جامعة الموصل

كلية الزراعة والغابات

قسم الاقتصاد الزراعي

المرحلة الرابعة

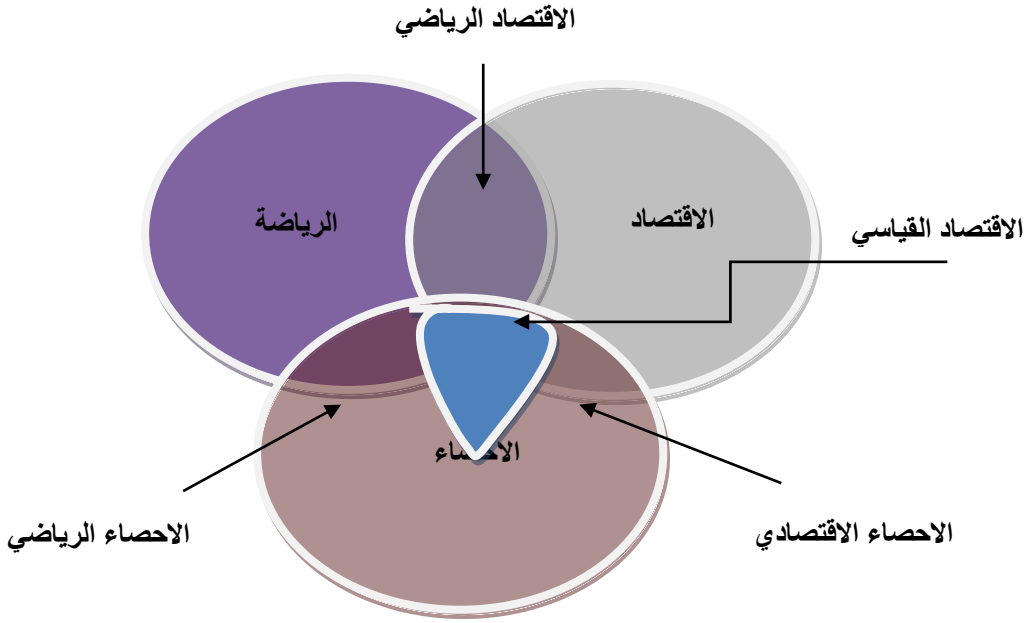
اقتصاد قياسي / ١
(نظري)

اعداد
د. م. وليد إبراهيم سلطان

الاقتصاد القياسي (Econometrics)

تعريف الاقتصاد القياسي: Definition of Econometric

كلمة **إقتصاد قياسي** بالإنجليزية (Econometrics) : مكونة من مقطعين ECONO : مشتقة من إقتصاد و METRICS مشتقة من كلمة قياس .... والاقتصاد القياسي Econometrics : فرع من فروع علم الاقتصاد الذي يختص بالقياس (التقدير) الكمي للعلاقة بين المتغيرات مستخدما النظرية الاقتصادية والرياضيات والأساليب الاحصائية ، بهدف إختبار النظريات الاقتصادية المختلفة من ناحية ومساعجة رجال الأعمال والحكومات في إتخاذ القرارات ووضع السياسات من ناحية أخري .



أي أن الاقتصاد القياسي يهتم بتحليل الظواهر الاقتصادية الواقعية تحليلاً كمياً ، وذلك باستخدام أساليب الاستقراء الإحصائي المناسبة. أي إنه علم استعمال طرائق الاستقراء والاستدلال الإحصائي لكشف القوانين الاقتصادية الموضوعية وتحديد فعلها تحديداً كمياً. فالتحليل الكمي للظواهر الاقتصادية هو محاولة للتحقق من العلاقات الاقتصادية والتأكد من منطقيتها في تمثيل الواقع المعقد الذي تعبر عنه النظرية الاقتصادية في صيغة فروض . ويعتمد الاقتصاد القياسي في قياس العلاقات الاقتصادية وتحليلها على دمج النظرية الاقتصادية والرياضيات والأساليب الإحصائية في نموذج متكامل ، وذلك بهدف تقويم معالم ذلك النموذج ثم إختبار الفروض حول ظاهرة إقتصادية معينة ، وأخيراً التنبؤ بقيم تلك الظاهرة.

علاقة الاقتصاد القياسي بالعلوم الاخرى:

من الواضح أن علم الاقتصاد القياسي يعتمد على ثلاثة علوم هي:

١ـ علم الاقتصاد: وهذا أمر طبيعي ، إذ إن الاقتصاد القياسي هو أحد فروع هذا العلم. فالنظرية الاقتصادية تشير عموماً إلى وجود علاقات معينة بين متغيرات إقتصادية كالعلاقة بين الكمية المطلوبة من سلعة معينة وسعرها وأسعار السلع البديلة مثلاً ، وتحتاج عملية قياس تلك العلاقات إلى إختيار نماذج قياسية لتمثيلها.

٢ـ الرياضيات بما توفره من نماذج رياضية يختار الاقتصاد القياسي ما يناسب منها وفق أسس معينة للوصول إلى نموذج لتمثيل العلاقات بين المتغيرات الاقتصادية المدروسة . ومن الطبيعي أن يكون بعض تلك النماذج أقل جودة في التعبير عن الواقع المعقد من بعضها الآخر.

٣ـ الإحصاء بما يوفره من أدوات أساسية في القياس كالتي تتعلق بطرائق الاستدلال الإحصائي مثلاً.

تاريخ الاقتصاد القياسي

يعدّ علم الاقتصاد القياسي علماً حديثاً نسبياً إذا ما قورن بالعلوم الاقتصادية الأخرى ، فعلى الرغم من المحاولات التي ظهرت في القرن التاسع عشر والتي كانت ذات طابع إقتصادي قياسي ، كعمل الإحصائي الألماني أرنست إنغل (١٨٢١-١٨٩٦) Ernest Engel الذي وضع قوانينه الخاصة بالدخل و**الاستهلاك** في ضوء بيانات ميزانية الأسرة ، وإستعمل مصطلح الاقتصاد القياسي أول مرة عام ١٩٢٦ من قبل الاقتصادي النروجي فريش Frisch. في عام ١٩١٩ نشر الاقتصادي الأمريكي بيرسون W.M.Pearson طريقته الخاصة بتحليل الدورات الاقتصادية التي طبقت في تحليل هذه الدورات في عدد من البلدان الرأسمالية ، كما طبقت في الاتحاد السوفييتي سابقاً أيضاً في إنجاز عدد من الأبحاث التي وضعت في خدمة سياسة الدولة السوفييتية في مرحلة الانتقال من **الرأسمالية** إلى **الاشتراكية**. وتعد محاولات تقدير دوال منحنيات العرض و**الطلب** للمنتجات الزراعية في الولايات المتحدة الأمريكية في مطلع الثلاثينات من القرن العشرين محاولات أولى أيضاً في مجال تطبيق مبادئ الاقتصاد القياسي. أسس بعض واضعي الفكر الاقتصادي الأوائل من أمثال مور H.More ، وشولتز H.Schultz ، وفريش وستون R.Stone الجمعية الدولية للاقتصاد القياسي International Econometrics Association في عام ١٩٣٠. ثم توسع تطبيق مبادئ الاقتصاد القياسي بعد الحرب العالمية الثانية ، وأخذت أنشطة هذا العلم تشمل تقديرات لمعالم أو لثوابت نماذج اقتصادية مؤلفة من عدة معادلات. ومنذ ذلك التاريخ والاقتصاد القياسي يستخدم أداة فعالة في حل المعضلات الاقتصادية وفي عمليات **التخطيط** الاقتصادي .

وبدأ تطبيق مبادئ هذا العلم بالانتشار حديثاً في بلدان العالم الثالث. وساعد على إنتشار طرائق الاقتصاد القياسي عاملان إثنان هما:

١ـ توافر الإحصاءات الاقتصادية بكميات أكبر وبدقة أفضل. وهي تؤلف المادة الأولية للبحث العلمي في الاقتصاد القياسي.

٢ـ التطور الكبير والسريع في مجال الحاسبات الإلكترونية الذي مكن من التوسع في النماذج الاقتصادية لتشمل عدداً كبيراً من المتغيرات بعد أن كان ذلك مقتصراً على التحليل النظري. فقد أصبح بالإمكان اليوم تقدير ثوابت نموذج مؤلف من عدة مئات من المعادلات وإختبار صلاحية النماذج الاقتصادية النظرية ومعرفة مدى ملاءمتها للواقع المعقد.

أهداف الاقتصاد القياسي:

١ – الإختبار:

بنى الاقتصاديون نظرياتهم على مجموعة من الفرضيات واستخدموا السببية والتحليل المنطقي لدعم نظرياتهم وإثباتها من واقع الظواهر الاقتصادية المدروسة، بينما يهدف الاقتصاد القياسي إلى محاولة الحصول على قيم عددية من خلال التحليل لإختبار مدى (درجة) قوة تأثير المتغير المستقل على سلوكية المتغير التابع، وبهذا نجد أن الاقتصاد القياسي هو المقيم للنظرية الاقتصادية، حيث مهما كان منطق النظرية الاقتصادية قوياً ومسموعاً إلا أنه بدون الاختبار العددي (القياسي) تصبح النظرية غير مقبولة.

٢ – إتخاذ القرار:

إن القيم العددية لمعلمات المعادلة أو المعادلات التي تم الحصول عليها من خلال العلاقات الاقتصادية المختلفة مثل (التكلفة الحدية، الإيراد الحدي، الميل الحدي للاستهلاك، المرونات ...)، إن هذه القيم العددية والتي استطاع الاقتصاد القياسي توفيرها، يمكن الاعتماد عليها في إتخاذ القرار المناسب للمنشأة أو المشروع وحتى الحكومة حول مشكلة أو قضية اقتصادية، يتطلب الأمر الاستمرار في عمل المشروع أو تطوير زراعة محاصيل معينة أو انتاج سلعة معينة، ...إلخ)، فقيم المعاملات هذه أصبحت الأدوات الأساسية أيضا عند اتخاذ أي قرار اقتصادي يتعلق بأي متغير اقتصادي ومفيدة كذلك في رسم السياسة الاقتصادية في مجالاتها المختلفة الإنتاجية منها والاستثمارية والأخرى.

٣- التنبؤ:

إن القيم العددية لمعلمات المتغيرات الاقتصادية في معادلات العلاقات الاقتصادية المختلفة وهذه قد تم الحصول عليها عن طريق الاقتصاد القياسي يمكن الاعتماد على هذه القيم في التنبؤ عن إتجاهات تطور هذه المتغيرات في المستقبل والتي باتت ضرورية ومفيدة أيضاً في إتخاذ قرارات التخطيط الاقتصادي المناسبة وفي إتخاذ القرارات للسياسة الاقتصادية وتوجهاتها المستقبلية والتي تهدف إلى إحداث تطورات إيجابية في المجالات الاقتصادية المختلفة سواء على مستوى الوحدة الإنتاجية أو القطاع أو الاقتصاد الوطني، وتكون هذه القيم العددية للمعلمات مفيدة أيضاً للتنبؤ عن حجم العرض الإنتاجي والطلب الإستهلاكي وفي تحديد حج الطلب على القوى العاملة مستقبلاً.

مهام الاقتصاد القياسي

تتمثل مهام الاقتصاد القياسي عامة بتحقيق ما يلي:

١ـ تحديد النموذج الرياضي المناسب لتمثيل العلاقة أو العلاقات القائمة بين المتغيرات الاقتصادية المدروسة ، إذ يجب على الباحث في هذه المرحلة وضع فروض النظرية الاقتصادية في نموذج رياضي عشوائي.

٢ـ تقدير معاملات أو ثوابت النموذج الرياضي المطبق. تبدأ هذه المهمة بجمع الإحصاءات الاقتصادية المناسبة بالدقة المطلوبة حول ظاهرة أو ظواهر يراد دراستها وتنتهي باستخدام الأساليب الإحصائية المناسبة لتقدير معالم النموذج الذي إختاره الباحث لتمثيل العلاقات بين المتغيرات.

٣ـ إختبار النموذج الرياضي العشوائي المطبق لمعرفة ما إذا كان يمثل فعلاً حقيقة الواقع المدروس أم أنه يجب على الباحث اختيار نموذج آخر أكثر واقعية. ويعتمد الباحث في اختيار النموذج المناسب على معايير اقتصادية، إذ من المفترض أن تنسجم قيم المعاملات المقررة في النموذج في طبيعتها وقيمها النسبية مع ما هو متوقع في إطار النظرية والفروض الاقتصادية التي تحكم الظواهر المدروسة. وكذلك من اختبارات فروض النموذج نفسها، ولاسيما تلك المتصلة بالحد العشوائي لمعرفة مدى انسجامها مع الواقع المدروس.

تطبيقات الاقتصاد القياسي:

يعتبر مجال تطبيق الاقتصاد القياسي واسعًا جدًا حيث يشمل كافة الظواهر الاقتصادية:

- على مستوى الاقتصاد الجزئي: حيث يمكن إستخدام تطبيقاته لتحديد دوال الانتاج والتكاليف على مستوى المنشاة وكافة إشتقاقاتها مثل دوال الناتج المتوسط والناتج الحدي والتكلفة المتوسطة والحدية. وكذلك يقيس تاثير العوامل المؤثرة على الانتاج كميًا، ويحدد الحدود المثلى من كل عامل التي يجب إدخالها في العملية الانتاجية ، ويحدد التوليفة المثلى من العوامل مجتمعة التي تحقق أفضل عائدية.
- على مستوى الاقتصاد الكلي: يمكن باستخدام النماذج القياسية تقدير دوال الاستهلاك والطلب للسلع المختلفة على المستوى الكلي. وكذلك دوال الانتاج بصيغها غير الخطية المختلفة . كما يمكن بناء نماذج قياسية (متعددة المعادلات) توصف الاقتصاد ككل وتتضمن دوال الدخل القومي والاستثمار والاستخدام والاستهلاك والتجارة الخارجية (الصادرات والواردات).
- ويمكن إستخدام تطبيقات الاقتصاد القياسي في بعض الدراسات الاجتماعية.

أقسام الاقتصاد القياسي:

أولاً: إقتصاد قياسي نظري:

ويستخدم لقياس المتغيرات الاقتصادية من خلال استخدام الطرق والوسائل الإحصائية التي تم أقلمتها وبرمجتها بما يتوافق مع العلاقات الاقتصادية وتنقسم هذه الطرق الإحصائية إلى قسمين:

١-طرق المعادلة الفنية المفردة:

وهي المعادلة المنفردة التي تطبق على حالة أو علاقة اقتصادية واحدة وخلال فترة زمنية معينة.

٢-طرق المعادلات الفنية الآنية:

وهذه الطرق يتم تطبيقها على علاقات اقتصادية متعددة (نموذج أو نماذج اقتصادية) وهذه تمثل مجموعة من المعادلات الآنية التي تعكس تلك العلاقات الاقتصادية المتعددة وهي التي تشكل النموذج الاقتصادي.

ثانياً: إقتصاد قياسي تطبيقي:

وهذا يشمل استخدام طرق وأساليب الاقتصاد القياسي النظري لتحليل المشاكل والظواهر الاقتصادية ومن ثم التنبؤ بالسلوك، فهو يطبق على المجالات المختلفة للنظرية الاقتصادية مثل (الإنتاج والإستهلاك والطلب والعرض والتجارة الخارجية والدخل القومي ... إلخ) لمعرفة واقع هذه المجالات واتجاهات تطورها من خلال معادلات النماذج القياسية الاقتصادية المختلفة.

استخدامات الاقتصاد القياسي :

تطور إستعمال الاقتصاد القياسي مع تطور العلم نفسه ومع تغير المشكلات الاقتصادية. وبوجه عام فإن مجالات تطبيق طرق الاقتصاد القياسي هي:

١ـ تحليل الدورات الاقتصادية التي تعرضت لها البلدان الرأسمالية ، وخاصة الولايات المتحدة في مطلع القرن العشرين، بهدف التنبؤ بمواعيدها والتصدي للأزمات الاقتصادية ومعالجتها أو التخفيف من حدتها قبل حدوثها وتقليص الخسائر الناجمة عنها. وكانت جامعة هارفرد المركز الأول لهذا النوع من الأبحاث التي قلت أهميتها إثر عجزها عن التنبؤ بحدوث الأزمة الاقتصادية الكبرى عام ١٩٢٩.

٢ـ أبحاث السوق وتحديد مرونة الطلب والعرض ، إذ من الثابت عموماً أنّ هناك علاقة عكسية بين سعر المنتج والكمية المطلوبة منه. ومن المهم عند المنتجين معرفة مدى أثر تغيير محدد في سعر السلعة في الكمية المطلوبة منها. وعلى صعيد أجهزة الدولة المسؤولة عن تخطيط عملية التنمية فإن هذا النوع من الأبحاث ذو أهمية خاصة، إذ إن السياسات السعرية تؤلف أدوات لتوجيه أنماط الإنتاج والاستهلاك باتجاهات مرغوب فيها، مما يحتم ضرورة تعرُّف فعالية هذه الأدوات قبل استعمالها. ففي المجتمعات الاشتراكية مثلاً، يتطلب التخطيط الفعال للاستهلاك الفردي تعرُّف مرونات الطلب بالنسبة إلى الدخل والأسعار، لكي يستطيع المخطط تعرُّف الطلب المستقبلي في ضوء التطور المرسوم للدخول والأسعار المتوقعة للسلع وبدائلها.

٣ـ دراسة مستويات الإنتاج وعلاقتها بالتكلفة ، وهي دراسات ذات أهمية في مسائل تخطيط الإنتاج على صعيد الوحدات والقطاعات الإنتاجية. إذ تبين هذه الدراسات الأهمية النسبية لكل عامل من عوامل الإنتاج في العملية الإنتاجية على صعيد المؤسسة وأهميته في النمو الاقتصادي على مستوى القطاع والمجتمع. أي تحديد مصادر النمو الاقتصادي في المجتمع ودور التطور التقني في ذلك.

٤ـ نظرية البرمجة التي تطبق تطبيقاً واسعاً على صعيد الوحدات الإنتاجية في البلدان الرأسمالية والاشتراكية وفي تخطيط الاقتصاد الاشتراكي الشامل. وفي إطار هذه النظرية يتم تحليل النشاطات الاقتصادية المتداخلة بهدف ضمان التوازن بين جميع الوحدات المستقلة المساهمة في العمليات الإنتاجية المترابطة.

الاقتصاد القياسي والنماذج الرياضية:

النموذج الاقتصادي هو تبسيط رياضي لحالة واقعية معقدة في المجتمع يفترض أن يعكس حقيقة العلاقات القائمة بين المتغيرات الاقتصادية الداخلة فيه. ويتوقف عدد هذه العلاقات على الأهداف المتوخاة من النموذج وعلى درجة التفصيل المرغوب في الحصول عليها. وتشترك النماذج الاقتصادية عامة بخصائص معينة منها:

أ. الافتراض أن سلوك المتغيرات الاقتصادية يتحدد بوساطة مجموعة معادلات تعرف بالمعادلات المتزامنة .

ب. الافتراض أن النموذج المقترح تطبيقه يؤلف أكثر من مجرد تبسيط رياضي لحالة معقدة في الواقع.

ج. إفتراض أن يساعد فهم النموذج المطبق على فهم سلوك متغيرات النموذج في المستقبل. بمعنى أنه يساعد على إجراء التنبؤات المستقبلية حول مستويات تلك المتغيرات.

أقسام الاقتصاد القياسي:

أولاً: إقتصاد قياسي نظري:

ويستخدم لقياس المتغيرات الاقتصادية من خلال استخدام الطرق والوسائل الإحصائية التي تم أقلمتها وبرمجتها بما يتوافق مع العلاقات الاقتصادية وتنقسم هذه الطرق الإحصائية إلى قسمين:

٣-طرق المعادلة الفنية المفردة:

وهي المعادلة المنفردة التي تطبق على حالة أو علاقة اقتصادية واحدة وخلال فترة زمنية معينة.

٤-طرق المعادلات الفنية الآنية:

وهذه الطرق يتم تطبيقها على علاقات اقتصادية متعددة (نموذج أو نماذج اقتصادية) وهذه تمثل مجموعة من المعادلات الآنية التي تعكس تلك العلاقات الاقتصادية المتعددة وهي التي تشكل النموذج الاقتصادي.

ثانياً: إقتصاد قياسي تطبيقي:

وهذا يشمل استخدام طرق وأساليب الاقتصاد القياسي النظري لتحليل المشاكل والظواهر الاقتصادية ومن ثم التنبؤ بالسلوك، فهو يطبق على المجالات المختلفة للنظرية الاقتصادية مثل (الإنتاج والإستهلاك والطلب والعرض والتجارة الخارجية والدخل القومي ... إلخ) لمعرفة واقع هذه المجالات واتجاهات تطورها من خلال معادلات النماذج القياسية الاقتصادية المختلفة.

خطوات (مراحل) المعالجة القياسية للظواهر والمشاكل الاقتصادية:

١- مرحلة توصيف النموذج:

لإيجاد علاقة دالية بين متغيرين اقتصاديين أو بين عدد من المتغيرات الاقتصادية نحتاج إلى الاعتماد على النظرية أو النظريات الاقتصادية لتحديد طبيعة العلاقات الدالية بين المتغيرات الاقتصادية، وفي هذه المرحلة يتم وضع الفروض أو الفرضيات التي يتم اعتمادها لبيان أهمية ودور المتغيرات الاقتصادية في تحقيق الأهداف التي من أجلها وضعت هذه الفروض.

٢- مرحلة التقدير:

بعد جمع البيانات الخاصة بالمشكلة الاقتصادية حيث في هذه المرحلة يتم تحويل العلاقة أو العلاقات الدالية بين المتغيرات الاقتصادية المعالجة للمشكلة الاقتصادية (نظرية اقتصادية) إلى معادلات اقتصادية رياضية (اقتصاد رياضي) ومن خلال الاعتماد على الطرق والأساليب والأدوات الرياضية أيضاً يتم التقدير الكمي لمعلمات المعادلة أو المعادلات الاقتصادية وبهذا نحصل على قيم عددية لمعلمات المتغيرات الاقتصادية الداخلة في النموذج أو النماذج (المعادلة أو المعادلات) الاقتصادية.

٣- مرحلة الإختبار:

في هذه المرحلة يتم اختبار مدى قبول الفرض أو الفرضيات أو عدم قبولها (وهي الفرضيات التي وضعها في المرحلة السابقة والتي تعكس مدى أو درجة أهمية النمتغيرات المستقلة في الأثر سواء في المعادلة أو في مجموعة المعادلات) وذلك من خلال اعتماد الاختبارات الإحصائية والقياسية، والإحصائية مثل اختبارات المعنوية (R^2,F,T) والاختبارات القياسية مثل اختبارات (كلاين وفرار كلوبر للإرتباط الخطي، واختبار دارين-واتسن للإرتباط الذاتي، واختبار بارك وكوند كوندات لعدم تجانس التباين) وهذه الاختبارات بمجموعها الإحصائية والقياسية تهدف إلى اختبار (تقييم)

معلمات المعادلة أو المعادلات والتي نتوصل من خلالها إلى معرفة أن هذه المعلمات (المؤثرات) المعادلة مؤثرة أم لا في المتغير التابع وكذلك درجة (تأثير) تلك المتغيرات وهل يمكن قبولها أو عدم قبولها في المعادلة أو المعادلات، كما نضمن أيضاً مدى دقة تقديرات هذه المعلمات ومدى تطابق قيمها وإشاراتها (تأثيرها الإيجابي أو السلبي) مع معلماتها الحقيقية (الواقعية) في الاقتصاد.

٤ – مرحلة التطبيق والتنبؤ:

وتعتبر هذه المرحلة هي المرحلة الحاسمة وهي التي تعكس أهمية هذه الطريقة في الوصول إلى النتائج المرجوة أو المطلوبة، من دقة تقديرات المعلمات للإستفادة منها في إتخاذ القرارات المناسبة والتي قد تكون متعلقة بإنتاج أو استهلاك سلعة ما، أو في مجالات الاقتصاد الأخرى كالاستثمار والإدخار والعرض والطلب والتكاليف، ... ، وتعتبر أقيام هذه المعلمات مفيدة جداً في هذه التطبيقات الاقتصادية وتحليل النماذج الاقتصادية، كذلك في التنبؤ عن التطور المستقبلي لمتغيرات النموذج من ناحية، وفي التنبؤ عن اتجاهات السياسة الاقتصادية على مستوى متغيرات الاقتصاد الكلي (الاستثمار والإدخار والاستهلاك والإنتاج والإنفاق ...) أو حتى التنبؤ لمحصول أو مشروع إنتاجي معين وحتى على مستوى قطاعات الاقتصاد الوطني كالزراعة والصناعة والخدمات ... وعلى مستوى الاقتصاد الكلي للبلد.

توضيح مراحل المعالجة القياسية للمشاكل أو الظواهر الاقتصادية:

المرحلة الأولى:

الاستعانة بالنظرية الاقتصادية وفق قانون إنجل حول علاقة ما بين الدخل والاستهلاك.

١. النظرية: (أثر الدخل على الاستهلاك)

وفق النظرية الاقتصادية فإن الاستهلاك هو دالة في الدخل أي أن التغيرات الحاصلة في الاستهلاك تعتمد على التغيرات الحاصلة في الدخل، فمثلاً زيادة الدخل تؤدي إلى زيادة الاستهلاك وبالعكس، وهذه المعادلة تأخذ الشكل التالي:

$$Y_i = f(x_i)$$

حيث

Y: الاستهلاك x: الدخل f: اشارة الى الدالة

٢. تحويل النظرية الاقتصادية إلى شكل نموذج رياضي

اقتصاد رياضي $Y_i = \propto + Bx_i$

٣. تحويل المعادلة إلى صيغة الاقتصاد القياسي

وتتم بإدخال المتغير العشوائي (u_i) في المعادلة السابقة

اقتصاد قياسي $Y_i = \propto + Bx_i + u_i$

المرحلة الثانية:

يتم في هذه المرحلة جمع وتبويب البيانات المتعلقة بمشكلة البحث أو الدراسة، ومن ثم نلجأ إلى تقدير معلمات المعادلة أو النموذج $(\hat{B} \text{ ، } \hat{\propto})$

$\hat{\propto}$ = معلمة مقدرة $\propto$ = معلمة حقيقية

$\hat{B}$ = معلمة مقدرة B = معلمة حقيقية

المرحلة الثالثة :

يتم في هذه المرحلة اختبار (تقييم) معلمات العادلة أو النموذج $(\hat{B} \ \hat{\propto} \text{ , })$ من خلال اعتماد المعايير الإحصائية والقياسية، وهناك احتمالين:

١- في حالة اجتياز المعلمات الاختبارات ومن ثم قبول النظرية الاقتصادية وتطابق المعلمات المقدرة $(\hat{B}$, $\hat{\propto})$ للمعادلة مع قيمها الواقعية الاقتصادية $(\propto, B)$ يتم الانتقال إلى المرحلة الرابعة (مرحلة التطبيق والتنبؤ).

٢- في حالة عدم اجتياز المعلمات للاختبارات يتم اللجوء إلى المعالجات النظرية والعملية بغية التوصل إلى اجتياز الاختبارات في هذه المحاولة أو المحاولات التالية ثم الانتقال إلى المرحلة الرابعة.

المرحلة الرابعة:

مرحلة التطبيق والتنبؤ والتي تم ذكرها سابقاً.

يتضح لنا مما سبق أن هذه المراحل لها أهميتها الخاصة في الدراسة الاقتصادية القياسية، إلا أن المرحلة الأولى والمرحلة الثانية تكتسب أهمية متميزة (أهمية إضافية) وذلك لما تتطلبه المرحلة الأولى من الاستعانة بالنظرية الاقتصادية وفي وضع الفروض الخاصة بمشكلة البحث والتي تتطلب الخبرة في ذلك كما تتطلب المرحلة الثانية الدقة والتيقن من البيانات التي يتم جمعها وتبويبها لمشكلة البحث لما تحتاجه من خبرة ومهارة مطلوبتين بينما تحتاج المرحلة الثالثة المعرفة بالطرق والوسائل وأدوات التحليل الإحصائي والقياسي والمرحلة الرابعة إلى القدرة على التطبيق والتنبؤ.

النموذج الاقتصادي:

يعرف النموذج الاقتصادي بأنه مجموعة من العلاقات الاقتصادية التي توضع بصيغة أو صيغ رياضية تسمى المعادلة أو مجموعة المعادلات والتي توضح سلوكية أو طبيعة هذه العلاقات والتي قد تبين عمل اقتصاد معين أو قطاع معين ويطلق على المعادلات تسمية المعادلات الهيكلية، والنموذج الاقتصادي لقطر أو قطاع أو وحدة إنتاجية (مشروع، مؤسسة، شركة، مزرعة، ...) خلال فترة زمنية معينة في شكل رموز وقيم عددية ومن خلال النموذج يتم قياس العلاقات الاقتصادية، ولأجل تحقيق ذلك لابد أ، يتوافر في النموذج الاقتصادي مجموعة من الشروط أو المزايا:

١- تطابق متغيرات النموذج مع منطوق النظرية الاقتصادية.

٢- تطابق تقدير معلمات النموذج وقيمها الواقعية.

٣- إمكانية استخدام القيم المقدرة لمتغيرات النموذج في التنبؤ.

٤- بساطة عرض النموذج للعلاقات الاقتصادية بمعادلات رياضية تتطابق ومنطوق النظرية الاقتصادية.

فالنماذج لا تعكس الواقع الاقتصادي بصورة مضبوطة وإنما تعطي صورة مقربة، ومهما كبرت هذه النماذج فهي ليست حقيقية وإنما صورة تقريبية.

تكوين وتركيب النموذج وبناء العلاقات الاقتصادية للنموذج:

يوجد العديد من العلاقات بين المتغيرات الاقتصادية والتي تنطوي تحت النظرية أو النظريات الاقتصادية، فالنموذج الاقتصادي يتكون من منطوق النظرية الاقتصادية معبراً عنها بالعلاقات الاقتصادية وتحويلها إلى صورة دالية (معادلة دالية) كما في حالة المثال المذكور سابقاً: أثر الدخل على الاستهلاك والتي يعبر عن هذه العلاقة وفق النظرية الاقتصادية وهي أن الاستهلاك هو دالة في الدخل على النحو التالي:

$$Y = f(x)$$

حيث (Y) : الاستهلاك و (x) : الدخل

وبالتعبير الرياضي لهذه الدالة تصبح على النحو التالي:

$$Y_i = \propto + Bx_i$$

وبالتعبير القياسي لهذه المعادلة تصبح على النحو التالي:

$$Y_i = \propto + Bx_i + u_i$$

١- حيث (Y_i) هو الاستهلاك ويشار له بالمتغير التابع في المعادلة وهو المتغير الذي يقع إلى يسار المعادلة والذي يتغير بالمتغير أو المتغيرات المستقلة ولا يؤثر على هذه المتغيرات ويسمى بالمتغير الداخلي أو المتغير غير المفسر وهذا المتغير الداخلي أو المتغيرات الداخلية تتحدد أقيامها عن طريق النموذج بتقدير معلمات النموذج.

٢- حيث (x_i) هو الدخل ويشار له بالمتغير المستقل في المعادلة والمتغير المستق٤ل أو المتغيرات المستقلة هي التي تؤثر على المتغير التابع (Y_i) ولا يؤثر عليها المتغير التابع إطلاقاً وتسمى بالمتغيرات الخارجية والتي تتحدد أقيامها خارج النموذج أي من نماذج أخرى كما تسمى المتغيرات المستقلة (الخارجية) بالمتغيرات التوضيحية أو المتغيرات المفسرة على اعتبار أن أقيامها محددة ومعروفة مسبقاً.

٣- $(\propto)$ ويسمى بثابت المعادلة أو ثابت الانحدار أو معامل القطع.

٤- (B) ويسمى بميل المعادلة أو مقدار التغير أو التأثير للمتغير المستقل (x) على المتغير التابع (Y) والذي يعبر هنا في هذه المعادلة عن الميل الحدي للاستهلاك.

أنواع المعادلات الهيكلية المكونة للنموذج أو النماذج الاقتصادية

١- **المعادلة التعريفية:** وهي معادلات حسابية تعرف أحد المتغيرات تعريفاً غير مشروط

$$Y = C + S$$

$$S = Y - C$$

Y = الدخل ، C = الاستهلاك ، S = الإدخار

٢- **المعادلة السلوكية:** هذه المعادلة توضح السلوك الاقتصادي للمتغير مثلاً الاستهلاك دالة في الدخل، حيث الدخل يؤثر في الاستهلاك

$$Y = \propto + Bx$$

Y = الاستهلاك ، x = الدخل .

٣- **المعادلة الفنية:** وهي المعادلة التي توضح العلاقة بين حجم الإنتاج والعوامل الإنتاجية مثل دالة كري دوغلاس

$$Q = A\, L^{\propto}\, K^{B}$$

Q = مستوى الإنتاج ، L = العمل ، K = رأس المال

٤- **المعادلة التوازنية:** وهي المعادلة التي تحقق شرط أو شروط التوازن وعدم تحققها فلا تتحقق هذه المعادلة.

٥- **المعادلة التطابقية:** وهذه المعادلة يتطلب لتحقيقها شرط تساوي طرفي المعادلة مثلاً الاستثمار = الادخار ، العرض = الطلب

$$S = I$$

٦- **المعادلة المؤسسية:** وهي معادلة تكون اقتصادية بقدر ما تكون تنظيمية قانونية لسير الأعمال مثالها الرسوم المفروضة على السلع والخدمات وكذلك الضرائب وأسعار الفائدة.

أنواع النماذج الاقتصادية:

١- النماذج الكلية والنماذج الجزئية:

فالنماذج الكلية تتصف بالشمولية مثل نموذج قطاعات الاقصاد القومي بينما النماذج الجزئية لها مثلاً نموذج قطاع الزراعة، نموذج قطاع الصناعة، ... إلخ.

٢- النماذج الخطية والنماذج اللاخطية:

فالنماذج الخطية هي معادلات من الدرجة الأولى (غير أسية) والشكل البياني لها يكون خطاً مستقيماً، بينما النماذج اللاخطية تكون من الدرجة الثانية (أسية) والشكل البياني لا يكون خطاً مستقيماً.

٣- النماذج المغلقة والنماذج المفتوحة:

فالنماذج المغلقة هي التي لا يدخل فيها قطاع التجارة الخارجية (الاستيرادات والصادرات)، بينما النماذج المفتوحة هي التي يدخل قطاع التجارة الخارجية في تركيبها (الاستيرادات والصادرات وحتى جزء منها) .

٤ – النماذج الحركية والنماذج الساكنة:

فالنماذج الحركية هي التي يدخل عامل الزمن في معادلاتها مثل متغيرات التباطؤ أو التخلف الزمني وعلى العكس من ذلك النماذج الساكنة والتي لا تشتمل على متغيرات التباطؤ أو التخلف الزمني، أي لا يدخل الزمن في تركيب معادلاتها.

وتقسم النماذج الاقتصادية الرياضية إلى:

١ـ النموذج الخطي البسيط:

يعدّ النموذج الخطي البسيط أبسط أشكال النماذج الرياضية، فهو يتضمن متغيرين فقط أحدهما متغير تفسيري ويرمز له عادة بالرمز X، والثاني متغير تابع ويرمز له بالرمز Y. كما في النموذج ذي الرقم (١):

$$Y_i=A+BX_i+U_i \quad (1)$$

إذ إن (i) وهو الجنيب، يعبر عن رقم المشاهدة في المجتمع (i=1,2,3,…N) أو في العينة (i=1,2,3,…n)، وإن N و n تمثلان عدد وحدات المجتمع أو العينة على التوالي في الظاهرة المدروسة.

في هذا النموذج الخطي البسيط يمكن الافتراض، مثلاً، أن X_i تمثل الدخل التصرفي للأسرة (i) في حين تمثل Y_i الإنفاق الاستهلاكي الإجمالي لهذه الأسرة. أما A و B فهما معلمان أو ثابتان يمثل الأول متوسط مستوى الإنفاق الاستهلاكي عندما يكون الدخل التصرفي صفراً، ويمثل الثاني متوسط مقدار التأثير في Y عندما تتغير X بمقدار وحدة واحدة. وأخيراً يعرف U_i بحد الخطأ أو المتغير العشوائي الذي يأخذ قيمة موجبة لدى أسرة تنفق أكثر من متوسط إنفاق الأسر المماثلة لها في الدخل وقيمة سالبة عند إنفاقها أقل من ذلك المتوسط وقيمة الصفر إذا ساوى إنفاقها متوسط إنفاق الأسر المماثلة لها في مستوى الدخل. وتبقى **القيمة** المتوقعة لهذا المتغير العشوائي ويرمز لها بالرمز $E(U_i)$ مساوية الصفر دائماً.

إن إدخال المتغير العشوائي U_i في النموذج الاقتصادي له عدة مسوغات أهمها:

أ. هناك الكثير من المتغيرات التي تؤثر في إنفاق الأسرة الاستهلاكي إلى جانب الدخل التصرفي في مثالنا هذا. وقد يتعذر قياس هذه المتغيرات أو ربما يحتاج ذلك إلى الكثير من الجهد والوقت والمال. فعلى سبيل المثال، إن حجم الأسرة ومكان إقامتها (مدينة أو قرية) وتركيبها النوعي وحساب أعمار أفرادها ومستواهم الثقافي، وغير ذلك كلها عوامل تؤثر في مستوى إنفاقها الاستهلاكي إلى جانب الدخل

التصرفي. وقد يكون تأثير هذه المتغيرات المحذوفة في المتغير التابع موجباً أو سالباً إلا أنها في المحصلة تأثيرات يفترض أنها ثانوية يعكسها حد الخطأ.

ب. من المتعذر التنبؤ بدقة باستجابة الأفراد للتغيرات التي تطرأ على دخولهم. فإذا تضاعف دخل الأسرة مثلاً فإن التنبؤ بتغير مستوى إنفاقها الاستهلاكي وتركيبه بدقة أمر في غاية الصعوبة. ثم إن حد الخطأ يفترض فيه أن يعكس أخطاء التنبؤ هذه.

ج. أخطاء قياس متغيرات العلاقة الحقيقية في المجتمع. إذ لابد من ارتكاب أخطاء معينة في قياس قيم المتغيرات الاقتصادية في المسوح الإحصائية الميدانية. وتظهر تأثيرات أخطاء القياس هذه في المتغير العشوائي أيضاً. ومع ذلك فإن إدخال المتغير العشوائي U_i في النموذج الاقتصادي يقتضي وضع بعض الافتراضات التي تتعلق بوسطه الحسابي (أو قيمته المتوقعة) وتباينه وتغاير قيمه المختلفة فيما بينها وتغاير قيمه المختلفة مع قيم المتغير (أو المتغيرات) التفسيري في النموذج.

٢ـ النموذج الخطي المتعدد المتغيرات التفسيرية:

إن الحالة التي هي أكثر شيوعاً في الاقتصاد أن يكون المتغير التابع Y تابعاً لعدد من المتغيرات التفسيرية لا لمتغير واحد. وهذه هي حال العلاقة ذات الرقم (٢) التي يطلق عليها علاقة الانحدار الخطي المتعدد.

$$Y_i=A+BX_i+CZ_i+U_i \ldots\ldots\ldots (2)$$

إن Y_i في هذه العلاقة التي يفترض أنها تمثل كما في السابق الإنفاق الاستهلاكي الإجمالي للأسرة il ، تابعة ليس فقط للدخل التصرفي X_i لهذه الأسرة وإنما لمتغير آخر Z_i وهو عدد أفراد هذه الأسرة مثلاً. وقد يزيد عدد المتغيرات التفسيرية في النموذج على إثنين بحسب الظاهرة المدروسة وعلاقتها بالظواهر الأخرى.

إن الميزة الأساسية لعلاقات الانحدار الخطي المتعددة هي أنها تسمح بأن يعزل على حدة تأثير كل متغير تفسيري في النموذج. فعلى سبيل الاستئناس، تمثل B في النموذج ذي الرقم (٢) متوسط مقدار التأثير في Y عندما تتغير X بمقدار وحدة واحدة مع بقاء المتغير Z على مستواه. كذلك تمثل C متوسط مقدار التأثير فيY عندما تتغير Z بمقدار وحدة واحدة مع بقاء X على مستواه . وقد يكون التأثير موجباً أو سالباً بحسب طبيعة العلاقة بين المتغير التابع وكل من المتغيرات التفسيرية . وتدل الإشارة الموجبة (+) على العلاقة الطردية بين المتغير التابع والمتغير التفسيري (المستقل) في حين تدل الإشارة السالبة (-) على العلاقة العكسية بينهما، أي إن الإشارة تبين إتجاه التأثير.

٣ـ النماذج الرياضية غير الخطية:

تتعدد الصيغ غير الخطية في الاقتصاد القياسي، ويمكن دوماً ابتداع صيغ جديدة. وفيما يلي أمثلة قليلة على بعض الصيغ غير الخطية.

$$Y_i = A + BX_i^2 + U_i \qquad (3)$$

$$Y_i^2 = C + D\left(\frac{1}{X}\right) U_i \qquad (4)$$

$$Y_i = FX_i^M U_i \qquad (5)$$

إذ إن:A، B، C، D وF هي ثوابت تقدر قيمتها في النموذج المعني. وتشير هذه الصيغ إلى وجود علاقة غير خطية بينYوالمتغير التفسيري X في الصيغ الثلاث. ومع ذلك يلاحظ أن إعادة تعريف المتغير X^2 في النموذج ذي الرقم (٣)، كأن نضع $X^2=W$، يحول العلاقة الأصلية غير الخطية إلى علاقة خطية:

$$Y=A+BW_i+U_i$$

وإن إستعمال التحويلة الرياضية اللوغاريتمية يحول العلاقة ذات الرقم (٥) إلى علاقة خطية أيضاً:

$$\text{Log } Y_i=\text{Log } F+m \text{ Log } X+ \text{ Log } U_i$$

أما الأسس التي يتم فيها إختيار صيغة غير خطية من دون أخرى فأهمها:

(أ) انسجام الصيغة الرياضية مع النظرية الاقتصادية المتعلقة بالظاهرة المدروسة. وغالباً ما تساعد هذه النظرية في اختيار المتغيرات التي تدخل في العلاقة، كما تساعد في تحديد تأثير كل متغير تفسيري في التابع على حدة.

(ب) مراعاة العلاقة التي تعكسها المشاهدات الإحصائية حول الظاهرة أو الظواهر المدروسة، إذ قد ترجح هذه العلاقة صيغة من دون غيرها بين الصيغ المقبولة نظرياً.

(ج) البساطة التي تتجلى في اختيار أبسط الصيغ الرياضية بين الصيغ المقبولة. لعدم اختيار معادلة من الدرجة الثانية إذا كانت معادلة من الدرجة الأولى تفي بالغرض، وعدم اختيار معادلة من الدرجة الثالثة إذا كانت المعادلة من الدرجة الثانية مناسبة.

٤ ـ نموذج المعادلات المتزامنة simultaneous equation system

بغية توضيح مفهوم هذا النوع من النماذج الاقتصادية الرياضية نقتبس المثال التقليدي في **التحليل الاقتصادي** الكلي macro-analysis.

(أ) إن الكمية المعروضة من سلعة ما ويرمز لها عادة بالرمز Q_s هي الكمية التي يقبل المنتجون بإنتاجها وبيعها من أجل مستوى معين من الأسعار P مثلاً. أي إن Q_s تابع للسعر P، ويعبر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$Q_s = F(P) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

(ب) إن الكمية المطلوبة من هذه السلعة ويرمز لها بالرمز Q_d هي الكمية التي يقبل المستهلكون شراءها من أجل **السعر** P. أي إن Q_d تابع للسعرP، ويعبر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$Q_d = G(P) \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

ويلاحظ في العلاقتين (٦) و(٧) أن المتغير التفسيري هو P ، ومع ذلك فإن كون كل من المقدارين Q_s وQ_d تابعاً لـ P لايعني بالضرورة تشابه شكل علاقة التبعية رياضياً.

(ج) يستدعي استقرار **السعر** في **السوق** تساوي الكميتين المعروضة والمطلوبة من هذه السلعة ، أي يجب تحقق العلاقة:

$$Q_d = Qs = Q_0 \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

إذ تمثل Q_0 مستوى التوازن بين العرض و**الطلب** من أجل **السعر** P. تؤلف هذه المعادلات الثلاث (٦) و(٧) و(٨) ما يسمى بنموذج المعادلات المتزامنة، فهو نموذج أكثر واقعية في التعبير عن العلاقات الاقتصادية القائمة في المجتمع قياسياً بنماذج المعادلة الواحدة. ومع ذلك فإن صعوبة تقدير ثوابت هذا النوع من النماذج الرياضية يجعلها أقل جاذبية واستعمالاً من غيرها.

النموذج الخطي لمتغيرين: الانحدار البســـيط:

مقدمه :

تحليل الانحدار من أكثر الأدوات المستعملة في التحليل القياسي لذا سوف نبدأ بتحديد الخطوط العريضة لتحليل الانحدار. بينما في الفصول التاليه سوف تتعامل مع التعديلات وتوسيع للأساليب الاساسيه اللازمة في تحليل البيانات الاقتصاد يه.

نبدأ بالسؤال الأساسي: ما هو تحليل الانحدار؟ تحليل الانحدار يهتم بوصف وتقييم العلاقة بين متغير (عادة يسمى المتغير التابع) وواحد آو اكثر لمتغيرات أخرى (تسمى عادة المتغيرات المفسرة آو المتغيرات المستقلة) ويرمز للمتغير المفسر بـ y والمتغيرات المفسرة بـ x_1 x_2 x_3....x_n .

التفسير الحرفي لكلمة انحدار تعني" ارتداد أو انكفاء أو رجوع" في الحقيقة تحليل الانحدار لا يربطه بهذا المعنى أي رابط، كلمة انحدار استخدمت من قبل سير فرنسيس جالتون Sir Francis Galton (1911-1982) من إنجلترا. والذي كان يدرس العلاقة بين طول الأبناء وطول الآباء والذي لاحظ جالتون أن الطول يميل إلى المعدل مع أن الآباء الطوال يكون أبنائهم طوال والآباء القصار يميل أبنائهم لان يكونوا قصار أي أن هناك ميل عند ألأبناء للمعدل أي أن هناك انحدار نحو المعدل.في دراسات أخرى مشابهه تحصل على نفس النتيجة التي تحصل عليها جالتون.

بالعودة إلى الرموز التي استخدمناها حيث رمزنا للمتغير المفسَر بـ y والمتغيرات المفسرة بـ x_1....x_n . إذا كانت $k=1$ ، أي إن هناك متغير مستقل واحد فقط من المتغيرات المفسرة. أي ان هناك x واحدة فقط. يعرف هذا بالانحدار البسيط. وهو ما سوف يتم مناقشته في هذا الفصل. إذا كانت $k>2$ ، آي أن هناك اكثر من x واحد و متغير مستقل. نحصل على ما يعرف بالانحدار المتعدد. والذي سوف نناقشه في الفصل القادم.

مثال ١ : الانحدار البسيط.

y = الانتاج الزراعي

x = المساحات المزروعة

حيث يتم تحديد العلاقة بين الانتاج والمساحات المزروعة .

مثال ٢: الانحدار المتعدد.

Y = استهلاك الأسرة

X_1 = دخل الأسرة

X_2 = الأصول المالية للأسرة

X_3 = حجم ألا سرة

تحديد العلاقة بين نفقات استهلاك الأسرة من جهة والدخل، والأصول المالية و حجم ألا سره من جهة اخرى.

هناك عدة أسباب لدراسة هذه العلاقات. يمكن استخدام ذلك في :

١- تحليل تأثير بعض السياسات التي تتضمن تغير قيم لفرد معين. في المثال الأول نستطيع أن نحلل تأثير المساحات المزروعة على كمية الانتاج الزراعي.

٢- التنبؤ بقيم Y من قيم X.

٣- اختبار مدى معنوية العلاقة بين آي من X و Y.

في مناقشتنا نفرق بين المتغير Y و المتغيرات X. افترضنا أن المتغيرات X هي المتغير الذي يؤثر على المتغير Y. هناك العديد من المصطلحات التي نطلقها على X , Y توجد في الجدول التالي .

جدول ٣: مصطلحات المتغير التابع و المتغير المستقل.

X	Y
١-مُتنبأ	متَنبأ به
٢-مفسر	مفَسربه
٣-مستقل توضيحي تفسيري	تابع
٤-مسبب	متأثر
٥-خارجي	داخلي
٦-المتغير المتحكم	المتغير الهدف

كل من هذه المصطلحات يستخدم حسب الغرض من تحليل الانحدار فالمصطلح الأول يستخدم في عملية التنبؤ بينما المصطلحات الأخرى تستخدم في مناقشة الانحدار. اما المصطلح خارجي وداخلي تستخدم

فقط من قبل القياسيين. بينما المصطلح الأخير يستخدم في التجارب الخاصة بدراسة تأثير مسببات معينه على متغير مستهدف.

٢,٢ تحديد العلاقة:

العلاقة بين Y و X تمثل بالتالي: $Y_i = \propto + Bx_i$

حيث ترمز لـ Y كدالة لـ X. نستطيع إن نقسم العلاقة إلى نوعين:-

١- علاقة رياضية محدده.Deterministic

٢- علاقة إحصائيه لا تعطي قيمه فريدة لـ Y من قيمه محدده من X. ولكن يمكن أن توصف بصيغة احتماليه ، سوف نتحدث هنا في تحليل الانحدار عن العلاقة من النوع الأول على سبيل المثال العلاقة بين الانتاج و المساحات المزروعة يمكن أن توصف بما يلي:-

$$Y = 2500 + 100X$$

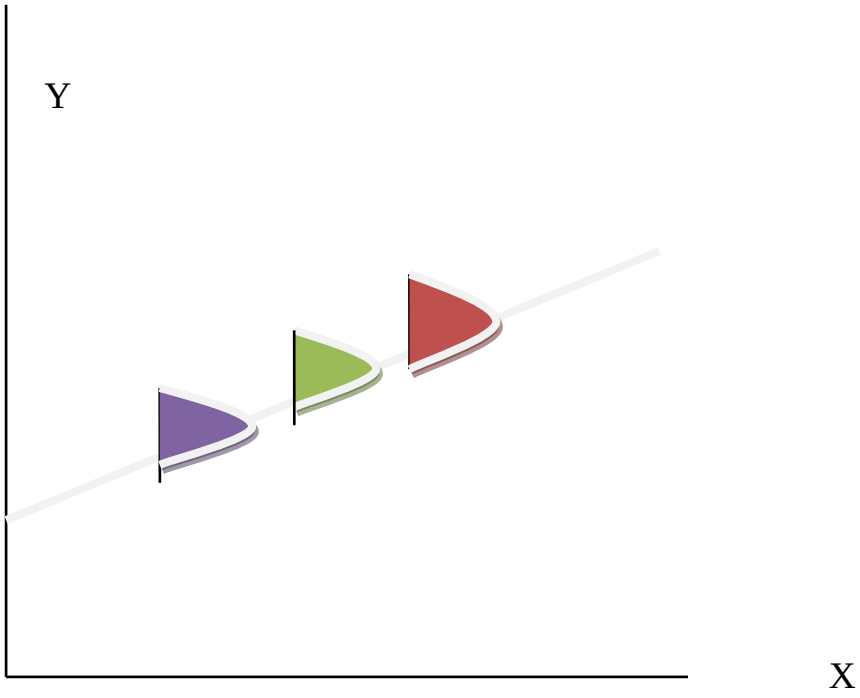
هذه علاقة محدده deterministic . حيث يمكن تحديد الانتاج لكل مستوى من المساحات المزروعة ، كما يلي:-

X	Y
0	٢٥٠٠
٢٠	٤٥٠٠
٥٠	٧٥٠٠
١٠٠	١٢٥٠٠

في الجانب الأخر، نفترض أن العلاقة بين الانتاج الزراعي والمساحات المزروعة كما يلي:-

$$Y = 2500 + 100X + u$$

قيمة u تتراوح بين قيم معينه حسب جدول للاحتمالات يعطي لكل قيمه احتمال معين على سبيل المثال:- الاحتمالات أن قيمة u اكبر من ٥٠٠ يساوي ½ واقل من ٥٠٠ يساوي ½ . لذا لا نستطيع تحديد قيمة Y من قيمة X نقول إن هناك العديد من قيمY المقابلة لقيمة واحدة من X . إذا كان هناك توزيع طبيعي لقيم Y المقابلة لقيمه واحدة من X . كما هو في الشكل



الخط الذي يمثل العلاقة هو العلاقة التحد يديه . ولكن القيم الحقيقية لـ Y تمثل الخط العمودي وتسمى العلاقة بين X , Y علاقة عشوائية.

بالرجوع إلى المعادلة التي تمثل الدالة.نستطيع القول إن الدالة تمثل الخط بينما العلاقة العشوائية هي حيث تمثل u الخطأ العشوائي. وتمثل α β معاملات الانحدار.

لماذا يتم إضافة الخطأ العشوائي للمعادلة؟

١- يمثل عنصر العشوائية في استجابة الإنسان مثل اختلاف النفقات الاستهلاكية من فرد لأخر مع العلم انهم قد يتساووا في الدخل.

٢- تأثير عوامل أخرى محذوفة مثل العادات حجم ألا سره وغيرها من العوامل.

٣- خطأ في قياس المتغير التابع.

الهدف هو الحصول على تقدير للمعاملات الغير معروفه α β للقيام بعملية التقدير يجب افتراض بعض الافتراضات الخاصة بالخطأ العشوائي:

١- الوسط الصفري.E(u)=0

-أن وســـط التوزيع الاحتمالي الخاص بالمتغير العشوائي = الصفر. إي أن قيم u تتمركز حول الصفر.

٢- تساوي التباين .

تباين التوزيع الاحتمالي الخاص بالعناصر العشوائية u يساوي قيمه ثابتة وموجبة.

٣- استقلالية الخطأ العشوائي: أي أن التغاير، درجة الارتباط بين قيم العشوائي = الصفر

أي انها مستثقله عن بعضها. $COV(u_i, u_j) = 0$

٤- التوزيع الطبيعي للخطأ العشوائي.

تمثل هذه الافتراضات بالتالي

٣,٢ تقدير نموذج الانحدار باستخدام طريقة المربعات الصغرى:-

هنـاك عـدة طـرق لتقـدير معـاملات معادلـة الانحـدار أهمهـا ١) طريقـة المربعـات الصـغرى. ٢) طريقـة الإمكانية العظمى.

في المرحلة الأولى نفترض وجود الفروض الأساسية لمعالجة النموذج الخطي. وفي المراحل اللاحقة نتعرض للحالات التي تكون فيها هذه الفروض غير صحيحه.

نموذج الانحدار بالافتراضات الأساسية كما يلي

هي المعادلة الأساسية التي تصور العلاقة بين التابع والمستقل حيث i تعتمد على العينة التي يبلغ حجمها n . بالإضافة إلى المعادلة الأساسية نقول أن النموذج يحتوي افتراضات عن المتغير العشوائي.

تقدير النموذج يتم بغرض الحصول على مقدرات معالم نموذج الانحدار البســـيط. نموذج الانحدار البسيط يتضمن ثلاث معالم هي، , αمعلمة القاطع، , β معلمة الميل، σ^2 معلمة التباين. المراد هو استخدام إحصائيات المتغيرات التابعة والمتغيرات المستقلة حسب الطرق الإحصائية الملائمة للحصول على مقدرات لهذه المعالم.

طرق حل النماذج الاقتصادية:

١. طريقة معادلة الصيغة المختزلة.

٢. طريقة التعويض.

٣. طريقة المحددات.

٤. طريقة المصفوفات.

أولاً: طريقة معادلة الصيغة المختزلة:

النموذج الاقتصادي الخطي ذو المتغيرين:

(نموذج الانحدار الخطي البسيط)

وهو نموذج المعادلة التي تحتوي على متغيرين فقط، والتي لا تشرح السلوكية الواقعية للاقتصاد وأ، التطرق إليها يعطي الفكرة الجوهرية لأدوات التحليل القياسي والتي على ضوئها يمكن بسهولة التوسع في معادلات ومتغيرات النموذج، وعموماً يكون الهدف من البحث القياسي هو توصيف شكل العلاقة بين متغيرين (x) ، (Y) وتبعاً للعلاقة الاقتصادية في مثالنا في نظرية الطلب، نفترض وجود علاقة موجبة بين الكمية المطلوبة (Y) والدخل (x) مع افتراض بقاء جميع المتغيرات الأخرى المؤثرة في الكمية المطلوبة ثابتة فإن المعادلة تأخذ شكل العلاقة الدالية التالية:

$Y_i = f(x_i)$ ..... (1) نظرية اقتصادية

والتعبير عنها رياضياً

$Y_i = \propto + Bx_i$ ..... (2) اقتصاد رياضي

وتعكس هذه المعادلة وجود علاقة سببية ما بين الاستهلاك (الكمية المطلوبة) والدخل (x)، حيث التغيرات في الدخل (x) تؤدي الى حدوث تغيرات في الكمية المطلوبة والعكس لا يعتبر صحيحاً. ومعلمات المعادلة ومعلمات المعادلة هما $(B$ ، $\propto)$ حيث تمثل $(\propto)$ ثابت المعادلة (ثابت التقاطع الرأسي) وهو الجزء المحصور بين نقطة الأصل ونقطة تقاطع منحنى الطلب مع المحور (Y) وتمثل قيمة $(\propto)$ المقدار (A)، بينما تمثل قيمة (B) التغير أو الزيادة في كمية الطلب نتيجة التغير أو الزيادة الحاصلة في الدخل والمتمثلة بالمقدار $(A_1 - A_2)$ وهكذا فكل زيادة في الدخل (x) تتبعها زيادة موجبة في الكمية المطلوبة (Y) من $(A_2 - A_3)$، كما في الشكل المجاور، وأن هذه العلاقة ما بين الدخل (x) والكمية المطلوبة (Y) هي علاقة مضبوطة ومحددة ووفق المعادلة السابقة رقم (٢) أي أن جميع التغيرات الحاصلة في الكمية المطلوبة (Y) تعود الى التغيرات الحاصلة في الدخل (x) فقط: ولا توجد متغيرات أخرى تؤثر في الكمية المطلوبة (Y). وإذا تم اعتبار هذه العلاقة صحيحة ما بين المتغيرين (x) ، (Y) فإن جميع نقاط (x) ، (Y) يجب أن تقع على خط مستقيم في شكل الانتشار ولكن في الحقيقة عند جمع البيانات حول الدخل والكمية المطلوبة نجد أنها لا تقع على خط مستقيم في شكل الانتشار كما في الشكل المجاور، لذا نجد أن العلاقة بين المتغيرين (x) ، (Y) تتخذ شكلا قريبا من الخط المستقيم لذا فإن المعادلة المذكورة $Y = \propto + Bx$ لا تعبر عن حقيقة العلاقة بين المتغيرين فهناك انحراف للعلاقة المذكورة عن العلاقة الحقيقية، لذا فإن انحراف المشاهدات قيم $(x$ ، $Y)$ عن الخط المستقيم تطلب الأمر إلى إضافة المتغير العشوائي (u_i) أو حد الإضطراب أو حد التصادفي حيث يؤدي إلى اضطراب العلاقة المضبوطة أو المحددة ما بين (x) و (Y) وجعلها غير مضبوطة وغير محددة وبإدخال المتغير العشوائي تصبح معادلة النموذج بالصيغة القياسية التالية:

$Y_i = \propto + Bx_i + u_i$ ..... (3)

أسباب (مبررات) إدخال أو إضافة المتغير العشوائي (u_i) في المعادلة:

ان انحرافات المشاهدات قيم (x) ، (Y) عن الخط المستقيم والتي تمثل مبررات ادخال المتغير العشوائي (u_i) في المعادلة يمكن تحديدها بالعوامل التالية:

١- صعوبة إدخال كافة المتغيرات المؤثرة في المعادلة:

بسبب طبيعة توجه البحث قد تبقى متغيرات خارج إطار النموذج لعدم الحاجة إليها أو متغيرات أخرى لا تتوفر عنها بيانات كافية، أو متغيرات لا تتكامل معرفتنا عنها بصورة صحيحة أو متغيرات يصعب قياسها، وهذه تعتبر جميعها متغيرات مؤثرة ولكنها محذوفة من المعادلة لأسباب مختلفة ينوب عنها المتغير العشوائي.

٢- أخطاء التجميع:

تظهر هذه الأخطاء عندما نقوم باستخدام بيانات مجمعة كإجمالي الإنتاج وإجمالي الاستهلاك وإجمالي الدخل، ... إلخ. ولإختلاف المصادر والخصائص والصفات بالإضافة إلى التجميع على المستوى النهائي والمكاني والتجميع على مستوى القطاعات الذي يؤدي إلى ظهور أخطاء في التجميع وبالتالي يؤدي إلى ظهور أخطاء في العلاقة المعنية بين المتغيرات المذكورة في النموذج أو المعادل

٣- أخطاء القياس:

إن وجود أخطاء في قياس المتغيرات نتيجة لطرق جمع ومعالجة البيانات الإحصائية قد يكون السبب في انحراف المشاهدات أو القيم عن الخط المستقيم فيسمى الخطأ في القياس أو المشاهدة ومن المعتاد ،ن يظهر هذان المصدران بصورة آنية في أي دالة أو المعادلة .

٤- عدم صياغة الشكل الرياضي للنموذج بشكل صحيح:

قد تكون العلاقة خطية في النموذج بينما الصحيح أن تكون غير خطية، وقد يكون النموذج مكون من معادلة أو اثنتين بينما نحتاج إلى معادلات أكثر من ذلك.

٥- صعوبة إدخال المتغيرات غير المتوقعة:

نضيف المتغير العشوائي (u_i) إلى المعادلة ليمثل المتغيرات العشوائية غير المتوقعة التي تظهر بالإضافة إلى المتغيرات الأخرى المؤثرة، وقد يشار إلى هذه المتغيرات بالخطأ في المعادلة أو خطأ الحذف والتي تتضمن ما يلي:

أ- قلة معرفة بعض المتغيرات المؤثرة وقد يكون سببها نقصاً في المعلومات عن أسباب تغير المتغيرات الاقتصادية عموماً.

ب-صعوبة قياس بعض المتغيرات إحصائياً مثل العوامل النفسية.

٦-صعوبة تحديد سلوك البشر مسبقاً:

يختلف سلوك البشر عشوائياً (اعتباطاً) حتى لو كانت الظروف المحيطة بهم متشابهة، حيث لا تتشابه الأسر في كمية ونوع السلع المستهلكة والخدمات حتى لو تشابهت هذه الأسر في حجم الدخول، فالمتغير العشوائي يتضمن هذه السلوكية.

طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية:

إن التعرف على قيم الممعلمات الحقيقية للمعادلة ($\propto$، B) يعتبر أمراً مستحيلاً، لذلك نلجأ إلى تقدير قيم هذه المعلمات، وأن نجاح هذا الأمر يعتمد على طبيعة حد الإضطراب [المتغير العشوائي (u_i)] ولكون هذا المتغير مجهول فإنه يتم اللجوء إلى وضع عدة فرضيات تصف سلوكية هذا المتغير حيث تحتل هذه الفرضيات واختيارها دوراً أساسياً في النظرية القياسية، ومن أكثر صيغ تقدير المعلمات استخداماً هي طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS).

الاسباب الداعية الى استخدام طريقة (OLS):

١- تقدير المعلمات بواسطة هذه الطريقة تمتاز بصفات أكثر فعالية عن غيرها من الطرق.

٢- سهولة حساب تقدير المعلمات بواسطة طريقة (OLS) مقارنة بالطرق لاقياسية الأخرى.

٣- منطقي النتائج المتحققة بطريقة (OLS) بالرغم من التطور الكبير الحاصل في طرق إحتساب وتقدير المعلمات للنموذج القياسي.

٤- سهولة فهم ميكانيكية عمل (OLS).

٥- معظم الأساليب القياسية مبينة بالحقيقة على (OLS) رغم التطورات والتحويرات في هذه الأساليب.

فرضيات مقدرات المربعات الصغرى ($\widehat{B}$, $\widehat{\propto}$):

تستند الطرق القياسيية النظرية لإيجاد تقديرات المعلمات ($\widehat{B}$, $\widehat{\propto}$) بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) إلى مجموعة من الفروض يتعلق بعضها بالمتغير العشوائي (u_i) وتسمى الفروض التصادفية وبينما يتعلق البعض الآخر من الفروض بالمتغيرات التوضيحية أو المتغيرات المستقلة.

الفروض (الفرضيات):

١- المتغير العشوائي (u_i) هو متغير عشوائي حقيقي: أي أن كل قيمة يأخذها (u_i) في فترة زمنية معينة تعتمد على المصادفة وقد تكون سالبة أو موجبة أو مساوية للصفر (-, 0, +).

٢- الوسط الحسابي أو متوسط قيم المتغير العشوائي (u_i) في أية فترة تكون مساوية للصفر [E (u_i) = 0]. وهذا يعني أن متوسط مجموع القيم المحتملة للمتغير العشوائي (u_i) والتي بعضها يكون موجباً والبعض الآخر صفراً وبعضها سالباً سوف يكون مساوياً إلى الصفر، وعليه فإن العلاقة بين (x) ، (Y)، تكون في المتوسط وهذا يعني أن القيم المتوقعة (المقدرة) لِـ (Y) سوف تقع على الخط المقدر بالرغم من بالرغم من أن القيم الفعلية (المشاهدة) لِـ (Y) تظهر انحرافاً عن هذا الخط أي تكون أكبر أو أصغر من المقدرة إلا أن هذه الانحرافات تختفي في المتوسط.

٣- تباين المتغير العشوائي (u_i) يكون ثابتاً في كل فترة

$$var\,(u_i) = E\,[\,u_i - E(u_i)]^2 = E(u_i)^2 = \sigma^2 u_i = 1$$

أي أن تباين قيم (u_i) حول متوسط هذه القيم يكون ثابتاً بالنسبة لجميع قييم (x) بعبارة أخرى سوف تظهر قيم (u_i) نفس التشتت حول متوسطها، كما يبدو ذلك في مصفوفة التباين للمتغير العشوائي (u_i).

٤- المتغير العشوائي لـه توزيع طبيعي، أي أن توزيع قيم المتغير العشوائي u_i حول متوسطها المساوي للصفر يكون على شكل جرس ويكون متماثلاً عند كل قيمة من قيم (x) كما في الشكل:

$$E(Y) = \propto + Bx$$

٥- قيم المتغير العشوائي (u_i) تكون مستقلة عن بعضها [E($u_i u_j$) = 0] وهذا يعني أن قيم المتغير العشوائي لا يوجد بينها ارتباط ذاتي وهذا يعني أن كل التغايرات أو التباينات المشتركة لِـ u_i مع u_j تكون مساوية للصفر أي أن قيمة المتغير العشوائي في أي فترة لا تعتمد على قيمته في فترة أخرى كما في مصفوفة التباين والتباين المشترك لقيم المتغير العشوائي.

٦- قيم المتغير العشوائي مستقلة عن قيم المتغيرات التوضيحية (المستقلة) E(u_i, x_i)= 0 ، وهذا يعني أن المتغير العشوائي (الخطأ العشوائي) غير مرتبط بأي من المتغيرات التوضيحية (المتغيرات المستقلة وعليه فالتباين المشترك يكون مساوياً للصفر):

$$E\,\{[x_i - E(x_i)]\}\{[u_i - E(u_i)]\} = 0$$

٧- لا يوجد أخطاء في قياس المتغيرات التوضيحية:

المتغير العشوائي يمتص أثر المتغيرات المحذوفة وربما أثرت الأخطاء في قياس المتغير التابع (Y)، إلا أن الفرضية تنص على أن المتغيرات التوضيحية تكون خالية من أخطاء القياس، في حين قد تحتوي قيم المتغير التابع (Y) أو لا تحتوي على أخطاء القياس.

٨- المتغيرات التوضيحية (المستقلة) تكون غير مرتبطة مع بعضها ارتباطاً خطياً تاماً. ($rx_i x_j = 0$) ، وهذا يعني أن لا يكون هناك ارتباطاً خطياً تاماً أو ارتباطاً قوياً ما بين المتغيرات التوضيحية ليسهل التعرف على أثر كل منها على المتغير التابع على حدة.

٩- أن تكون المتغيرات الكلية خالية من أي خطأ تجميعي:

غالباً ما تكون (Y, x) متغيرات تجميعية تمثل مجموعة عناصر فردية مثل دالة الاستهلاك ($C = \propto + Bx_i + u_i$) حيث (C) تمثل مجموعة النفقات لجميع المستهلكين، كما تمثل (x) مجموع الدخول الفردية، لذلك يجب أن تكون طرق التجميع المتبعة أكثر دقة وملائمة للحالة المطلوبة.

١٠- أن تكون العلاقة المراد تقديرها قد تم تحديدها (تشخيصها):

ويتطلب هذا الأمر أن تكون العلاقة المعنية ذات شكل رياضي مشخص، أي أنها لا تحتوي على نفس المتغيرات التي تحتويها علاقة أخرى في نفس مجال البحث أو الدراسة لكي نكون على ثقة من أن القيم المتحققة هي المعاملات الخطية للعلاقة التي تتناولها الدراسة.

١١- أن تكون العلاقة صحيحة التوصيف (الصياغة):

وهذا يعني أن تكون العلاقة خالية من أخطاء الصياغة من حيث عدد وتحديد المتغيرات التوضيحية ومن حيث شمولها لجميع العلاقات الهامة بالصورة الرياضية الصحيحة (خطية أو غير خطية).

إن الهدف من فرضيات طريقة (OLS) لجعل العلاقات المقدر تتطابق أو تقترب من العلاقات الحقيقية وهذا يعني أن النموذج المقدر يتطابق أو يقترب إلى النموذج الحقيقي بحيث تكون المعلمات المقدرة ($\widehat{\propto}, \widehat{B}$) تساوي أو تقترب من المعلمات الحقيقية ($\propto, B$)، وأن عدم تحقيق أية فرضية من هذه الفرضيات تؤدي إلى ابتعاد النموذج المقدر عن النموذج الحقيقي الأمر الذي يتطلب معالجة هذه الفرضية.

طريقة المربعات الصغرى

تعتمد طريقة المربعات الصغرى العادية على الحصول على مقدرات , الانحدار حيث تمثل αمعلمة القاطع، , β معلمة الميل. بحيث يتم تصغير مجموع مربعات البوا قي إلى آدني قيمه لها. بحيث يجري تعريف مكون يطلق علية مجموع المربعات البوا قي وبعد ذلك يشرع في الحصول على , α، , β بحيث يتم تصغير هذا المكون إلى أدنى قيمه له.

طريقة المربعات الصغرى تعطينا مقدرات الانحدار , α، , β ولكن لا تعطينا مقدرة التباين وهذا يعتبر من نقاط ضعف طريقة المربعات الصغرى.

المعيار الخاص في المربعات الصغرى العادية: النموذج المقدر هو كما يلي

خصائص مقدرات المربعات الصغرى العادية (OLS)

الخصائص الإحصائي التي تتميز فيها مقدرات المربعات الصغرى العادية.

تتميز المقدرات α β بثلاث خواص أساسيه:

١) الخطية ٢)عدم التحيز ٣) الكفاءة

١) الخطية: تعتبر داله خطية للعنصر العشوائي التابع Y . أهمية هذه الخاصة أنها تعطينا درجه من البساطة في أجراء الحسابات حيث انه لحساب α β نستعمل المتغير التابع في صوره خطيه فقط هذه لتبسيط الحسابات.

٢) عدم التحيز: مقدرات (OLS) مقدرة غير متحيزة للمعلمة α . عدم التحيز يتطلب بأن القيمه المتوقعة لـ و التي هي قيمة المعلومة الحقيقية بمعنى آخر متوسط = α . إذا جمعت عينات كثيرة وفي كل عينه نحسب يتم أخذ المتوسط. ذلك المتوسط نظريا يجب أن يتساوى مع المعلمة الحقيقية. مقدرات (OLS) مقدرة غير متحيزة للمعلمة β حيث أن أي أن توقع يجب أن يساوي المعلم ه الحقيقية بمعنى آخر متوسط قيم أو في المتوسط تساوي القيمة الحقيقية للمعلمه β.

هذه الأوضاع كلها نظريه بحتة في الواقع لا يكون عندنا عدد من العينات، بكون في الواقع عينه واحدة فقط وتعطينا قيمه واحدة ، قيمه واحدة يعتمد عليها في التحليل، من الناحية النظرية نقول أن هذه المقدرات يتوقع أنها تساوي القيمة الحقيقية من الناحية الأخرى القيمة الحقيقة لا نعرفها وبالتالي هذه الخصائص خصائص نظريه بحتة.

٣- آدني تباين:

الخاصية الثالثة لمقدرات م ص ع تمتلك آدني تباين هذه الخاصية لها أهمية بالغة في الاقتصاد القياسي لان آدني تباين يعتبر مؤشر إلى دقة القياسات، آدني تباين يعتبر مؤشر إلى دقة القياسات، آدني تباين يعني أعلى دقة من ناحية القياسات.

٥,٢ فترات الثقة Confidence Interval

المقدرات مؤشرات مهمه يمكن إن تستخدم لاستخلاص نتائج عن المجتمع التي استخلصت منه هذه المقدرات.لبناء فترات الثقة وأجراء اختبارات الفروض نستخدم التوزيع الطبيعي:

فترة الثقة:

$$\hat{\beta} \sim N\left[\beta, \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}\right], \qquad \hat{\beta} \sim N\left[\beta, \sigma_{\hat{\beta}}^{\ 2}\right]$$

إذا كانتβ تتوزع طبيعيا فستكون قيمة Z كما يلي:

٦,٢ اختبار الفرضيات

:يتعلق اختبار الفرضيات بإيجاد ألا جابه على هذا السؤال ما اذا كانت القيمة المحسوبة من العينة متوافقة مع الفرضية أم لا؟ الكلمة متوافقة هنا تعني أن القيمة المحسوبة قريبه من القيمة المفترضة بحيث أننا لا نستطيع إن نرفض القيمة المفترضة. إي إذا كان هناك نظريه سابقه أو اعتقاد إن الميل الحقيقي لدالة الاستهلاك والدخل يساوي على سبيل المثال ١ هل القيمة المحسوبة أو المشاهدة والتي تساوي β=٠,٥٠٩ و تحصل عليها من العينة متفقه مع القيمة التي افترضناها سابقا؟ إذا كان الجواب بنعم فاننا لا نرفض الفرضية.في القياسي نسمي القيمة المفترضة بفرضية العدم لفرضية البديلة

٧,٢ اختبار جودة النموذج وتحليل التباين.

$$SST = \sum y_i = \sum (Y - \bar{Y})^2$$
$$SSR = \sum \hat{y}^2 = \beta \sum x_i^2 = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2$$
$$SSE = \sum u_i^2 = \sum (\hat{Y} - Y)^2$$
$$SST = SSR + SSE$$

SST Total Sum of Squares	مجموع المربعات الإجمالي للتغيرات التي تحدث في المتغير التابعY
SSR Regression Sum of Squares	يسمى بمجموع مربعات الانحدار يعني جزء من تباين Y الذي تم تفسيره بواسطة الانحدار. إي الجزء من المتغيرات التي تحدث في المتغير التابع والذي تم تفسيرها بواسطة النموذج المقدر
SSE Error	مجموع مربعات البواقي، $\sum u^2$, وهذا مؤشر للجزء الذي لم يفسر بواسطة نموذج الانحدار، إي الجزء الذي فشل النموذج في تفسيره

ويمثل نسبة مجموع مربعات الانحدار إلي مجموع المربعات الإجمالي ما يسمى بـ معامل التحديد

$$R_{xy}^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{SST - SSE}{SST} = \frac{\hat{\beta} \sum xy}{\sum y_i^2}$$

قيمة R^2 تتراوح بين صفر وواحد. إذا كانت مرتفعه أي قربيه من الواحد تعتبرX جيده في تفسير التغيرات في Y. إذا كانت قربيه من الصفر فان المتغير لا يشرح إلا القليل من التغير في Y.

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\hat{\beta}\sum xy}{\sum y^2} = \frac{1.75(70)}{124} = \frac{122.5}{124} = 0.9879$$

جدول تحليل التباين لمعادلة الانحدارANOVA(Analysis Of Variance): وهو إن تحليل مجموع المربعات الصغرى إلي مجموع مربعات البواقي ومجموع مربعات الانحدار. الغرض من هذا التحليل لاختبار معنوية مجموع مربعات الانحدار وهذا أيضا يدخل في اختبار معنوية المعامل β. ونمثل هذا التحليل في جدول تحليل التباين:

جدول تحليل التباين ANOVA

التباين	مجموع المربعات	درجة الحرية	متوسط المربعات
مجموع مربعات الانحدار	$SSR = \sum \hat{y}^2 = \hat{\beta}\sum xy = \hat{\beta}^2 \sum x^2 =$	k-1=2-1	SSR/1
مجموع مربعات البواقي	$SSE = \sum u^2 = \sum y^2 - \sum \hat{y}^2$	n-k=n-2	SSE/(n-2)
مجموع مربعات الإجمالي	$SST = \sum y^2 = \sum \hat{y}^2 + \sum u^2$	n-2=3	$F = \frac{SSR}{SSE/n-k}$

جدول تحليل التباين للمثال (١)

التباين	مجموع المربعات	درجة الحرية	متوسط المربعات
مجموع مربعات الانحدار	SSR=122.5	K-1=1	122.5/1
مجموع مربعات البواقي	SSE=1.500	n-k=3	1.5/3
مجموع مربعات الإجمالي	SST=124	n-1=4	$F = \frac{122.5/1}{1.5/3} = 245.00$

اختبار F هو اختبار لجودة النموذج. يحاول أن يجيب على السؤال هل افلح النموذج في تفسير التغيرات التي تحدث في المتغير التابع. ويختبر الفرضية إن معاملات المتغيرات المفسرة تساوي الصفر. أي أن فرضية العدم تقول انه لا يوجد علاقة بين المتغيرات المفسرة والمتغير التابع. وتقارن قيمة المحسوبة من الجدول مع الجد وليه بدرجة حرية للبسط تساوي k-1 ودرجة حرية المقام n-k. قيمة الجد وليه عند مستوى معنوية 5%تساوي 10.13.