 3     | 28 | 35              | 84      | 69.18       | 69.18         |
|   |         | 35    |    |                 | 525     |             | 436.08        |

$$M.D = \frac{\sum |f_i x_i - Me|}{\sum f_i}$$

$$= \frac{436.08}{35} = 12.4594$$

## ٣- الانحراف المعياري (القياسي) :

ويسمى في بعض الأحيان بالانحراف القياسي ، ويعد أفضل مقاييس التشتت على الاطلاق .  
ويعرف بأنه الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير العشوائي عن  
وسطها الحسابي ، ويرمز له بالرمز  $S$  في حالة العينة وبالرمز  $\sigma$  في حالة المجتمع .

## ٤- التباين :

ويعرف بأنه متوسط مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير العشوائي عن وسطها الحسابي ،  
ويرمز له بالرمز  $S^2$  في حالة العينة وبالرمز  $\sigma^2$  في حالة المجتمع .  
أي إنه مربع الانحراف المعياري .

## طرق حساب الانحراف المعياري والتباين :

## ١) الانحراف المعياري والتباين للبيانات غير المبوية:

لحساب الانحراف المعياري والتباين للعينة نستخدم القوانين الآتية :

|  |                   |                  |
|--|-------------------|------------------|
| $S = \sqrt{\frac{\sum (xi - \bar{x})^2}{n-1}}$             | الانحراف المعياري | الطريقة المطولة  |
| $S^2 = \frac{\sum (xi - \bar{x})^2}{n-1}$                  | التباين           |                  |
| $S = \sqrt{\frac{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}}$ | الانحراف المعياري | الطريقة المختصرة |
| $S^2 = \frac{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}$      | التباين           |                  |

اما لحساب الانحراف المعياري والتباين للمجتمع فنستخدم القوانين الآتية :

|   |                   |                 |
|---|-------------------|-----------------|
| $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (xi - \bar{x})^2}{n}}$ | الانحراف المعياري | الطريقة المطولة |
| $\sigma^2 = \frac{\sum (xi - \bar{x})^2}{n}$      | التباين           |                 |

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n})}{n}}$$

الانحراف المعياري

الطريقة المختصرة

$$s^2 = \frac{\sum(x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n})}{n}$$

التباين

**ملاحظة:** يتم استخدام الانحراف المعياري للمجتمع في أغلب الاحيان .

**مثال:** البيانات الآتية 9,8,6,5,7 تبين كمية محصول القطن في خمس مزارع احسب الانحراف المعياري والتباين لها.

الحل :

| $X_i$ | $(x_i - \bar{x})$ | $(x_i - \bar{x})^2$ |
|-------|-------------------|---------------------|
| 9     | 2                 | 4                   |
| 8     | 1                 | 1                   |
| 6     | -1                | 1                   |
| 5     | -2                | 4                   |
| 7     | 0                 | 0                   |
|       |                   | 10                  |

$$\bar{X} = \frac{35}{5} = 7$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{10}{5-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{10}{4}}$$

$$= \sqrt{2.5} = 1.58$$

$$s^2 = 2.5$$



٢) الانحراف المعياري والتباين للبيانات المبوبة:

لحساب الانحراف المعياري والتباين للبيانات المبوبة نستخدم القوانين الآتية :

$$S = \sqrt{\frac{\sum fi(x_i - \bar{x})^2}{\sum fi - 1}}$$

الانحراف المعياري

الطريقة المطولة

$$S^2 = \frac{\sum fi(x_i - \bar{x})^2}{\sum fi - 1}$$

التباين

$$S = \sqrt{\frac{\sum fixi^2 - \frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi - 1}}$$

الانحراف المعياري

الطريقة المختصرة

$$S^2 = \frac{\sum fixi^2 - \frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi - 1}$$

التباين

اما لحساب الانحراف المعياري والتباين للمجتمع فنستخدم القوانين الآتية :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fi(x_i - \bar{x})^2}{\sum fi}}$$

الانحراف المعياري

الطريقة المطولة

$$\sigma^2 = \frac{\sum fi(x_i - \bar{x})^2}{\sum fi}$$

التباين

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fixi^2 - \frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi}}$$

الانحراف المعياري

الطريقة المختصرة

$$\sigma^2 = \frac{\sum fixi^2 - \frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi}$$

التباين

مثال: احسب الانحراف المعياري لجدول التوزيع التكراري الآتي:

| C     | Fi | Xi   | Fixi  | (xi - x̄) | (xi - x̄) <sup>2</sup> | Fi(xi - x̄) <sup>2</sup> |
|-------|----|------|-------|-----------|------------------------|--------------------------|
| 50-55 | 5  | 52.5 | 262,5 | -18,7     | 349.69                 | 1748.45                  |
| 60-65 | 14 | 62.5 | 875   | -8.7      | 75,69                  | 1059.66                  |
| 70-75 | 22 | 72.5 | 1595  | 1,3       | 1.69                   | 37.18                    |
| 80-85 | 9  | 82.5 | 742.5 | 11.3      | 127.69                 | 1149.51                  |

|       |    |      |      |      |        |         |
|-------|----|------|------|------|--------|---------|
| 90-95 | 4  | 92.5 | 370  | 21.3 | 453.69 | 1814.76 |
|       | 54 |      | 3845 |      |        | 5809.56 |

$$\begin{aligned} X &= \frac{\sum fixi}{\sum fi} \\ &= \frac{3845}{54} = 71.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{\sum fi(xi-x)^2}{\sum fi}} \\ &= \sqrt{\frac{5809.56}{54}} \\ \sigma^2 &= \frac{5809.56}{54} \\ &= 107.58 \end{aligned}$$



قسم الغابات  
المرحلة الاولى  
مبادئ علم الاحصاء  
المحاضرة الثامنة

## الفصل الخامس

### مقاييس الارتباط

**يعرف الارتباط بأنه** درجة أو قيمة العلاقة بين التي تربط متغيرين أو أكثر مع بعضهما البعض ، وهي قيمة حقيقية خالية من وحدات قياس المتغيرات المرتبطة بالعلاقة .  
وهناك عدة أنواع من الارتباط يختص كل منها بنوع معين من العلاقات ، وستقتصر دراستنا على معاملي ارتباط بيرسون للمتغيرات الكمية ، ومعامل ارتباط الرتب لسبيرمان الخاص بالمتغيرات الوصفية .

#### خواص معامل الارتباط :

- ١) تتراوح قيمة معامل الارتباط بين  $(-1,1)$  أي أن  $-1 \leq r \leq 1$  .
- ٢) إذا كان  $r=1$  فهذا يعني وجود **علاقة موجبة تامة طردية بين المتغيرين** ، أي ان زيادة في قيم احد المتغيرين يصحبه زيادة في قيم المتغير الأخر. (ترابط طردي)
- ٣) إذا كان  $r=-1$  فهذا يعني وجود **علاقة سالبة تامة عكسية بين المتغيرين** ، أي ان زيادة في قيم احد المتغيرين يصحبه نقصان في قيم المتغير الأخر. (ترابط عكسي)
- ٤) إذا كانت  $r=0$  فهذا يعني **عدم وجود ترابط خطي بينهما** ، أي لا توجد علاقة بينهما.  
(لا يوجد ترابط)

#### انواع معاملات الارتباط



- ١) معامل الارتباط الخطي البسيط (معامل ارتباط بيرسون) :

ويعرف بأنه القيمة العددية للعلاقة بين متغيرين كميين ، ويعد العالم الانجليزي كارل بيرسون أول من وضع صيغة لهذا المعامل . ونرمز له بالرمز  $(r)$  أو  $r_{x,y}$  أو  $r_{1,2}$  .

حساب قيمة معامل ارتباط بيرسون :

لتكن  $(x_i, y_i)$ ;  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  تمثل أزواج القيم التي يتم الحصول عليها من عينة من

البيانات عددها  $n$  من البيانات ، عننننننن نستخدم القانون الآتي لاستخراجه :

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n})(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}}$$

مثال : احسب معامل ارتباط بيرسون للبيانات الآتية والتي تمثل الدرجات الفصلية

5, 8, 10, 6, 7, والدرجات النهائية 6, 8, 6, 7, 8 لخمسة طلاب.

| $x_i$ | $y_i$ | $y_i^2$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|-------|-------|---------|---------|-----------|
| 7     | 8     | 49      | 64      | 56        |
| 6     | 7     | 36      | 49      | 42        |
| 5     | 6     | 25      | 36      | 30        |
| 8     | 8     | 64      | 64      | 64        |
| 10    | 6     | 100     | 36      | 60        |
| 249   | 274   | 252     | 35      | 36        |

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n})(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}} \\
 &= \frac{252 - \frac{36 \times 35}{5}}{\sqrt{(274 - \frac{(36 \times 36)}{5})(249 - \frac{(35 \times 35)}{5})}} \\
 &= \frac{252 - 252}{\sqrt{(274 - 259.2)(249 - 245)}} \\
 &= \frac{0}{\sqrt{14.8 \times 4}} = 0 \quad \text{لا يوجد ارتباط}
 \end{aligned}$$



(٢) معامل ارتباط سبيرمان للترتيب :

ويعرف بأنه لقيمة لعددية للعلاقة بين متغيرين وصفيين. ونرمز له بالرمز  $(R_s)$ .

ويقاس معامل ارتباط الرتب لتغير الاقتراني لقائم بين ترتيب الافراد بالنسبة لصفة معينة ، ففي بعض الاحيان يمكن وصف مركز الفرد في جماعته عن طريق ترتيبه بينهم في سمة معينة.

**حساب قيمة معامل ارتباط سبيرمان للترتيب :**

لنفرض أن  $x, y$  متغيرين من أنواع لوصفي ، ولنفرض أن لبيانات لتي جمعت عن المتغيرين  $x, y$  عندها  $n$  هي بهيئة صفات غير قابلة للقياس الكمي ، فلو فرضنا أن  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  ممكنة الترتيب تصاعدياً أو تنازلياً وفق معيار معين يمتاز به كل متغير ( مثلاً درجات مجموعة من الطلبة يمكن ترتيبها تصاعدياً على أساس معيار الأقل إلى الأعلى لدرجة أي ضعيف ، مقبول ، متوسط ، جيد ، جيد جداً ، ممتاز و بالعكس أي الترتيب لتنازلي . عندئذٍ ولستناداً إلى هذا لتعريف إذا تم تخصيص سلسلة الأعداد الطبيعية  $1, 2, 3, \dots$  للتعبير عن صفات لترتيب لكل متغير بحيث أن كل صفة يخصص لها أحد أعداد هذه لسلسلة (مثلاً : ضعيف يخصص لها 1 ، ومتوسط يخصص لها 3 ، وهكذا) في حالة علم تكرر قيمة أي صفة من صفات المتغير ، عندها يستخدم القانون الآتي لإيجاد معامل الارتباط بين المتغيرين  $x, y$  :

$$R_s = 1 - \frac{6 \sum (Rx - Ry)^2}{n(n^2 - 1)}$$

مثال 1 : كانت تقديرات درجات سنة طلبة في مائتي الاحصاء والرياضيات هي كالآتي :

الاحصاء : جيد ، متوسط ، ضعيف ، مقبول ، جيد جداً ، ممتاز

لرياضيات : متوسط ، جيد ، مقبول ، ضعيف ، ممتاز ، جيد جداً

لوجد معامل الارتباط بين تقديرات درجات لطلاب في لمائتي الاحصاء والرياضيات (هل توجد

علاقة لرباطية بين تقديرات درجات لطلاب في لمائتي الاحصاء والرياضيات؟ وما نوعها ؟ )

لحل :

ترتب التقديرات وفق ترتيب تصاعدي أو تنازلي ، وليكن الترتيب تصاعدي وتخصص لها سلسلة الأعداد الطبيعية .

التقديرات : ضعيف ، مقبول ، متوسط ، جيد ، جيد جداً ، ممتاز

6 5 4 3 2 1

ثم يعوض عن كل تقدير بما يقابله من اعداد طبيعية

| x الإحصاء | y الرياضيات | $R_x$ | $R_y$ | $d_i = R_x - R_y$ | $d_i^2 = (R_x - R_y)^2$ |
|-----------|-------------|-------|-------|-------------------|-------------------------|
| جيد       | متوسط       | 4     | 3     | 1                 | 1                       |
| متوسط     | جيد         | 3     | 4     | -1                | 1                       |
| ضعيف      | مقبول       | 1     | 2     | -1                | 1                       |
| مقبول     | ضعيف        | 2     | 1     | 1                 | 1                       |
| جيد جداً  | ممتاز       | 5     | 6     | -1                | 1                       |
| ممتاز     | جيد جداً    | 6     | 5     | 1                 | 1                       |
|           |             |       |       |                   | 6                       |

$$R_s = 1 - \frac{6 \sum (R_x - R_y)^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6(6)}{6(35)} = 0.8$$

علاقة موجبة طرئية جيدة جداً بين درجات طلاب

مثال 2 : أوجد معامل ارتباط سبيرمان للترتيب بين قيم المتغيرين في الجدول أثناء :

| N | x  | y  |
|---|----|----|
| 1 | 6  | 9  |
| 2 | 8  | 10 |
| 3 | 10 | 7  |
| 4 | 7  | 6  |
| 5 | 9  | 8  |

الحل :

نرتب قيم المتغيرين تصاعدياً ونعبر عنها بسلسلة الأعداد الطبيعية ... 1, 2, 3, ...

القيم : 6, 7, 8, 9, 10

1 2 3 4 5

| N | x  | Y  | Rx | Ry | (Rx - Ry) | (Rx - Ry) <sup>2</sup> |
|---|----|----|----|----|-----------|------------------------|
| 1 | 6  | 9  | 1  | 4  | -3        | 9                      |
| 2 | 8  | 10 | 3  | 5  | -2        | 4                      |
| 3 | 10 | 7  | 5  | 2  | 3         | 9                      |
| 4 | 7  | 6  | 2  | 1  | 1         | 1                      |
| 5 | 9  | 8  | 4  | 3  | 1         | 1                      |
|   |    |    |    |    |           | 24                     |

$$\begin{aligned}
 R_s &= 1 - \frac{6 \sum (Rx - Ry)^2}{n(n^2 - 1)} \\
 &= 1 - \frac{6 \times 24}{5(5^2 - 1)} \\
 &= 1 - \frac{144}{144} \\
 &= 1 - \frac{5 \times 24}{144} \\
 &= 1 - \frac{144}{120} \\
 &= -0.20
 \end{aligned}$$

علاقة موجبة طردية ضعيفة



قسم الغابات  
المرحلة الأولى  
مبادئ علم الإحصاء  
المحاضرة التاسعة

## التصميم العشوائي الكامل (Completely Randomized Design –CRD)

يعد التصميم العشوائي الكامل واحد من أكثر التصاميم أستعمالا في مجال الانتاج الحيواني والنباتي، كما أنه سهل التطبيق فضلا الى ذلك فان من أهم ميزاته هو إمكانية تطبيقه مهما ان عدد المعاملات في التجربة وذلك عدد المكررات في كل معاملة ويمكن تطبيقه حتى في حالة عدم تساوي المكررات بأختلاف المعاملات ، الا أن من أهم محددات هذا التصميم هي عدم إمكانية تطبيقه الا اذا كانت الوحدات التجريبية على درجة عالية من التجانس.

أولا: التصميم العشوائي الكامل (CRD) في حالة تساوي عدد المكررات (مع تسجيل مشاهدة واحدة).

الانموذج الرياضي للتصميم : (Mathematical Model).

$$Y_{ij} = \mu + T_i + e_{ij}$$

أذ أن :

$Y_{ij}$ : قيمة المشاهدة  $j$  العائدة للمعاملة  $i$ .

$\mu$  : المتوسط العام للصفة المدروسة.

$T_i$ : تأثير المعاملة  $i$ .

$e_{ij}$ : الخطأ العشوائي الذي يتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط يساوي صفر وتباين قدره  $\sigma^2_e$ .



جدول تحليل التباين للتصميم: (ANOVA Table).

| S.O.V.                                | d.f.         | S.S.  | M.S.                              | F. Value                            |
|---------------------------------------|--------------|---|-----------------------------------|-------------------------------------|
| مصادر الاختلاف                        | درجات الحرية | مجموع المربعات                                      | متوسط المربعات                    | قيمة f المحسوبة                     |
| Treat.<br>المعاملة                    | t-1          | $\sum Y_i.^2$<br>$SSt = \frac{\sum Y_i.^2}{R} - CF$ | SSt<br>MSt = $\frac{SSt}{t-1}$    | MSt<br>F = $\frac{MSt}{MSe}$<br>MSe |
| Experimental Error.<br>الخطأ التجريبي | t(r-1)       | SSe = SST - SSt                                     | SSe<br>MSe = $\frac{SSe}{t(r-1)}$ |                                     |
| Total<br>الكلية                       | tr-1         | SST = $\sum Y_{ij}^2 - CF$                          | -----                             |                                     |

علما أن :

t: عدد المعاملات في التجربة

r: عدد المشاهدات أو المكررات في كل معاملة

وأن CF يمثل معامل التصحيح ويساوي مربع مجموع القيم مقسوما الى عددها والعدد ناتج

من ضرب عدد المعاملات (t) في عدد المكررات لكل معاملة (r).

أي أن :

$$CF = \frac{(Y..)^2}{tr}$$

**مثال:** أجريت تجربة شملت ثلاث سلالات (معاملات) من الأبقار ، لدراسة تأثير السلالة

في نسبة الدهن في الحليب وضمت كل معاملات أربعة أبقار أخذت عينة حليب (أنموذج)

واحدة من كل منها لقياس نسبة الدهن وكانت كالاتي:

| المعاملة (السلالة) | نسبة الدهن (Y <sub>ij</sub> ) | المجموع (Y <sub>i.</sub> )            |
|--------------------|-------------------------------|---------------------------------------|
| فريزيان            | 3 , 3 , 4 , 2                 | 12                                    |
| براون سويس         | 4 , 5 , 3 , 4                 | 16                                    |
| جرسي               | 4 , 3 , 3 , 3                 | 13                                    |
|                    |                               | Y <sub>..</sub> = 41<br>المجموع الكلي |

الحل :

يتم حساب معامل التصحيح أولاً:

$$CF = \frac{(Y_{..})^2}{tr} = \frac{(41)^2}{3 \times 4} = 140.8$$

ثم مجموع مربعات المعاملات (SS<sub>t</sub>):

$$SS_t = \frac{\sum Y_{i.}^2}{r} - CF = \frac{(12)^2 + (16)^2 + (13)^2}{4} - 140.8$$

$$SS_t = 2.166$$

يتم حساب مجموع المربعات الكلية (SST):

$$SST = \sum Y_{ij}^2 - CF$$

$$SST = 3^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 3^2 - 140.8$$

$$SST = 6.92$$

يتم حساب مجموع مربعات الخطأ (SS<sub>e</sub>):

$$SS_e = SST - SS_t$$

$$SS_e = 6.92 - 2.166$$

$$SS_e = 4.75$$

ومن النتائج السابقة يمكن حساب متوسط مربعات كل من المعاملات والخطأ وكما يلي:

متوسط مربعات المعاملات (MSt):

$$MSt = \frac{SS_t}{t-1} = \frac{2.166}{3-1} = \frac{2.166}{2} = 1.08$$

متوسط مربعات الخطأ (MSe):

$$MSe = \frac{SSe}{t(r-1)} = \frac{4.75}{3(4-1)} = \frac{4.75}{9} = 0.53$$

ومن خلال متوسط مربعات المعاملة والخطأ يمكن حساب قيمة F وكما يلي:

$$F = \frac{MSt}{MSe} = \frac{1.08}{0.53} = 2.05$$

ومن ثم يتم تكوين جدول تحليل التباين لتحليل البيانات:

جدول تحليل التباين للتصميم (ANOVA Table):

| S.O.V.                                | d.f.                | S.S.                    | M.S.           | F. Value                            |
|---------------------------------------|---------------------|-------------------------|----------------|-------------------------------------|
| مصادر الاختلاف                        | درجات الحرية        | مجموع المربعات          | متوسط المربعات | قيمة f المحسوبة                     |
| Treat.<br>المعاملة                    | t-1 = 3-1 = 2       | SS <sub>t</sub> = 2.166 | MSt = 1.08     | F = $\frac{1.08}{0.53}$<br>F = 2.05 |
| Experimental Error.<br>الخطأ التجريبي | t(r-1) = 3(4-1) = 9 | SS <sub>e</sub> = 4.75  | MSe = 0.53     |                                     |
| Total<br>الكلية                       | tr-1 = 3X4- 1 = 12  | SST = 6.92              | -----          |                                     |

تقارن قيمة F المحسوبة ( Calculated ) وهي (2.05) مع قيمة F الجدولية (Tabulated) من جداول F (منشورة في نهاية كتب تصميم وتحليل التجارب) وفق درجات حرية المعاملة (2) ودرجات حرية الخطأ (9) فإذا كانت المحسوبة أعلى من الجدولية فإن تأثير المعاملة (السلالة) معنويًا في الصفة المدروسة، وإذا كانت قيمة F المحسوبة أقل من الجدولية فإن تأثير المعاملة في نسبة الدهن غير معنوي (Non-significant) : ففي المثال السابق التأثير غير معنوي.

ويتم اختبار قيمة F على مستوى احتمالية 0.05 أي ( P<0.05 ) وأشارتها \*

أو على مستوى احتمالية 0.01 أي ( P<0.01 ) وأشارتها \*\*

وأن \* تعني معنوي و \*\* عالي المعنوية.

سؤال 1 واجب: أكمل جدول تحليل التباين الآتي :

| S.O.V.                                       | d.f.         | S.S.           | M.S.           | F. Value        |
|--|--------------|----------------|----------------|-----------------|
| مصادر الاختلاف                               | درجات الحرية | مجموع المربعات | متوسط المربعات | قيمة f المحسوبة |
| Treat.<br>المعاملة                           | 3            | 60             | -----          |                 |
| Experimen<br>tal Error.<br>الخطأ<br>التجريبي | -----        | -----          | 15             | -----           |
| Total<br>الكلية                              | 19           | -----          |                |                 |

سؤال 2 واجب: أكتب جدول تحليل التباين بالرموز للانموذج الرياضي الآتي:

$$Y_{ij} = \mu + T_i + e_{ij}$$

سؤال 3 واجب: ما هي ميزات ومحددات تطبيق التصميم العشوائي الكامل (CRD).

**ملاحظة:** بالامكان أستخراج معامل أختلاف التجربة (CV) وفق القانون الآتي : (من قسمة جذر متوسط مربعات الخطأ MSE (يؤخذ من جدول تحليل التباين) على المتوسط العام للصفة (X) في 100.

$$CV\% = \frac{MSe}{X} \times 100$$

ثانيا: التصميم العشوائي الكامل (CRD) في حالة عدم تساوي المكررات (مع تسجيل مشاهدة واحدة).

الانموذج الرياضي للتصميم : (Mathematical Model). (كما في حالة تساوي المكررات أنف الذكر). أي

$$Y_{ij} = \mu + T_i + e_{ij}$$

وتفسير رموزه كما في الانموذج السابق.

جدول تحليل التباين للتصميم: (ANOVA Table).

| S.O.V.                                | d.f.         | S.S.   | M.S.                                 | F. Value              |
|---------------------------------------|--------------|--|--------------------------------------|-----------------------|
| مصادر الاختلاف                        | درجات الحرية | مجموع المربعات                                     | متوسط المربعات                       | قيمة f المحسوبة       |
| Treat.<br>المعاملة                    | t-1          | $\sum Y_i.^2$<br>$SSt = \frac{\sum R_i^2}{t} - CF$ | SSt<br>$MSt = \frac{SSt}{t-1}$       | $F = \frac{MSt}{MSe}$ |
| Experimental Error.<br>الخطأ التجريبي | $\sum ri-t$  | $SSe = SST - SSt$                                  | SSe<br>$MSe = \frac{SSe}{\sum ri-t}$ |                       |
| Total<br>الكلي                        | $\sum ri-1$  | $SST = \sum Y_{ij}^2 - CF$                         | -----                                |                       |

علما أن : معامل الاختلاف يحسب كما يلي في حالة عدم تساوي المكررات.

$$CF = \frac{(Y..)^2}{\sum ri}$$

حيث  $\sum ri$  : هو عدد المشاهدات (المكررات) في التجربة.

مثال: في تجربة شملت أربع معاملات أستعمل فيها فيتامين (E) لدراسة تأثير نسبة الفيتامين (0 , 5 , 10 , 15 %) في العليقة على معدل الزيادة الوزنية في الدجاج المحلي وتم الحصول على البيانات التالية:

| المعاملات | الزيادة الوزنية (Yij) | المجموع Yi.                | عدد المشاهدات (المكررات) ri |
|-----------|-----------------------|----------------------------|-----------------------------|
| 1         | 10 , 15 , 20 , 22     | 67                         | 4                           |
| 2         | 10 , 12 , 13 , --     | 35                         | 3                           |
| 3         | 7 , 7 , 8 , 10        | 32                         | 4                           |
| 4         | 14 , 12 , --- , ---   | 26                         | 2                           |
|           |                       | المجموع الكلي Y..<br>160 = | $\sum ri = 13$              |



الحل:

يتم حساب معامل التصحيح أولاً:

$$CF = \frac{(Y_{..})^2}{\sum r_i} = \frac{(160)^2}{13} = 1969.6$$

ثم مجموع مربعات المعاملات (SSt): ((مهم جداً)).

$$SSt = \frac{\sum Y_i^2}{r_i} - CF = \frac{(67)^2}{4} + \frac{(35)^2}{3} + \frac{(32)^2}{4} + \frac{(26)^2}{2} - 1969.6$$

$$SSt = 153.81$$

يتم حساب مجموع المربعات الكلية (SST):

$$SST = \sum Y_{ij}^2 - CF$$
$$SST = 10^2 + \dots + 12^2 - 1969.6$$
$$SST = 261.23$$

يتم حساب مجموع مربعات الخطأ (SSe):

$$SSe = SST - SSt$$
$$SSe = 261.23 - 153.81$$
$$SSe = 107.41$$

ومن النتائج السابقة يمكن حساب متوسط مربعات كل من المعاملات والخطأ وكما يلي:

متوسط مربعات المعاملات (MSt):

$$MSt = \frac{SSt}{t-1} = \frac{153.81}{4-1} = \frac{153.81}{3} = 51.27$$

متوسط مربعات الخطأ (MSe):

$$MSe = \frac{SSe}{\sum r_i - t} = \frac{107.41}{13-4} = \frac{107.41}{9} = 11.93$$

ومن خلال متوسط مربعات المعاملة والخطأ يمكن حساب قيمة F وكما يلي:

$$F = \frac{MSt}{MSe} = \frac{51.23}{11.93} = 4.30$$

ومن ثم يتم تكوين جدول تحليل التباين لتحليل البيانات

جدول تحليل التباين للتصميم: (ANOVA Table).

| S.O.V.                            | d.f.                        | S.S.           | M.S.           | F. Value                             |
|-----------------------------------|-----------------------------|----------------|----------------|--------------------------------------|
| مصادر الاختلاف                    | درجات الحرية                | مجموع المربعات | متوسط المربعات | قيمة F المحسوبة                      |
| Treat. المعاملة                   | t-1 = 4-1 = 3               | SSt = 153.81   | MSt = 51.27    | F = $\frac{51.27}{11.9}$<br>F = 4.30 |
| Experimental Error. الخط التجريبي | $\sum ri - t = 13 - 4 = 9$  | SSe = 107.41   | MSe = 11.93    |                                      |
| Total الكلي                       | $\sum ri - 1 = 13 - 1 = 12$ | SST = 261.23   | -----          |                                      |

تقارن قيمة F المحسوبة ( Calculated ) وهي (4.30) مع قيمة F الجدولية (Tabulated) من جداول F وفق درجات حرية المعاملة (3) ودرجات حرية الخطأ (9) ، نجد أن F المحسوبة أعلى من الجدولية لذلك فإن تأثير المعاملة (الفيتامين) على معدل الزيادة الوزنية فأذا كانت المحسوبة أعلى من الجدولية فإن تأثير المعاملة معنويًا في الصفة المدروسة، وإذا كانت قيمة F المحسوبة أقل من الجدولية فإن تأثير المعاملة في نسبة الدهن غير معنوي (Non-significant) : ففي المثال السابق التأثير غير معنويًا على مستوى (P<0.05).

سؤال واجب: من البيانات الموضحة في الجدول الآتي (لديك ثلاث معاملات عدد مكرراتها غير متساوية)، أوجد جدول تحليل التباين لغاية قيمة F

| المعاملات | الزيادة الوزنية (Yij) | المجموع Yi.            | عدد المشاهدات (المكررات) ri |
|-----------|-----------------------|------------------------|-----------------------------|
| 1         | 5 , 9 , 10 , 11       | 39                     | 4                           |
| 2         | 6 , 4 , -- , ---      | 10                     | 2                           |
| 3         | 9 , 10 , 3 , 4        | 26                     | 4                           |
|           |                       | المجموع الكلي Y.. = 75 | $\sum ri = 10$              |

قسم الغابات  
المرحلة الاولى  
مبادئ علم الاحصاء  
المحاضرة العاشرة

الاختبارات المقترحة بعد إجراء التجربة.

1- اختبار أقل فرق معنوي.

(Least Significant Difference – LSD):

يستعمل لمقارنة الفروق المعنوية بين أي متوسطين في التجربة.

خطوات تطبيق الاختبار:

أ- حساب الانحراف القياسي بين متوسط أي معاملتين في التجربة ، مما يلي

$$\frac{2MSe}{r} = \text{الانحراف القياسي بين متوسط أي معاملتين}$$

علما ان 2 ثابت كوننا نقارن بين متوسط كل معاملتين.

MSe : متوسط مربعات الخطأ (يتم الحصول عليه من جدول تحليل التباين).

r: عدد المشاهدات (المكررات) في كل معاملة.

ب- نستخرج قيمة t من جداول t (منشورة في نهاية أي كتاب لتصميم وتحليل التجارب).

على درجات حرية الخطأ فقط ومستوى معنوية % 5 أو % 1.

ج- نستخرج قيمة LSD من حاصل ضرب الخطوتين السابقتين، أي وفق القانون الآتي:

$$LSD = \frac{2MSe}{r} \times t$$

د- نأخذ الفرق بين متوسطين أي معاملتين في التجربة ونقارنه مع قيمة LSD ، فإذا

كان الفرق بين المتوسطين أعلى من الـ LSD فهو معنوي ونلاحظ مستوى المعنوية.

**مثال:** أجري تجربة لدراسة تأثير خمسة أنواع من العلائق في معدل الزيادة الوزنية لدى

العجول وقد شملت كل معاملة خمس عجول (البيانات موضحة في الجدول الآتي).

| المعاملة | معدل الزيادة الوزنية (Y <sub>ij</sub> ) | المجموع (Y <sub>i</sub> ) | المتوسط |
|----------|---|---------------------------|---------|
| 1        | 6 , 8 , 7 , 3 , 10                      | 36                        | 7.2     |
| 2        | 9 , 8 , 11 , 11 , 10                    | 49                        | 9.8     |
| 3        | 7 , 5 , 5 , 9 , 4                       | 30                        | 6.0     |
| 4        | 5 , 3 , 4 , 6 , 6                       | 24                        | 4.8     |
| 5        | 8 , 6 , 9 , 9 , 11                      | 43                        | 8.6     |

|  |  |                              |  |
|--|--|------------------------------|--|
|  |  | المجموع الكلي<br>182 : (Y..) |  |
|--|--|------------------------------|--|

وبعد إجراء التحليل الاعتيادي للتجربة لغاية الحصول على جدول تحليل التباين (كما في الأمثل السابقة) يكون جدول تحليل التباين كالآتي.

| S.O.V.                                       | d.f .        | S.S.           | M.S.           | F. Value        |
|--|--------------|----------------|----------------|-----------------|
| مصادر الاختلاف                               | درجات الحرية | مجموع المربعات | متوسط المربعات | قيمة f المحسوبة |
| Treat.<br>المعاملة                           | 4            | 79.44          | 19.86          | 6.90 **         |
| Experimen<br>tal Error.<br>الخطأ<br>التجريبي | 20           | 57.60          | <u>2.88</u>    |                 |
| Total<br>الكلي                               | 24           | 137.04         | ----           |                 |

أجراء الاختبار (LSD) : بما أن

$$MSe = 2.88 , r = 5$$

وقيمة t من جداول t تساوي 2.08 لذلك :

$$LSD = \frac{2MSe}{r} \times t$$

$$LSD = \frac{2 \times 2.88}{5} \times 2.08 = 2.239$$

الآن نأخذ الفرق بين متوسط كل معاملتين زبقارنه مع قيمة LSD ، فإذا كان الفرق بين المتوسطين معنوي نضع عليهما حروف مختلفة ، وإذا كان الفرق غير معنوي نضع عليها حروف موجبة.



مثلا الفرق بين متوسط المعاملتين t2 و t3 يكون

$$9.8 - 6.0 = 3.8$$

وبما أن 3.8 أكبر من 2.239 لذلك فإن الفرق معنويين بين متوسطي المعاملة الثانية

والثالثة: وتوضع بالصيغة

$$a \ 9.8 = \text{متوسط المعاملة الثانية}$$

$$b \ 6.0 = \text{متوسط المعاملة الثالثة}$$

وكذلك بما أن الفرق بين متوسط المعاملة الاولى (7.2) ومتوسط المعاملة الثالثة

(6.0) يساوي (1.2) إذن الفرق غير معنوي ، توضع بالصيغة :

$$a \ 7.2 = \text{متوسط المعاملة الاولى}$$

$$a \ 6.0 = \text{متوسط المعاملة الثالثة}$$

**سؤال واجب:** أذكر خطوات إجراء اختبار أقل فرق معنوي (LSD).

**سؤال واجب:** اجريت تجربة وفق تصميم عشوائي كامل (CRD) مع عدم تساوي

المشاهدات أو المكررات (ثلاث معاملات بمكررات مختلفة). المطلوب:

1- كتابة الانموذج الرياضي للتجربة مفسرا رموزه.

2- أيجاد جدول تحليل التباين للبيانات

والبيانات كما في الجدول الآتي:

| المعاملات | المشاهدات y <sub>ij</sub> | Y <sub>i</sub><br>مجاميع المعاملات | R <sub>i</sub><br>عدد المكررات |
|-----------|---------------------------|------------------------------------|--------------------------------|
| T1        | 5 , 6 , 3 , 4             | 18                                 | 4                              |
| T2        | 4 , 2 , -- , --           | 6                                  | 2                              |
| T3        | 9 , 6 , 7 , 8             | 30                                 | 4                              |
|           |                           | Y <sub>..</sub> = 54               | ∑r <sub>i</sub> = 10           |

2- اختبار دنكن (Duncan) متعدد الحدود.

وجد هذا الاختبار عام 1955 من قبل الباحث Duncan ويتميز عن باقي

الاختبارات بأنه يأخذ الفروق المعنوية بين المتوسطات مهما كان عددها مرة واحدة

خطوات إجراء الاختبار:

- يتم أستخراج الانحراف القياسي لاي مشاهدة في التجربة وفق الآتي.

جنر الاتي.

$$S_{yi} = \frac{MSe}{r}$$

- أستخراج قيم SSR من جداول دنكن (موجودة في نهاية كتاب تصميم وتحليل التجارب) وحسب عدد المتوسطات الداخلة في المقارنة.
- أستخراج قيم LSR من المعادلة الاتية (حاصل ضرب الخطوتين السابقتين).

$$LSR = \frac{MSe}{r} \times SSR$$

- يتم ترتيب المتوسطات وقيم LSR تنازليا وبشكل عمودي وكذلك ترتيب المتوسطات تصاعديا وبشكل أفقي وفي كلا الحالتين يترك آخر متوسط. بعد ذلك نأخذ الفرق بين كل متوسطين ونقارنه بقيمة LSR المقابلة لهما ، فإذا كانت قيمة الفرق بين المتوسطين أعلى من قيمة LSR أذن الفرق بين المتوسطين معنوي ، في حين إذا كان الفرق أقل من الـ LSR فهو غير معنوي. وتوضع حروف على المتوسطات كما تم توضيح ذلك أنفا في اختبار LSD.

مثال: تطبيق اختبار دنكن على نفس المثال السابق الذي طبق عليه اختبار LSD.

$$S_{yi} = \frac{MSe}{r} = \frac{2.88}{5} = 0.759$$

|                 | عدد المتوسطات الداخلة في المقارنة |      |      |      |
|-----------------|-----------------------------------|------|------|------|
|                 | 2                                 | 3    | 4    | 5    |
| SSR             | 2.95                              | 3.09 | 3.19 | 3.25 |
| $\frac{MSe}{r}$ | 0.759                             |      |      |      |
| LSR             | 2.33                              | 2.35 | 2.42 | 2.47 |

قيم LSR في الجدول ناتجة من ضرب قي SSR في 0.759 .  
ولغرض إجراء المقارنة نكون الجدول الآتي:

| متوسط<br>المعاملات<br>تتارزيا | قيم<br>LSR<br>تتارزيا | T4<br>4.8 | T3<br>6.0 | T1<br>7.2 | T5<br>8.6 |
|-------------------------------|-----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| T2 : 9.8                      | 2.47                  | 5.0*      | 3.8*      | 2.6*      | 1.2NS     |
| T3 : 8.6                      | 2.42                  | 3.8*      | 2.6*      | 1.4       |           |
| T1 : 7.2                      | 2.35                  | 2.4*      | 1.2NS     |           |           |
| T3 : 6.0                      | 2.33                  | 1.2NS     |           |           |           |

فمثلا الفرق بين متوسط المعاملة الثانية (9.3) والمعاملة الرابعة (4.8) هو (5.0) كما  
موضح في الجدول وهذه القيمة أعلى من قيمة LSR المقابلة لها (2.47) لذلك الفرق بين  
متوسطي المعاملتين الثانية والرابعة معنوي لذا وضعت الإشارة \* ولهذا يعطى المتوسط  
الأعلى a والأقل b .

## تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

### (Randomized Completely Block Design – RCBD)

في هذا التصميم يتم تجميع الوحدات التلجريبية بمجاميع أو تسمى قطاعات بحيث تكون الوحدات التجريبية داخل كل قطاع في التجربة متجانسة ويكون عدد الوحدات التجريبية داخل كل قطاع مساويا لعدد المعاملات أو بعبارة أخرى بأنه لا بد من احتواء كل قطاع على جميع المعاملات وأن تحوي كل معاملة جميع القطاعات لذلك سميت بالقطاعات الكاملة وتتنوع المعاملات على الوحدات التجريبية داخل كل قطاع عشوائيا وبذلك يتضح أن استعمال هذا التصميم (RCBD) في حالة عدم تجانس الوحدات التجريبية وأمكانية مجانستها باتجاه معين (عمودي مثلا وتسمى قطاعات) ، ومن الممكن تطبيقه في حالة وجود قيم مفقود (ناتجة من هلاك حيوان أو نبات أو فقدان عينة في المختبر عائدة لمعاملة معينة في التجربة) وكذلك يعد سهل التطبيق. علما أن هذا التصميم هو أكفأ من التصميم العشوائي الكامل (CRD) وذلك لان جزء من الخطأ يتم سحبه عن طريق أحداث التجانس داخل كل قطاع ، الا ان من أهم عيوب هذا التصميم هو ارتفاع الخطأ في حالة عدم إمكانية أحداث التجانس داخل كل قطاع (أو باتجاه معين) في هذه الحالة يتطلب استعمال تصاميم أخرى لاجراء التحليل.

الانموذج الرياضي للتصميم : (Mathematical Model).

$$Y_{ij} = \mu + T_i + P_j + e_{ij}$$

أذ أن :

$Y_{ij}$ : قيمة المشاهدة  $j$  العائدة للمعاملة  $i$ .

$\mu$  : المتوسط العام للصفة المدروسة.

$P_j$ : تأثير القطاع  $j$ .

: تأثير المعاملة  $i$ .

$e_{ij}$ : الخطأ العشوائي الذي يتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط يساوي صفر وتباين قدره  $\sigma^2$ .

جدول تحليل التباين للتصميم : (ANOVA Table).

| S.O.V.<br>مصادر الاختلاف              | d.f.<br>درجات الحرية | S.S.<br>مجموع المربعات                            | M.S.<br>متوسط المربعات            | F. Value<br>قيمة f المحسوبة |
|---------------------------------------|----------------------|---|-----------------------------------|-----------------------------|
| Block<br>القطاع                       | r-1                  | $\sum Y_j^2$<br>$SSr = \frac{\sum Y_j^2}{t} - CF$ | SSr<br>$MSr = \frac{SSr}{r-1}$    | $F = \frac{MSt}{MSe}$       |
| Treat.<br>المعاملة                    | t-1                  | $\sum Y_i^2$<br>$SSt = \frac{\sum Y_i^2}{r} - CF$ | SSt<br>$MSt = \frac{SSt}{t-1}$    |                             |
| Experimental Error.<br>الخطأ التجريبي | (r-1)(t-1)           | $SSe = SST - SSr - SSt$                           | SSe<br>$MSe = \frac{SSe}{t(r-1)}$ |                             |
| Total<br>الكلي                        | tr-1                 | $SST = \sum Y_{ij}^2 - CF$                        | -----                             |                             |

علما أن :

t: عدد المعاملات في التجربة.

r: عدد المكررات (القطاعات) في التجربة.

وأن CF يمثل معامل التصحيح ويساوي مربع مجموع القيم مقسوما الى عددها والعدد ناتج

من ضرب عدد المعاملات (t) في عدد المكررات (القطاعات) (r).

أي أن :

$$CF = \frac{(Y_{..})^2}{tr}$$

**مثال :** أجريت تجربة لدراسة تأثير التسميد بالنتروجين على حاصل أحد أصناف الطماطة

وأستعمل لذلك أربع مستويات من النتروجين (أربع معاملات) وتم تطبيق التجربة بواقع

أربع قطاعات (أربع مكررات) والبيانات كما موضحة في الجدول الاتي:



| (Ti) المعاملات  | القطاع الاول (r1) | القطاع الثاني (r2) | القطاع الثالث (r3) | القطاع الرابع (r4) | مجاميع المعاملات (Yi.) |
|-----------------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------------------|
| 1               | 62                | 52                 | 47                 | 51                 | 212                    |
| 2               | 69                | 54                 | 50                 | 57                 | 228                    |
| 3               | 69                | 53                 | 57                 | 57                 | 236                    |
| 4               | 74                | 65                 | 54                 | 50                 | 252                    |
| Y.j             | 272               | 224                | 208                | 224                | Y.. = 928              |
| مجاميع القطاعات |                   |                    |                    |                    | المجموع الكلي          |

$$CF = \frac{(Y_{..})^2}{tr} = \frac{(928)^2}{4 \times 4} = 53824$$

$$SSr = \frac{\sum Y_{.j}^2}{t} - CF$$

$$SSr = \frac{(272)^2 + \dots + (224)^2}{4} - 53824$$

$$SSr = 576$$

$$SSt = \frac{\sum Y_{i.}^2}{r} - CF$$

$$SSt = \frac{(212)^2 + \dots + (252)^2}{4} - 53824$$

$$SSt = 208$$

$$SST = \sum Y_{ij}^2 - CF = (62)^2 + \dots + (59)^2 - CF$$

$$SST = 884$$

$$SSe = SST - SSr - SSt$$

$$SSe = 884 - 576 - 208$$

$$SSe = 70$$

$$MSr = \frac{SSr}{r-1} = \frac{576}{3} = 192$$

$$MSt = \frac{SSt}{t-1} = \frac{208}{3} = 69.33$$

$$MSe = \frac{SSe}{t(r-1)} = \frac{70}{9} = 7.78$$

يتم تكوين جدول تحليل التباين للتصميم (ANOVA Table).

| S.O.V.                                | d.f.                            | S.S.           | M.S.           | F. Value  |
|---------------------------------------|---------------------------------|----------------|----------------|---|
| مصادر الاختلاف                        | درجات الحرية                    | مجموع المربعات | متوسط المربعات | قيمة F المحسوبة   |
| Block<br>القطاع                       | r-1 = 4-1<br>= 3                | 576            | 192            | MSt<br>F = -----<br>MSe<br>69.33<br>F = -----<br>7.78<br>F = 8.91** |
| Treat.<br>المعاملة                    | t-1 = 4-1<br>= 3                | 208            | 69.33          |   |
| Experimental Error.<br>الخطأ التجريبي | (r-1)(t-1)<br>(4-1)(4-1)<br>= 9 | 70             | 7.78           |   |
| Total<br>الكلي                        | tr-1<br>4 x 4 - 1<br>= 15       | 884            | -----          |   |

من خلال مقارنة قيمة F المحسوبة (8.91) مع قيمة F الجدولية على درجات حرية المعاملة (3) والخطأ (9) ، نجد أن قيمة F المحسوبة أعلى من الجدولية على مستوى معنوية (0.05) وكذلك (0.01) لذلك فإن تأثير المعاملة (التسميد بالنترجين) عالي المعنوية في حاصل الطماطة ، إذ سجلت المعاملة الرابعة أقصى متوسط من الحاصل. ملاحظة: نلاحظ من الجدول أعلاه بأن قيمة F تحسب من متوسط مربعات المعاملة ومتوسط مربعات الخطأ.

سؤال واجب: ما هو جدول تحليل التباين بالرموز للانموذج الرياضي الآتي:  
 $Y_{ij} = \mu + T_i + P_j + e_{ij}$

سؤال واجب: أثبت من خلال جدول تحليل التباين وأرقام افتراضية أن تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (RCBD) أكفى من التصميم العشوائي الكامل (CRD).

الكفاءة النسبية لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة (RCBD) مقارنة مع التصميم العشوائي الكامل (CRD).

يمكن التعبير عن ذلك بالمعادلة الآتية:

$$(r-1) MSr + r (t-1) MSe$$

$$R.E. \% = \frac{(r-1) MSr + r (t-1) MSe}{(rt-1) MSe} \times 100$$

أن المجاهيل في هذا القانون يتم الحصول عليها من جدول تحليل التباين.

مثال: تم تحليل بيانات تجربة لمقارنة تأثير أربع مستويات من النتروجين على معدل حاصل عباد الشمس، أستعمل فيها تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (RCBD) ويواقع خمس مكررات (قطاعات) وكانت النتائج بعد التحليل كما موضحة في الجدول الآتي.  
 (المطلوب إيجاد الكفاءة النسبية لتصميم (RCBD) مقارنة مع تصميم (CRD).

| S.O.V.                                | d.f.         | S.S.           | M.S.           | F. Value        |
|---------------------------------------|--------------|----------------|----------------|-----------------|
| مصادر الاختلاف                        | درجات الحرية | مجموع المربعات | متوسط المربعات | قيمة f المحسوبة |
| Block<br>القطاع                       | 4            | 21.46          | 5.36           | F = 20.46**     |
| Treat.<br>المعاملة                    | 3            | 134.45         | 44.83          |                 |
| Experimental Error.<br>الخطأ التجريبي | 12           | 26.26          | 2.19           |                 |
| Total<br>الكلي                        | 19           | 182.17         | -----          |                 |

$$\text{R.E. \% الكفاءة النسبية} = \frac{(r-1) \text{ MSr} + r (t-1) \text{ MSe}}{(rt-1) \text{ MSe}} \times 100$$

$$\text{R.E. \% الكفاءة النسبية} = \frac{(5-1) 5.36 + 5 (4-1) 2.19}{(5 \times 4-1) 2.19} \times 100$$

$$\text{R.E. \%} = 130 \%$$

من هذه النتيجة يتضح بأن تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (RCBD) أكفأ من التصميم العشوائي الكامل (CRD) بمقدار 30 % ، أي أن 130 مكرر بأستعمال تصميم (CRD) تعطي نفس نتيجة معلومات 100 مكرر وفق تصميم (RCBD) لذلك فأن التكلفة في حالة تطبيق تصميم (CRD) تكون أعلى.

سؤال واجب: أكمل جدول تحليل التباين الاتي موضحا الخطوات بالقوانين اللازمة مع كتابة الانموذج الرياضي المناسب.

| SOV        | d.f.  | SS    | MS    | F     |
|------------|-------|-------|-------|-------|
| Block      | 3     | ----- | 60    |       |
| Treat.     | ----- | 10    | ----- | ----- |
| Exp. Error | 12    | ----- | 2.66  |       |
| Total      | ----- |       |       |       |