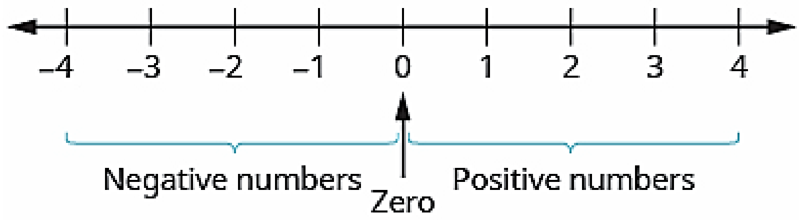
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية الزراعة والغابات
فرع العلوم الأساسية

العام الدراسي: 2022-2023
الفصل الاول
المادة: الرياضيات
مدرس المادة: م.م. مصطفى ناظم سالم

## مجموعات الأعداد في الرياضيات

تصف أنواع مختلفة من الأعداد، ترتبط هذه المجموعات وأعدادها الأعداد الطبيعية N تدخل ضِمن مجموعة الأعداد الصحيحة Z التي بدورها تدخل ضِمن مجموعة الأعداد النسبية Q والتي هي أيضاً بدورها تدخل ضِمن مجموعة الأعداد الحقيقية.R

تم تصنيف الاعداد ضمن مجموعات الاعداد لتسهيل الرياضيات وإيجاد حلول سريعة لمعادلات معقدة.




وتنقسم هذه المجموعات إلى:

**الأعداد الطبيعية:** هي جميع الأعداد الصحيحة التي أكبر من أو تساوي الصفر: 2،3،1،0، أي هي الأعداد الموجبة الصحيحة التي نستخدمها في الحساب الطبيعي، ابتداء من الـــ 1 ثمّ الأعداد الأكبر فالأكبر إلى مالا نهاية بالإضافة إلى الـــ 0 وهو عبارة عن عدد غير موجب وغير سالب، ولكن بصورة عامة يعتبر من الأعداد الطبيعية. عادةً ما يرمز لمجموعة الأعداد الطبيعية بالآتي N=0,1,2,3

**0،1،2،3،4،5،67،8 ،...100، 200.. +∞**

يمكننا توضيح الأعداد الطبيعية على خط الأعداد كما يلي:


### خصائص الأعداد الطبيعية

| | |
|---|---|
| الانغلاق | $a + b$ ينتج عدد طبيعي |
| التجميعية | $a + (b + c) = (a + b) + c$ |
| التبديلية | $a + b = b + a$ |

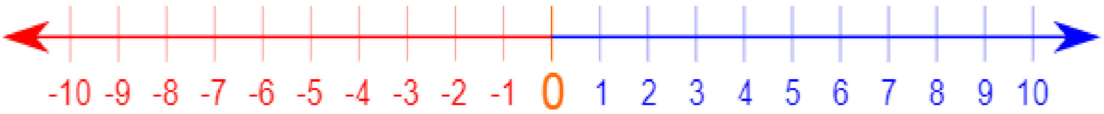
## الأعداد الصحيحة:

تسمى مجموعة الأعداد الصحيحة نرمز لها بالحرف Z هذه مجموعة تتضمن الأعداد الصحيحة التي تتغير إشارتها بين الموجب (+) و السالب (-) وتتكون من الأعداد التالية:

**Z = -3،-2،-1،0،1،2،3**

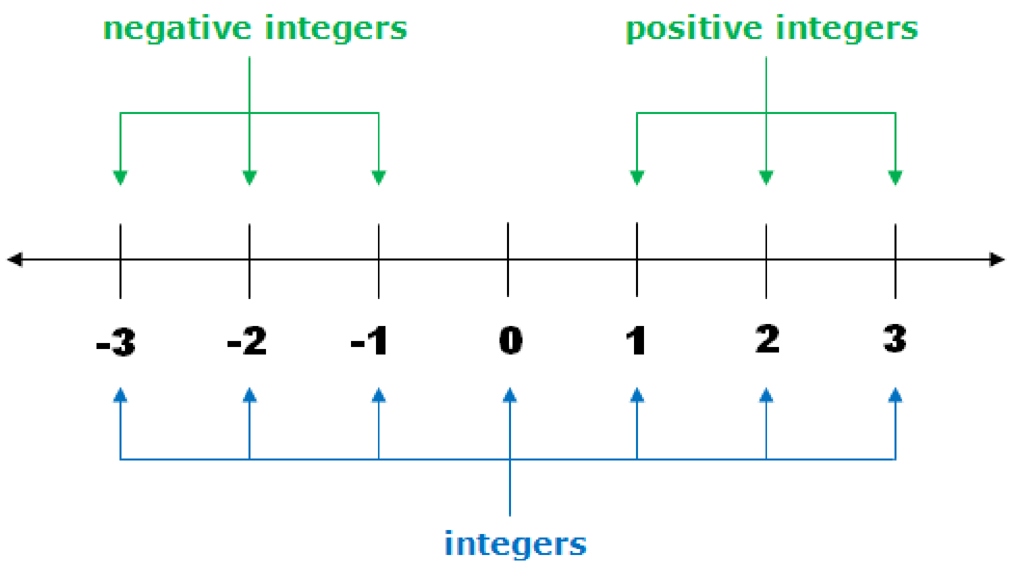
**∞+...1.0.1.2.3.4.5.8-.2-.3-.4- .5-.8-..∞-**

- تستمر الأعداد الصحيحة إلى ما لانهاية في كل من الاتجاه الموجب والاتجاه السالب




**الأعداد الصحيحة إمّا أن تكون زوجية أو فردية**: الأعداد الصحيحة (2 ، 42) هي عبارة عن أعداد زوجية، والأعداد الصحيحة (1، 17 و -175)، هي عبارة عن أعداد فردية، فإذا كان العدد الصحيح يقبل القسمة على 2 فهو عدد زوجي، أمّا إذا كان لا يقبل القسمة على 2 فهو عدد فردي

على سبيل المثال العدد 6 هو عبارة عن عدد صحيح زوجي لأنّه يقبل القسمة على 2 أي يمكن تقسيمه على 2 دون باقي، أمّا العدد 7 فهو عبارة عن عدد صحيح فردي لأنّه لا يقبل القسمة على 2 أي لا يمكن تقسيمه على 2 دون باقي.



## خصائص الأعداد الصحيحة

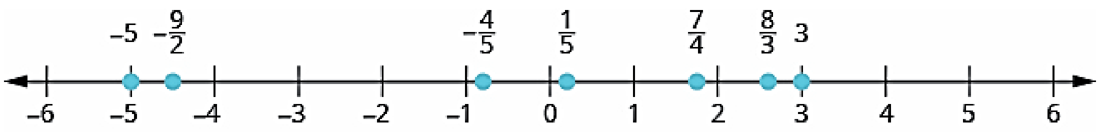
| | الجمع | الضرب |
|---|---|---|
| الانغلاق | $a + b$ عدد صحيح | $a \times b$ عدد صحيح |
| التجميعية | $a + (b + c) = (a + b) + c$ | $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ |
| التبديلية | $a + b = b + a$ | $a \times b = b \times a$ |
| وجود العنصر المحايد | $a + 0 = a$ | $a \times 1 = a$ |
| وجود العنصر المعاكس | $a + (-a) = 0$ | |
| توزيعية الضرب على الجمع | $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ و $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$ | |
| إذا كان $a \times b = 0$, فإن $a = 0$ أو $b = 0$ أو كلاهما معا يساوي الصفر | | |

**الأعداد النســـبية Q:** هو عبارة عن كل عدد يمكن كتابتها على صـــورة أ / ب، بحيث ب لا يساوي صفر أو هو الذى يمكن كتابته على صورة عدد عشري منتهي أو دوري، من الأمثلة على الأعداد النسبية التي يرمز لها بالرمز Q

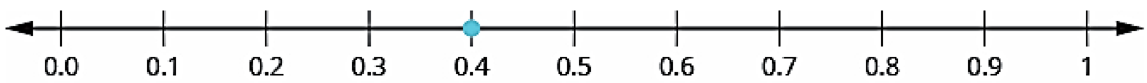
**Q= 0.5 ، 4 ، 8/6 ، -5**

### أنواع الأعداد النسبية

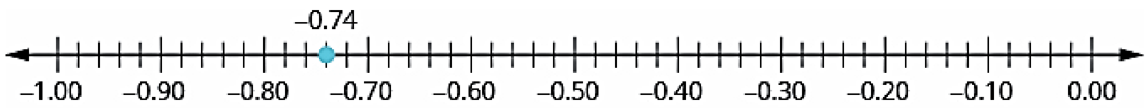
أعداد صحيحة مثل -2، 0، 3
الكسور التي يكون بسطها ومقامها أعدادًا صحيحة مثل 7/3، -5/6
الكسور العشرية مثل 0.35, 0.7116, 0.9768
الكسور العشرية غير المنتهية 0.333...‚ 0.141414...،




**0.4**




**−0.74**




### جمع وطرح الأعداد النسبية

.يمكن إجراء عملية جمع وطرح الأعداد النسبية نجعل مقاماتهما متساوية ثم نجمع البسطين

**مثال:**

½ – (-2/3)
= ½ + 2/3
= 2/6 + 4/6 = 6/6 = 1

## ضرب وقسمة الأعداد النسبية

يمكن إجراء عملية ضـرب وقسـمة الأعداد النسـبية عن طريق ضـرب البسـط في كل منهما ومقاميهما بشكل منفصل ونبسط الكسر الناتج.

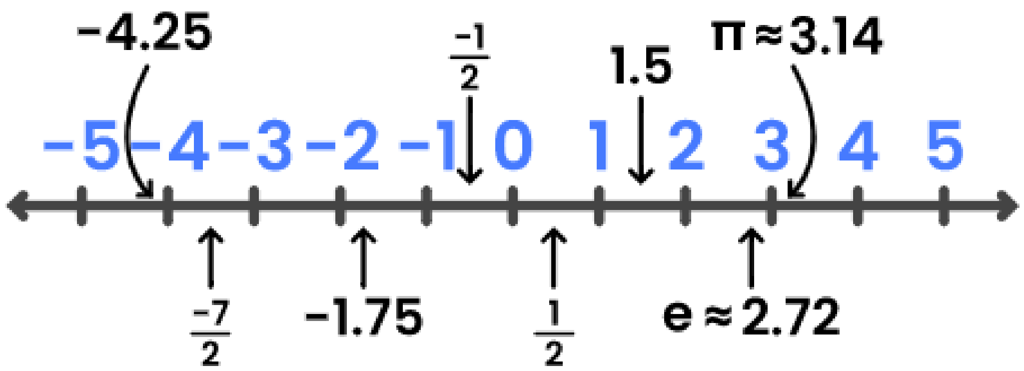
$3/5 \times -2/7 = (3 \times -2)/(5 \times 7)= -6/35$

لقسمة أي كسرين، نضرب الكسر الأول (الذي هو المقسوم) في مقلوب الكسر الثاني (وهو المقسوم عليه).

$3/5 \div 2/7=3/5 \times 7/2 = 21/10$

**الأعداد غير النسـبية:** هي جميع الأعداد التي لا يمكن كتابتها في صـورة نسـبة بين عددين صحيحين أي لا يمكن كتابتها على صورة (أ / ب) هي أعداد غير نسبية
فهي جزء مهم في العمليات الحســابية (الضــرب والقســمة والجمع والطرح)، فضــلاً عن استخدامها في حساب الطرق المئوية والنسب وغيرها من العمليات الأساسية في تكوين علم الرياضيات.

**الأعداد الحقيقية:** هي عبارة عن الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية جميعها معاً وهي التي تشكل الأعداد الحقيقية، كما يرمز لمجموعة الأعداد الحقيقية بالحرفR ، يمكن التعبير عنها بالكسور العشرية التي تكون عادةً سلسلة من الأرقام غير المنتهية




الأرقام الحقيقية هي جميع الأرقام الموجودة، سواء منها السالبة أو الموجبة، والكسرية أو الصحيحة، والجذر أو الصفر؛ فمثلًا نجد الأرقام 15، -30، 4/5، 0، جميعها أعداد حقيقية.

**خصائص الأعداد الحقيقية**

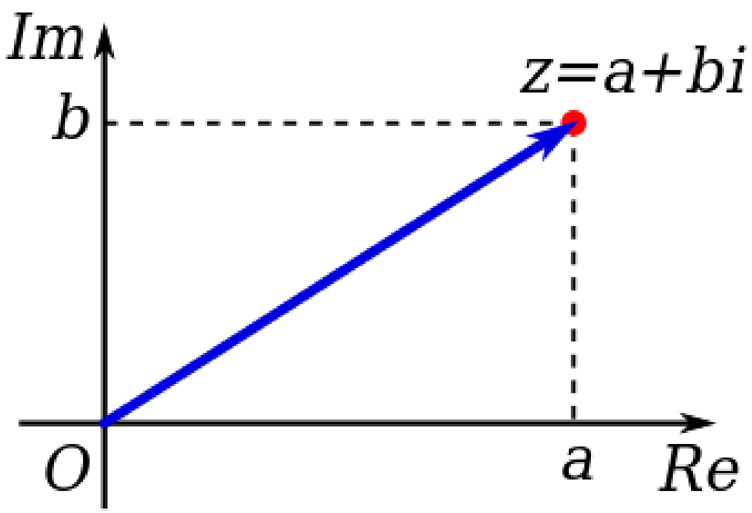
| | الجمع | الضرب |
|---|---|---|
| الانغلاق | $a + b$ عدد صحيح | $a \times b$ عدد صحيح |
| التجميعية | $a + (b + c) = (a + b) + c$ | $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ |
| التبديلية | $a + b = b + a$ | $a \times b = b \times a$ |
| وجود العنصر المحايد | $a + 0 = a$ | $a \times 1 = a$ |
| وجود العنصر المعاكس | $a + (-a) = 0$ | |
| توزيعية الضرب على الجمع | $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ و $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$ | |

## الاعداد العقدية او الاعداد المركبة

هو أي عدد على الصـــورة: a+ib حيث أن a و b هما عددان حقيقيان و i هو عدد تخيلي مربعه = -1.

ويســـمي العدد الحقيقي a بالجزء الحقيقي و العدد الحقيقي b بالجزء التخيلي. فمثلا، 3 + i2 هو عدد عقدي، فيه 3 هو الجزء الحقيقي، و 2 هو الجزء التخيلي.

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$




تســتخدم الاعداد المركبة في الكثير من المجالات ولا ســيما تلك المرتبطة بتوضــيح وتمثيل الحركات الدورية كما هو الحال في التيار المتناوب والأمواج الضـــوئية، والأمواج المائية، وغيرها من المواضــيع التي تُبنى على قيمة Sin (جيب الزاوية)، أو Cos (تجيب أو جيب تمام الزاوية)، كما أنّ هناك مجموعةً من الصــيغ الرياضــية التي تعمل على حل المشـكلات العلمية اعتمادًا على الأعداد المركبة هذه.

الأرقام الحقيقية هي جميع الأرقام الموجودة، ســواء منها الســالبة أو الموجبة، والكســرية أو الصــحيحة، والجذر أو الصــفر أما الرقم الوهمي (التخيلي) فهو عبارة عن رقم غير حقيقي، وهو الرقم الذي يكون ناتج رفعه للأس 2 (تربيعه) عددًا سالبًا مثل جذر العدد -4.

**z=a+bi,**

- $i = \sqrt{-1}$
- $i^2 = -1$
- $i^3 = i.i^2 = i(-1) = -i$
- $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$
- $i^{4n} = 1$
- $i^{4n+1} = i$
- $i^{4n+2} = -1$
- $i^{4n+3} = -i$

**Examples:**

$-\ \sqrt{(-9)} = \sqrt{(9 \times -1)}$
$= \sqrt{(9)} \times \sqrt{(-1)}$
$= 3 \times \sqrt{(-1)}$
$= 3i$

$-\ (5i)^2 = 5i \times 5i$
$= 5 \times 5 \times i \times i$
$= 25 \times i^2$
$= 25 \times -1$
$= -25$

## العمليات على الاعداد المركبة

### جمع الاعداد العقدية

عند جمع عددين عقديين نقوم بجمع الجزأين الحقيقين معا، ثم جمع الجزأين الوهميين معًا كذلك الأمر، ويمكن التعبير عن ذلك بالعلاقة:

$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$

$(1+8i) + (3+6i) = i(14) + (4)$

فمثلًا لجمع العددين العقديين $(2+3i)+(4+7i)$ يكون:

$= (2+3i)+(4+7i)$

$= 4+2+3i+7i$

$= 6+10i$

في حال كان العددان العقديان أو أحدهما يتضمن إشارةً سالبةً (عددًا سالبًا)، مثلًا:

$= (5+6i)+(7-3i)$

$= 5+6i+7-3i$

$= 12+3i$

## طرح الاعداد العقدية

لطرح عددين عقديين نتبع العلاقة التالية:

$$(a + bi) – (c + di) = (a – c) + (b – d)i$$

$$(5+3i) - (14+9i) = (9)+(6)i$$

## ضرب الاعداد العقدية

لضرب عددين عقديين نقوم بفك الأقواس، وذلك من خلال ضرب كل جزءٍ من العدد العقدي الأول بكل جزءٍ من العدد العقدي الثاني، مع الأخذ بعين الاعتبار أنّ $i^2 = -1$، ومن ثم نقوم بجمع الأجزاء المتشـــــابهـة عبر جمع الأجزاء الحقيقيـة معًا وجمع الأجزاء الوهميـة معًا، وكمثال:

$=(4-2i) \times (1+2i)$

$= (1\times-4) + (2i\times-4) + (1\times2i) + (2i\times2i)$

$= (-4) + (-8i) + (2i) + (4i^2)$

$= (-4) + (-6i) + (4i^2)$

$= -8-6i$

**مثال:**

$=(4-3i) \times (2+5i)$

$= 8+20i -6i-15i^2$

$= 8+20i-6i-15(-1)$

$=23+14i$

لضــرب عدد حقيقي بعدد عقدي، نقوم بضــرب هذا العدد الحقيقي بكل جزء من أجزاء العدد العقدي.

## قسمة الاعداد المركبة

نضرب المقام بمرافقه والذي يوجب علينا ضرب البسط بالمرافق نفسه أي لتقسيم (a + bi) على (c + di) يصبح:

$$\frac{z_1}{z_2} = (a+ib) \times \frac{1}{(c+id)} = (a+ib) \times \frac{(c-id)}{(c^2+d^2)}.$$

$$\frac{3+2i}{4-3i}$$

$$\frac{3+2i}{4-3i} \cdot \frac{4+3i}{4+3i}$$

$$\frac{12+9i+8i+6i^2}{16+12i-12i-9i^2}$$

$$\frac{12+9i+8i+6(-1)}{16+12i-12i-9(-1)} = \frac{12+9i+8i-6}{16+12i-12i+9}$$

$$\frac{6+17i}{25}$$

$$\frac{6}{25}+\frac{17}{25}i$$

$$\frac{6}{25}+\frac{17}{25}i$$

$$\frac{3+2i}{4-3i}$$

$$\frac{3+2i}{4-3i}\cdot\frac{4+3i}{4+3i}$$

$$\frac{12+9i+8i+6i^2}{16+12i-12i-9i^2}$$

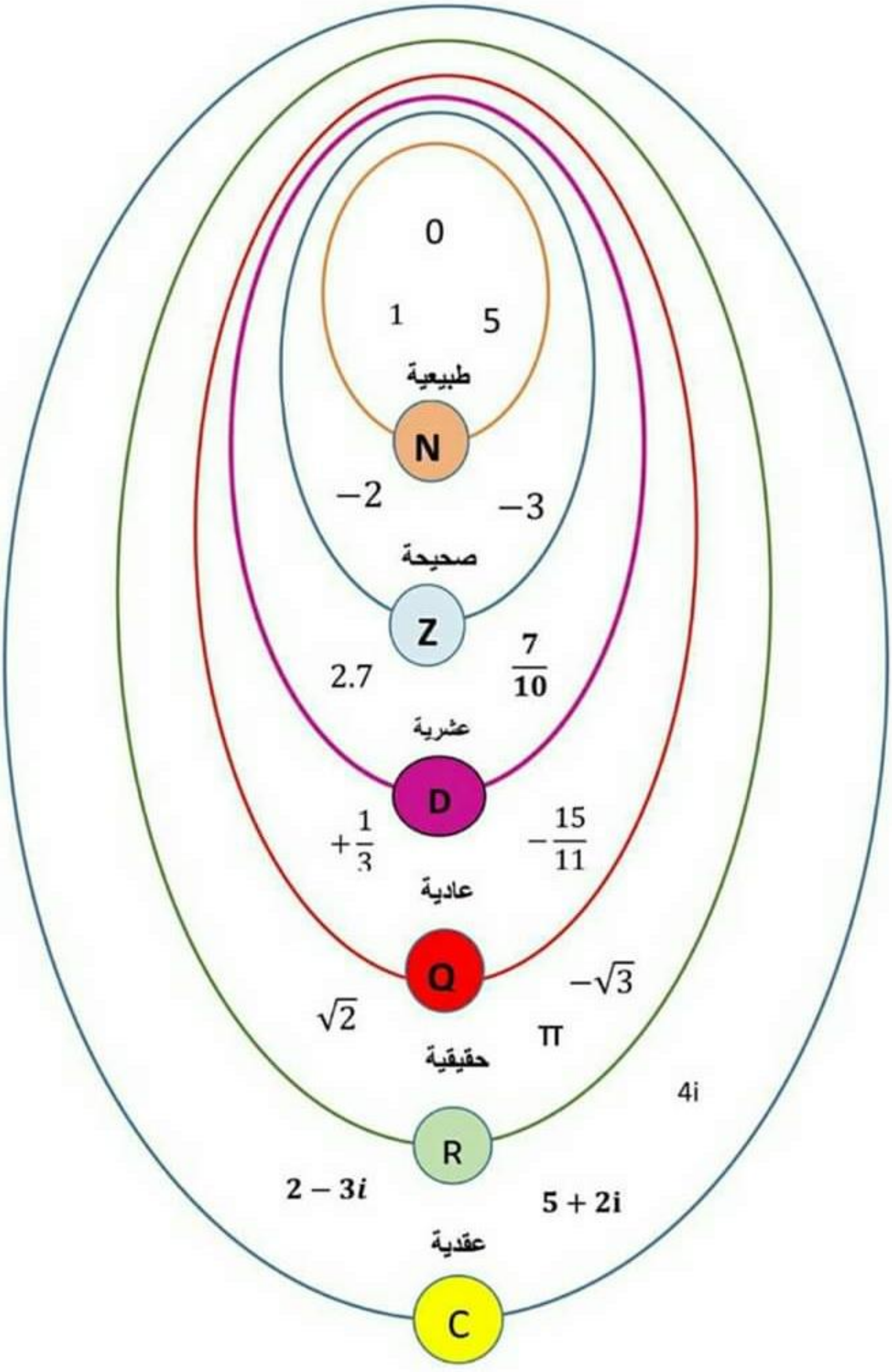
$$\frac{12+9i+8i+6(-1)}{16+12i-12i-9(-1)}=\frac{12+9i+8i-6}{16+12i-12i+9}$$

$$\frac{6+17i}{25}$$

$$\frac{6}{25}+\frac{17}{25}i$$

$$\frac{6}{25}+\frac{17}{25}i$$

ومن ثم نقوم بتوزيع البسط والمقام لتبسيط العملية؛ أي نجمع بين الأجزاء الحقيقية والأجزاء الوهمية في كل من البسط والمقام، مع الأخذ إلى أن $i^2=-1$، ومن ثم كتابة الناتج بصيغة **a + ib** بعد تبسيطها لأكبر درجة ممكنة.




$$N \subset Z \subset D \subset Q \subset R \subset C$$

## الفترات

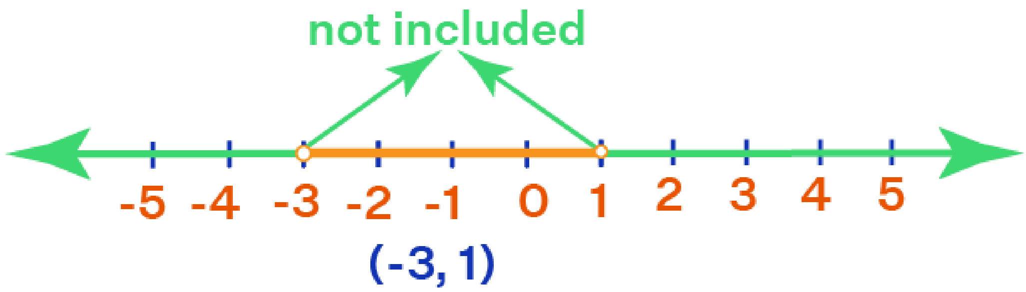
تعرف الفترة في مجموعة الاعداد الحقيقية بانها مجموعة جزئية من مجموعة الاعداد الحقيقية تحدد وفقاً لشروط معينة ويمكن أن يرمز لها بالرمز (ف) .
حيث يعبر عن الفترة بقوسين يوضع داخلهما عددين أحدهم يمثل بداية الفترة والآخر يمثل نهاية الفترة مثل الفترات

[ 4 ، 6-) ، (7 ، 4- ]، (3 ، 2-) ، [ 1 ، 5- ]

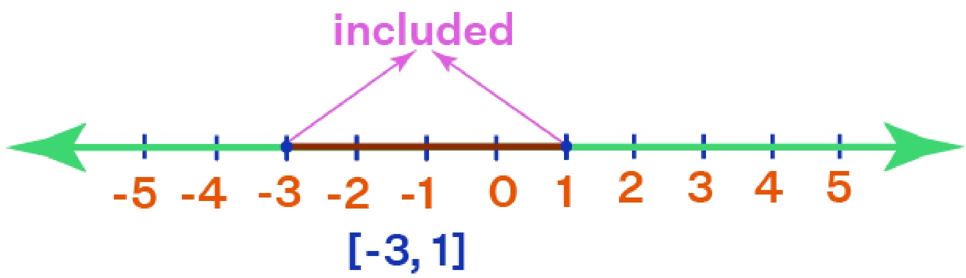
مجموعة الأرقام x التي تحقق أن $0 \le x \le 1$ هي فترة تحتوي كلا من 0و 1، وكذلك جميع الأرقام بينهما.

## انواع الفترات

**الفترة المفتوحة** لا تشمل نقاط النهاية، ويشار إليها بأقواس مدورة "()". على سبيل المثال (0,1) :تعني أكبر من 0 وأقل من 1.




**الفترة المغلقة** هو فترة تتضمن جميع نقاطها المحددة، ويُشار إليه بأقواس مربعة "[]". على سبيل المثال [0,1] :تعني أكبر من أو تساوي 0 وأقل من أو تساوي 1.



**الفترة نصف المفتوحة** تتضمن الفترة نصف المفتوحة واحدة فقط من نقاط النهاية الخاصة بها، ويتم الإشارة إليها عن طريق خلط الرموز للفترة المفتوحة والمغلقة. فمثلا: الفترة (0,1] تعني أكبر من 0 وأقل من أو تساوي 1، بينما الفترة [0,1) تعني أكبر من أو تساوي 0وأقل من 1.