وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية الزراعة والغابات
قسم الاقتصاد الزراعي

مادة
الإحصاء
المرحلة الاولى

الفصل الأول

الاحصاء Statistics

الاحصاء Statistics : يقصد بالإحصاء العد أو التعداد أو عدد الأشياء أو جمع بيانات عنها .

وعلم الإحصاء " هو ذلك العلم الذي يعمل على استخدام الاسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وتبويبها وتلخيصها وعرضها وتحليلها بهدف الوصول إلى استنتاجات وقرارات مناسبة ".

أهمية الاحصاء في التربية :

يلعب الاحصاء دوراً كبيراً في مجال التربية وعلم النفس ، إذ أصبح من الضروري لكل من له علاقة بهذين المجالين أن يكون ملماً بالطرق الاحصائية سواء كان معلماً أو ادارياً أو مخططاً ... الخ ،، لذا يمكن ايجاز أهمية دراسة الاحصاء بالنقاط الآتية :

١) تساعد الطرق الإحصائية المختلفة على وصف الظواهر النفسية والتربوية وصفاً دقيقاً .

٢) تمكن الباحث من أن يكون دقيقاً ومحدداً في خطوات تفكيره لحل المشكلات .

٣) تساعد على تلخيص نتائج البحوث بطريقة سهلة ومفيدة .

٤) يمكن الوصول الى نتائج يمكن الاستفادة منها وتعميمها .

٥) نساعد على التنبؤ بالظواهر المختلفة وعلى معرفة امكانية حدوث مثل هذه الظواهر ومقدار وشروط حدوثها وكيفية تعديل مواعيد حدوثها .

أما أهميته بالنسبة للمعلم فتتمثل في :

١- يساعده في عرض نتائج تلاميذه بشكل بيانات مبوبة .

٢- يساعده في التعرف على نسبة النجاح والرسوب .

٣- يساعده في ترتيب تلاميذه بحسب درجاتهم .

٤- يساعده في المقارنة بين الصفوف والشعب .

٥- يساعده في فهم وتفسير النتائج للبحوث التربوية والنفسية .

٦- يساعده في اجراء البحوث التربوية والنفسية .

الخطوات المنهجية للتحليل الاحصائي في البحث العلمي :

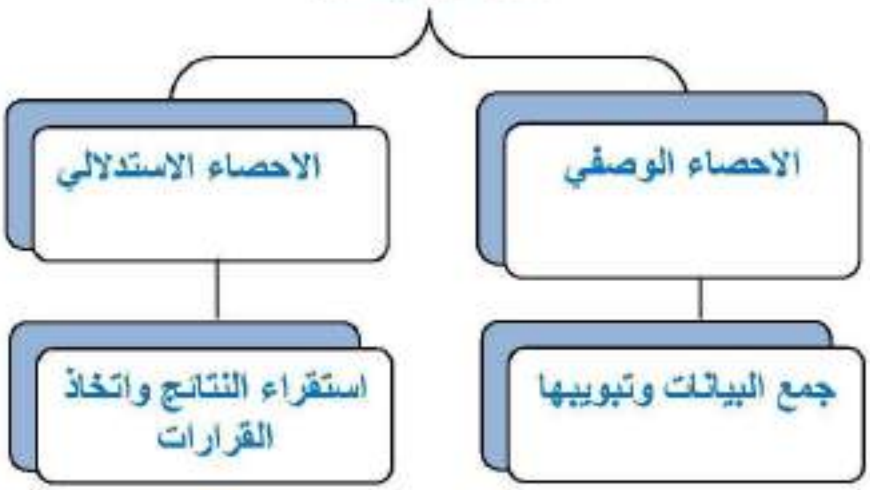
١) **جمع البيانات :** هو عملية الحصول على المعلومات أو قيم المشاهدات أو القياسات للتجارب التي يجريها الإحصائي .

٢) **تنظيم البيانات وعرضها :** هي عملية وضع المعلومات في جداول هندسية وعرضها بطريقة مناسبة كالأشكال الهندسية والرسوم البيانية وغيرها .

٣) **تحليل البيانات :** هي عملية ايجاد قيم لمقاييس واقترانات معينة تحدد قيمها من البيانات موضع الدراسة .

٤) **استقراء النتائج واتخاذ القرارات :** وهي الاستنتاجات التي يصل إليها الباحث وتكون عل شكل تقديرات إو تنبؤات أو تعميمات أو قرار برفض أو قبول الفرضيات الإحصائية .

أقسام علم الإحصاء



يقسم علم الاحصاء إلى قسمين :

١- الاحصاء الوصفي Descriptive :

ويتضمن هذا النوع الطرق والأساليب المستخدمة في جمع البيانات والمعلومات عن ظاهرة معينة أو مجموعة ظواهر وكيفية تنظيم وتصنيف وتبويب هذه البيانات مع امكانية عرضها في جداول ورسومات بيانية ، وحساب بعض المؤشرات الاحصائية منها .

- ملخص جيد لمجموعة كبيرة من المعلومات والبيانات .
- أهم صور التصنيف جداول التوزيع التكراري والرسوم البيانية التي تعبر عن هذا التوزيع .
- أما التلخيص فيتخذ ثلاثة صور هي :

* النزعة المركزية " المتوسط ، الوسط المرجح ، الوسيط ، المنوال" .
* التشتت "الانحراف المعياري ، الانحراف المتوسط / التباين ، معامل الالتواء" .
* العلاقة أوالارتباط والانحدار .

٢- الاحصاء الاستدلالي Inferential :

وهو الشطر الآخر من علم الاحصاء الذي يشمل الطرق الإحصائية التي تهدف الى عمل استنتاجات او استدلالات حول المصدر الذي جمعت منه البيانات.

- يعد مكملا للإحصاء الوصفي ، إذ يقدم الاحصاء الوصفي خصائص الظاهرة ومواصفاتها ، في حين يؤكد الإحصاء الاستدلالي مدى صحة حدوث الظاهرة .
- يهتم الإحصاء الاستدلالي بالتحليل والتفسير والاستنتاج واختيار الفروض واتخاذ القرارات بالاعتماد على نتائج العينات التي تمثل جزءاً مسحوباً من المجتمع .

وتضم فرعين هما :

أ- التقدير : ويهتم بإيجاد قيم تقديرية للاستدلال منها على القيم الحقيقية لمصدر جمع البيانات.

ب- اختبار الفرضيات : ويتضمن اختبار الفرضيات التي توضع كتفسير أولي للظاهرة المراد دراستها للوصول منها الى قرار بقبولها أو رفضها.

المفاهيم الأساسية في دراسة الاحصاء

طبيعة البيانات الاحصائية : عند جمع بيانات حول ظاهرة ما فإننا نرمز للظاهرة بالرمز (x) ونرمز لكل مفردة أو مشاهدة منها بالرمز (x_i) .

المتغير Variable هو أي ظاهرة تظهر اختلافات بين مفرداتها ويرمز له بالرمز x أو أي رمز آخر مثل z , y ..... الخ .

وتقسم المتغيرات الى نوعين :

١- متغيرات وصفية أو نوعية :Qualitative Variables

وهي تلك الظواهر أو الصفات التي لا يمكن قياسها مباشرة بالأرقام العددية ، ولا يمكن اجراء العمليات الحسابية عليها . مثل : صفة لون العيون (أزرق ، أسود ، بني ، ...) ، والحالة الاجتماعية (غني ، متوسط الحال ، فقير ، .....) ، وغيرها من الظواهر .

٢- المتغيرات الكمية : Quantitative Variables

وهي تلك الظواهر أو الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بالأرقام العددية ، ويمكن اجراء العمليات الحسابية عليها . مثل : صفة الطول ، الوزن ، كمية المحاصيل ، ...... الخ .

والمتغيرات الكمية تنقسم الى قسمين :

أ- المتغيرات الكمية المتصلة (مستمرة) Continuous Variables

وهي المتغيرات التي تأخذ المشاهدة أو الظاهرة فيها أية قيمة رقمية في مدى معين سواء كانت أعداد صحيحة أو كسرية.

مثلاً فرضنا أن أطوال طلبة يتراوح بين 190 – 150 سم فهذا يعني :

$$150 \leq x \leq 190$$

ومن أمثلته أيضاً : الوزن ، كمية المحاصيل الزراعية ، درجات الحرارة ، الزمن ، ...... الخ .

ب- متغيرات الكمية المنفصلة (غير مستمرة ، متقطعة) Discrete Variables

وهي المتغيرات التي تأخذ المشاهدة أو الظاهرة فيها قيماً متباعدة أو متقطعة غير مستمرة .

أي تكون منفصلة عن بعضها ، مثل غرف المنزل .

مثلاً إذا كان عدد طلبة في 4 صفوف هو 32 , 30 , 27 , 25 فإن قيم المتغير x هي

$$x = 25 , 27 , 30 , 32$$

وأيضاً عند رمي حجر الزهر نرد نجد إن النتيجة تكون أحد الوجوه الآتية , 5 , 4 , 3 , 2 , 1 6أي أن : $X = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

ومن أمثلته أيضاً : عدد الطلبة ، عدد الثمار في الاشجار ، عدد أفراد العائلة ...... الخ .

أي أنها تكون أعداد صحيحة فقط بدون كسور .

مثال :حدد نوع المتغيرات الآتية

نوع المتغير	وصفي	كمي متصل	كمي منفصل
درجة الذكاء			
نوع الكلية			
رقم الهاتف			
الدخل الشهري للأسرة			
فصيلة الدم			
عدد أطفال الأسرة			
لون البشرة			
الجنس			

مثال : إذا كانت أعمار (5) طلاب هي : 24 , 22 , 21 , 19 , 20 سوف تكتب

$$x = 20, 19, 21, 22, 24$$

أي أن $x_1 = 20$ القيمة الأولى للمتغير x

$X_2 = 19$ القيمة الثانية للمتغير x

$X_5 = 24$ القيمة الخامسة للمتغير x

القياس Measurment : هو عملية تحديد درجة امتلاك الفرد سمة معينة . مثلاً مقول أن الطالب حصل على ٧٢% في مادة الاحصاء .

المجتمع Population هو جميع القيم أو المفردات التي يمكن أن يأخذها المتغير . مثل : درجات طلبة في كلية ما فإن المجتمع هو درجات جميع الطلبة في تلك الكلية .

والمجتمع أما أن يكون :

أ- مجتمع محدد أ منتهي Finite Population

أي يمكن حصر عدد أفراده ، مثل :عدد أفراد عائلة ، عدد الطلبة الناجحين ، ...... الخ .

ب- مجتمع غير محدد أو غير منتهي Infinite Population

وهو المجتمع الذي من الصعب أو المستحيل حصر عدد أفراده ، مثل : عدد الأسماك في النهر ، عدد الطيور ، عدد الميكروبات في الجو .... الخ .

العينة Sample هي مجموعة من المشاهدات أو المفردات اختيرت بطريقة ما من المجتمع، وهي مجموعة جزئية منه ،.

وإن سبب اختيار العينة من المجتمع هو صعوبة دراسة المجتمع ككل إذ إنه قد يتطلب وقت وجهد كبيرين . ويجب أن تكون العينة ممثلة للمجتمع أي أنها تكون ممثلة لصفات المجتمع الأصلي ويمكن استنتاج خواصه منها .

أنـــواع العينـــات :

يوجد نوعان من العينات في ضوء طريقة اختيارها وهي :

أ- العينة القصدية :

ويتم سحبها بطريقة ليست عشوائية (قصدية) وبحسب غرض الباحث ، وتستخدم في الحالات التي منها الحصول على تقديرات تقريبية لتكوين فكرة سريعة عن مشكلة معينة أو لاختيار الاستمارة الاحصائية للتأكد من صلاحيتها .

ب- العينة العشوائية :

وتعني الاختيار العشوائي وإتاحة الفرصة أمام جميع أفراد المجتمع ليظهروا في العينة .

المؤشر :

وهو قيمة تصف المجتمع مثل المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للمجتمع ... الخ.

الرموز الاحصائية Statistical notations

وهي عبارة عن أحرف أو أشكال تستخدم بدل الكلمات للسهولة . ومنها :

الكلمة	الرمز
المجموع	$\sum$
التكرار	f_i
المدى	R
قيمة مشاهدة	X

الوسط الحسابي للعينة	$\overline{X}$
الوسط الحسابي للمجتمع	M
الوسيط	Me
المنوال	Mo
التباين للمجتمع	6^2
التباين للعينة	S^2
الانحراف المعياري للمجتمع	6
الانحراف المعياري للعينة	S
معامل ارتباط بيرسون	R
معامل ارتباط سبيرمان	P

وغيرها من الرموز الإحصائية التي سيتم تناولها أثناء الدراسة الحالية .

المجموع (Summation) ($\sum$) :

إن الرمز $\sum$ يشير إلى عملية الجمع ، وهو حرف أغريقي يلفظ (Sigma) .

وإن (i , n) هما حدا المجموع .

(**i**) يمثل دليل لتسلسل الأعداد عند عملية الجمع ، فإذا كان **i = 1** فإن ذلك يعني القيمة الأولى ، وإذا كان **i = 5** فإن ذلك يعني القيمة الخامسة ، وهكذا .

والعملية $\sum_{i=1}^{50} x_i$ تقرأ : (مجموع مشاهدات (قيم المتغير X) ابتداءً من القيمة الأولى $i = 1(x_1)$ وانتهاءً بالقيمة الأخيرة $i = 50\ (x_{50})$

أو بشكل أكثر اختصاراً (مجموع x_i : i من 1 إلى 50) .

وبشكل عام إذا كان هناك عدد من المشاهدات (قيم المتغير x لكميات عددها n فإن **المجموع الكلي يتم التعبير عنه بالشكل :**

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية الزراعة والغابات
قسم الاقتصاد الزراعي

مادة
الإحصاء
المرحلة الاولى

$$\sum_{I=1}^{n} X_i \qquad i = (1 - n)$$

القواعد الخاصة بالمجموع :

١- يرمز لمجموع عدد المشاهدات (قيم المتغير x) ابتداءً من المشاهدة الأولى وحتى الأخيرة بالرمز

$$\sum_{I=1}^{n} X_i = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots + x_n$$

Ex. If X = 1, 2, 3, 4, 5 find

$$\sum_{I=1}^{n} xi = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$$

$$= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

٢- وهناك مجموع جزئي مثل $\sum_{I=3}^{5} X_i$ (أي مجموع المشاهدات الثالثة والرابعة والخامسة) .

٣- ويرمز لمجموع مربعات عدد من المشاهدات (قيم المتغير X) بالرمز :

$$\sum_{I=}^{n} X^2_i = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + \ldots\ldots + X_n^2$$

ففي المثال السابق :

$$\sum_{I=1}^{n} xi^2 = (1)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (4)^2 + (5)^2$$

$$= 1 + 4 + 9 + 16 + 25$$

$$= 55$$

٤- يرمز لمربع مجموع عدد من المشاهدات (قيم المتغير X) بالرمز :

$$\left(\sum_{I=1}^{n} x_i\right)^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n)^2$$

ففي المثال السابق فإن :

$$\left(\sum_{i=1}^{5} x_i \right)^2 = (1+2+3+4+5)^2$$
$$= (15)^2$$
$$= 225$$

ملاحظة : نستنتج من 4 , 3 بأن :

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \neq \left(\sum_{i=1}^{5} x_i \right)^2$$

٥- ويرمز لحاصل ضرب مجموعي ثيم المتغيرين y , x بالرمز :

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i = (x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots + x_n)(y_1 + y_2 + y_3 + \ldots\ldots + y_n)}$$

مثال : إذا كانت قيم كل من x و y هي كالآتي

X = 2, 3, 5, 1

Y = 4, 2, 3, 5

أوجد كل مما يأتي :

1) $\sum_{i=1}^{3} x_i = x_1 + x_2 + x_3$
$$= 2 + 3 + 5 = 10$$

2) $\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} y_i = (x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n)(y_1 + y_2 + y_3 + \ldots + y_n)$
$$= (2 + 3 + 5 + 1)(4 + 2 + 3 + 5)$$
$$= (11)(14)$$
$$= 154$$

٦-يرمز لمجموع حاصل ضرب متغيرين x , y بالرمز :

$$\boxed{\sum_{I=1}^{n} X_i \; y_i = =(X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + X_3 Y_3 + \ldots\ldots + X_n Y_n}$$

مثال : إذا كانت قيم كل من x و y هي كالآتي

$X = 2, 3, 5, 1$

$Y = 4, 2, 3, 5$

أوجد كل مما يأتي :

1) $\sum_{I=1}^{3} x_i = x_1 + x_2 + x_3$

$= 2 + 3 + 5 = 10$

2) $\sum_{I=1}^{n} X_i \; y_i =(X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + X_3 Y_3 + \ldots\ldots + X_n Y_n)$

$= 2(4) + 3(2) + 5(3) + 1(5)$

$= 8 + 6 + 15 + 5$

$= 34$

ملاحظة نستنتج من 5 , 6 أن $\sum_{I=1}^{n} X_i \sum_{I=1}^{n} y_i \neq \sum_{I=1}^{n} X_i \, y_i$

٧-يرمز لمجموع مقلوب قيم X بالرمز :

$$\boxed{\sum_{I=1}^{n} \frac{1}{X_i} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{X_n}}$$

مثال : إذا كانت قيم كل من x و y هي كالآتي

$X = 2, 3, 1$

أوجد كل مما يأتي :

$$1)\quad \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{x_i} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} = \frac{11}{6}$$

٨-يرمز لمقلوب مجموع قيم المتغير X بالرمز :

$$\boxed{\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i} = \frac{1}{x_1 + x_2 + \dots + x_n}}$$

مثال : إذا كانت قيم كل من x و y هي كالآتي

X = 2, 3, 1 , 4

أوجد كل مما يأتي :

$$1)\quad \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i} = \frac{1}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}$$

$$= \frac{1}{2 + 3 + 1 + 4}$$

$$= \frac{1}{10}$$

بعض القواعد الأساسية في عملية الجمع :

١- إذا كان (c) أي عدد ثابت فإن :

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} c = nc}$$

البرهان :

$$\sum_{i=1}^{n} c = c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n$$

$$= nc$$

مثال : أوجد كل مما يأتي :

$$\sum_{i=1}^{4} 7 = 7 + 7 + 7 + 7$$
$$= 4\,(7) = 28$$

٢ - إذا كان (c) أي عدد ثابت فان :

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} cx_i = c \sum_{i=1}^{n} x_i}$$

البرهان :

$$\sum_{i=1}^{n} cx_i = cx_1 + cx_2 + cx_3 + \dots + cx_n$$
$$= c\,(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)$$
$$= c \sum_{i=1}^{n} x_i$$

مثال : إذا كانت $x = 1, 2, 3, 4, 5$ أوجد ناتج ما يأتي :

$$1)\ \sum_{i=1}^{n} 4\,x_i = 4\,(1+2+3+4+5)$$
$$= 4\,(15) = 30$$

$$2)\ \sum_{i=1}^{n} 2\,x_i^2 = 2\,(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_5^2 +$$
$$= 2\,(1+4+9+16+25)$$
$$= 2\,(55)$$
$$= 110$$

ملاحظة :

*** يرمز لمجموع حاصل قسمة المتغيرين x , y بالرمز :**

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{y_i} = \frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2} + \dots + \frac{x_n}{y_n}}$$

* ويرمز لحاصل قسمة مجموعي المتغيرين x , y بالرمز

$$\frac{\sum_{I=1}^{n} X_i}{\sum_{I=1}^{n} y_i} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{y_1 + y_2 + \dots + y_n}$$

H. W. :

If X = 3, 6, 9, 12, 15 Y = 2, 4, 6, 8, 10 Find the following :

1) $\sum_{I=1}^{3} X_i$

2) $\sum_{I=1}^{n} y_i^2$

3) $\sum_{I=1}^{3} X_i \; y_i$

4) $\left(\sum_{I=1}^{3} y_i\right)^2$

5) $\sum_{I=1}^{n} \frac{1}{X_i \; y_i}$

6) $\sum_{I=1}^{n} 2\, x_i\, y_i^2$

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية الزراعة والغابات
قسم الاقتصاد الزراعي

مادة
الإحصاء
المرحلة الاولى

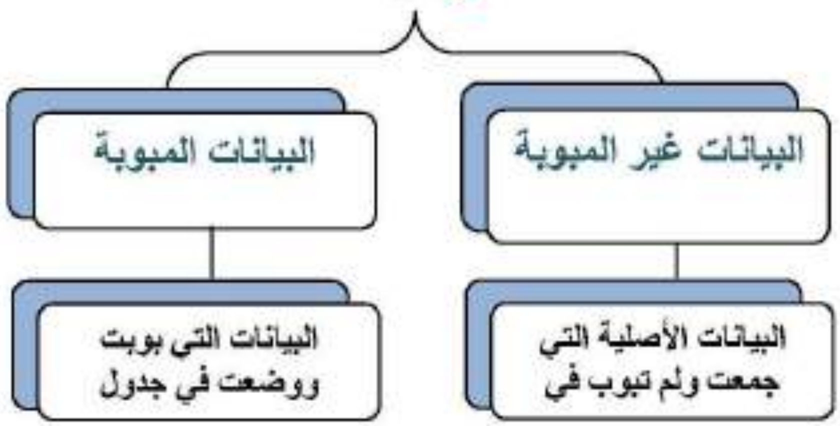
الفصـــل الثـــاني

طـــرق عـــرض البيانـــات

البيانات Data مجموعة القيم التي يتم جمعها من مفردات المجتمع أو العينة لخاصية معينة (متغير).

وإن البيانات الخام لا معنى لها ولا يمكن قياسها إلا إذا خضعت للمعالجات الاحصائية ، فالبيانات قبل عرضها تسمى **بيانات غير مبوبة** (Ungrouped) وبعد عرضها تسمى **بيانات مبوبة** (Grouped) .

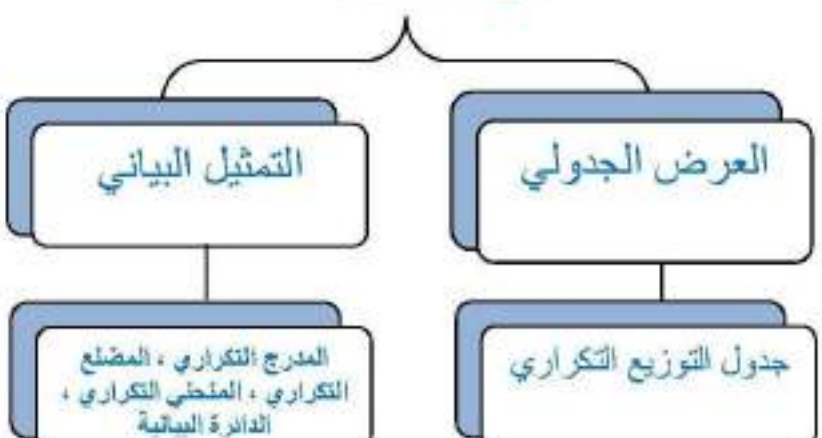
أنواع البيانات



١- **البيانات غير المبوبة (Ungrouped Date)** وهي البيانات الأصلية التي جمعت ولم تبوب في جدول .

٢- **البيانات المبوبة (Grouped Date)** وهي البيانات التي بوبت ووضعت في جدول توزيع تكراري .

طرق عرض البيانات



تقسم طرق عرض البيانات الى قسمين رئيسين هما :

أولاً :العرض الجدولي (Tabular Presentation)

ويطلق عليه أيضاً **الجدول الاحصائي** : وهو عبارة عن جدول منظم ، يسمى (جدولاً بسيطاً) إذا تألف من بعد واحد ، و(جدولاً مركباً) إذا تألف من بعدين .

الجدول البسيط : وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات بحسب صفة واحدة ، ويتألف عادة من عمودين ، **الأول** يتضمن تقسيمات الصفة الى فئات أو مجموعات ، و**الثاني** يبين عدد المفردات التابعة لكل فئة أو مجموعة .

مثال : اعرض البيانات الآتية في جدول تكراري :

1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9

الحل :

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\sum x$
F_i	1	3	2	1	4	1	1	2	3	18

الجدول المركب : وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفتين أو ظاهرتين أو أكثر في نفس الوقت.

مثال : الجدول أدناه يبين توزيع مجموعة من الطلبة بحسب الوزن والطول :

الوزن (كغم) / الطول	51 60	$61-70$	$71-80$	المجموع
$121-140$	20	6	4	30
$141-160$	2	40	10	52
$161-180$	2	6	10	18
المجموع	24	52	24	100

ويتمثل العرض الجدولي بجدول التوزيع التكراري .

جدول التوزيع التكراري (Frequency Distribution Table)

وهو جدول بسيط يتكون من عمودين **الأول يسمى عمود الفئات (Classes)** ، وتقسم فيه قيم المتغير الى أقسام ومجموعات ، ويرمز له بالرمز (C) ، **والثاني يسمى عمود التكرارات (Frequency)** ويتضمن عدد المرات التي تكررت فيها الفئة ، ويرمز له بالرمز (f_i) .

بعض المفاهيم ذات الصلة بجدول التوزيع التكراري :

١- **التوزيع التكراري :** هو عبارة عن تلخيص وترتيب لبيانات المتغير العشوائي التي سبق وأن جمعت وصنفت مقسمة إلى عدد من المجاميع يسمى كل منها بـ (الفئة Class) . وهذه الفئات قد تكون مرتبة تصاعدياً أو تنازلياً حسب طبيعة البيانات . ويسمى توزيع عدد قيم X حسب الفئات بـ (التوزيع التكراري) .

٢- **المدى الكلي (Total Range):** يعرف المدى الكلي بأنه الفرق ما بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في المجموعة . ويرمز له بالرمز (T.R) .

$$\boxed{T.R. = x_L - x_s}$$

٣- **الفئات class :** هي عدد المجاميع التي يتألف منها التوزيع التكراري ، وكل مجموعة تتحدد بحدين ، الأول يسمى **الحد الأدنى للفئة (Lower Class Limit)** ويرمز له بالرمز L.L ، والثاني يسمى **الحد الأعلى للفئة (Upper Class Limit) ويرمز له بالرمز u.L .**

مثل : الفئة (16 – 10) حدها الأدنى 10 وحدها الأعلى 16

٤- **الحدود الحقيقية للفئات :**

لكل فئة حدان حقيقيان حد أدنى حقيقي وحد أعلى حقيقي

الحد الأدنى الحقيقي للفئة = الحد الأدنى – 0.5

مثل : ذا كان الحد الأدنى لفئة هو (10) فإن الحد الأدنى الحقيقي لها هو ؟

الحد الأدنى الحقيقي = الحد الأدنى – 0.5 = 9.5

الحد الأعلى الحقيقي للفئة = الحد الأعلى + 0.5

مثل : ذا كان الحد الأعلى لفئة هو (16) فإن الحد الأعلى الحقيقي لها هو ؟

الحد الأعلى الحقيقي = الحد الأعلى + 0.5 = 16.5

٥- **عدد فئات التوزيع m .** ويمثل عدد المجاميع التي يتألف منها التوزيع التكراري . فإذا رمزنا لعدد الفئات بالرمز m فإن :

$$m = 2.5 \sqrt[4]{n}$$

حيث n تمثل عدد المفردات (قيم المتغير x) .

ويجب أن لا يقل عدد الفئات عن خمسة فئات و لا يزيد عن خمسة عشر فئة .

٦- **تكرار الفئة (Classes frequency) :** هو عدد القيم التي تقع في مدى تلك الفئة ، ويرمز له بالرمز (f_i)

إذ إن f_1 يمثل تكرار الفئة الأولى ، f_2 يمثل تكرار الفئة الثانية ، ... وهكذا .

وإن مجموع التكرارات يجب أن يكون دائماً مساوياً للعدد الكلي لقيم المفردات .

مثلاً : تكرار الفئة الثالثة = 5، فهذا يعني أن هناك 5 قيم من قيم المتغير واقعة في المدى الفئة . .

٧- **مركز الفئة (Center of Classes) :** ويمثل منتصف المدى بين حدي للفئة ، ويرمز له بالرمز x . أي إن :

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$$

$$X = \frac{L.L + U.L}{2}$$

مثال : إذا كانت لدينا الفئة (16 – 10) أوجد مركز الفئة :

الحل :

$$X = \frac{L.L + U.L}{2}$$

$$= \frac{10 + 16}{2} = 13$$

٨- **طول الفئة (Length of Classes)** : ويسمى أحياناً بالمدى الفئوي ، ويمثل مقدار المدى بين حدي للفئة ، ويرمز له بالرمز (L) .

وإن طول الفئة يتناسب عكسياً مع عدد الفئات ، فكلما زاد طول الفئة قل عدد الفئات والعكس صحيح .

ويجب أن تكون أطوال الفئات متساوية لتسهيل العمليات الحسابية ،ويجب أن تكون أعداد صحيحة موجبة دائماً .

طول الفئة = الحد الأعلى – الحد الأدنى + ١

$$\boxed{L = U.L - L.L + 1}$$

مثال : إذا كان لدينا الفئة (16 – 10) ، أوجد طول الفئة :

الحل :طول الفئة = الحد الأعلى – الحد الأدنى + ١

$$L = 16 - 10 + 1$$
$$= 7$$

كما يمكن استخراجه من :

أ) إذا أمكن استخراج المدى الكلي وعدد الفئات فإن طول الفئة يستخرج من القانون :

$$\boxed{L = \frac{T.R.}{m}}$$

حيث T.R : هو المدى الكلي

m : عدد الفئات

ب) أو من خلال : الفرق بين الحدين الأعلى أو (الأدنى) لفئتين متتاليتين إذا كانت هناك فئتين متتاليتين معلومتين :

$$\boxed{L = (L.\ L.)_2 - (L.\ L.)_1}$$

$$\boxed{L = (u.\ L.)_2 - (u.\ L.)_1}$$

ج) أو من (الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين) :

$$\boxed{L = X_2 - X_1}$$

حيث : X_2 يمثل مركز الفئة الثانية و X_1 يمثل مركز الفئة الأولى.

خطوات إنشاء جدول التوزيع التكراري (تبويب البيانات) :

لنأخذ المثال الافتراضي الآتي :

لتكن $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ بيانات المتغير العشوائي X من عينة عشوائية ما عدد مفرداتها n مفردة . ونرغب في تلخيص هذه البيانات في توزيع تكراري عدد فئاته هو m.

ولنفرض أن X_s هي أصغر قيمة ، X_L هي أكبر قيمة في مجموعة بيانات المتغير x ، عندئذ نتبع الخطوات الآتية في إنشاء جدول التوزيع التكراري :

١- تحديد أصغر قيمة وأعلى قيمة من قيم المتغير العشوائي X .

٢- استخراج المدى الكلي **T.R** .

٣- استخراج عدد فئات التوزيع m .

٤- استخراج طول الفئة L .

٥- تحديد الحد الأدنى والأعلى للفئات ، وكتابة حدود الفئات .

٦- استخراج عدد التكرارات لكل فئة f_i .

ملاحظة مهمة: يفضل أن يمتاز التوزيع التكراري بما يأتي :

١- أن تكون الفئات متساوية في الطول .

٢- أن يكون التوزيع التكراري توزيع مغلق .

٣- أن تبدأ فئات التوزيع وتنتهي (حدود الفئات) بأعداد صحيحة ، وذلك لتسهيل اجراء العمليات الحسابية خصوصاً إذا اجريت بدون استخدام الحاسبات .

٤- أن لا يقل عدد فئات التوزيع عن 5 فئات ولا يزيد عن 15 فئة .

٥- أن تكون حدود الفئات محددة بشكل واضح بحيث أن كل قيمة من قيم المتغير تبوب ضمن فئة واحدة فقط من فئات التوزيع .

مثال : البيانات الآتية تمثل درجات 80 طالباً في مادة الاحصاء . المطلوب انشاء جدول تكراري لهذه النباتات أو (اعرض البيانات الآتية في جدول توزيع تكراري) .

80	84	80	87	97	81	74	48	79	80
56	92	70	71	78	82	93	91	70	90
83	93	65	51	75	68	72	73	74	81
93	68	86	43	74	73	83	90	35	86
61	80	91	75	67	72	90	71	76	92
80	95	97	70	74	81	88	91	97	72
89	67	60	82	83	63	60	77	71	59
65	75	79	88	66	70	88	76	63	63

الحل :

1) $x_L = 97$ $x_s = 35$

2) $T.R. = x_L - x_s$

$= 97 - 35 = 62$

3) $m = 2.5\ \sqrt[4]{n}$

$= 2.5\ \sqrt[4]{80}$

$= 7.4 \quad = 7$

4) $L = \frac{T.R.}{m} = \frac{62}{7} = 8.8 \quad \simeq 9$

	C	Fi
1	35 -43	2
2	44 – 52	2
3	53 – 61	5
4	62 – 70	14
5	71 – 79	20
6	80 – 88	22
7	89 – 97	15
		80

*ملاحظة:- اذا كان هناك فئة موجودة في الجدول يجب معرفة طول الفئة ثم أكمال الجدول.

مثال : نظم البيانات الاتية:- (24,5,15,16,10,11,19,15,21,15) في جدول تكرارات فئته الاولى(5-9)

C	fi
5 -9	1
10-14	2
15-19	5
20-24	2

مثال : إذا كان عدد مفردات ظاهرة ما هو (150) مفردة وإن أقل قيمة فيها هي (10) وأعلى قيمة هي (90) . اكمل الجدول الآتي :

	C	X	الحدود الحقيقية للفئات
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

الحل :

1) $x_L = 90 \quad x_s = 10$

2) $T.R. = x_L - x_s$

$= 90 - 10 += 80$

3) $m = 2.5 \sqrt[4]{n}$

$= 2.5 \sqrt[4]{150}$

$= 8.75 \quad \simeq 9$

4) $L = \frac{T.R.}{m} = \frac{80}{9} \quad \simeq 9$

5) L = u. L. - L. L. + 1

$9 = u. L. - 10 + 1$

$u. L. = 18$ ....

6) $X_1 = \frac{u. L. + L. L.}{2} = \frac{18 + 10}{2} = 14$

$X_2 = X_1 + L = 14 + 9 = 23$

.... وهكذا .

الحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى = الحد الأدنى للفئة – 0.5

$= 10 - 0.5 = 9.5$

الحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى = الحد الأعلى للفئة + 0.5

$= 18 + 0.5 = 18.5$

وهكذا .

	C	X	الحدود الحقيقية للفئات
1	10 – 18	14	9.5 – 18.5
2	19 – 27	23	18.5 – 27.5
3	28 – 36	32	27.5 – 36.5
4	37 – 45	41	36.5 – 45.5
5	46 – 54	50	45.5 – 54.5
6	55 – 63	59	54.5 – 63.5
7	64 – 72	68	63.5 – 72.5
8	73 – 81	77	72.5 – 81.5
9	82 – 90	86	81.5 – 90.5

تمرين1 : أكمل الجدول الآتي :

	C	X	الحدود الحقيقية للفئات
1	10 -	12	
2			
3			

4			
5			
6			

تمرين2 : أكمل الجدول الآتي :

	C	X	الحدود الحقيقية للفئات
1			
2			
3			
4			
5			
6	90 – 99		

تمرين 3 : البيانات الآتية تمثل درجات 30 طالب في مادة الاحصاء :

١- أنشئ جدول التوزيع التكراري لدرجات الطلبة .

٢- استخرج الحدود الحقيقية للفئات ، مراكز الفئات .

13, 15, 25, 67, 88, 33, 90, 98, 78, 75, 44, 54, 31, 40. 89, 55, 76, 43, 38, 51, 34, 72, 69, 37, 33, 42, 88, 78, 79,29

التوزيع التكراري المتجمع (Cumulativ frequency distribution) :

وهو التوزيع الذي يبين كمية التكرار المتجمع عن قيمة معينة من قيم المتغير العشوائي.

وهو على نوعين :

أ- **التوزيع التكراري المتجمع الصاعد ($F_i\uparrow$) :**

وهو التوزيع الذي يبين تراكم التكرارات ابتداءً من الفئة الأولى في التوزيع وانتهاءً بالفئة الأخيرة منه . ويتم حساب التكرارات المتجمعة على أساس الحدود العليا للفئات .

ب- **التوزيع التكراري المتجمع النازل ($F_i\downarrow$) :**

وهو التوزيع الذي يبين تناقص التكرارات ابتداءً من الفئة الأولى في التوزيع وانتهاءً بالفئة الأخيرة منه . ويتم حساب التكرارات المتجمعة على أساس الحدود الدنيا للفئات .

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية الزراعة والغابات
قسم الاقتصاد الزراعي

مادة
الإحصاء
المرحلة الاولى

4			
5			
6			

تمرين2 : أكمل الجدول الآتي :

	C	X	الحدود الحقيقية للفئات
1			
2			
3			
4			
5			
6	90 – 99		

تمرين 3 : البيانات الآتية تمثل درجات 30 طالب في مادة الاحصاء :

١- أنشئ جدول التوزيع التكراري لدرجات الطلبة .

٢- استخرج الحدود الحقيقية للفئات ، مراكز الفئات .

13, 15, 25, 67, 88, 33, 90, 98, 78, 75, 44, 54, 31, 40. 89, 55, 76, 43, 38, 51, 34, 72, 69, 37, 33, 42, 88, 78, 79,29

التوزيع التكراري المتجمع (Cumulativ frequency distribution) :

وهو التوزيع الذي يبين كمية التكرار المتجمع عن قيمة معينة من قيم المتغير العشوائي.

وهو على نوعين :

أ- **التوزيع التكراري المتجمع الصاعد ($F_i\uparrow$) :**

وهو التوزيع الذي يبين تراكم التكرارات ابتداءً من الفئة الأولى في التوزيع وانتهاءً بالفئة الأخيرة منه . ويتم حساب التكرارات المتجمعة على أساس الحدود العليا للفئات .

ب- **التوزيع التكراري المتجمع النازل ($F_i\downarrow$) :**

وهو التوزيع الذي يبين تناقص التكرارات ابتداءً من الفئة الأولى في التوزيع وانتهاءً بالفئة الأخيرة منه . ويتم حساب التكرارات المتجمعة على أساس الحدود الدنيا للفئات .

مثال :الآتي جدول توزيع تكراري يمثل توزيع 60 عائلة فلاحية حسب ملكيتها من عدد أشجار البرتقال . المطلوب تكوين التوزيع التكراري المتجمع الصاعد والنازل :

	C	f_i	$\uparrow F_i$	$\downarrow F_i$
1	60 – 74	4	4	60
2	75 – 89	5	9	56
3	90 – 104	10	19	51
4	105 – 119	12	31	41
5	120 – 134	16	47	29
6	135 – 149	7	54	13
7	150 – 164	6	60	6
		60		

ثانياً : التمثيل البياني لجدول التوزيع التكراري

١- المدرج التكراري :

هو عبارة عن مستطيلات رأسية تمتد قواعدها على المحور الأفقي لتمثل أطوال الفئات بينما يمثل ارتفاعها تكرارات الفئات .

خطوات رسم المدرج التكراري :

١- رسم المحورين الأفقي والعمودي .

٢- تدريج المحور الأفقي الى أقسام متساوية بحيث يشمل جميع الحدود الحقيقية للفئات ، ويقسم المحور العمودي الى اقسام متساوية بحيث يشمل على اكثر التكرارات .

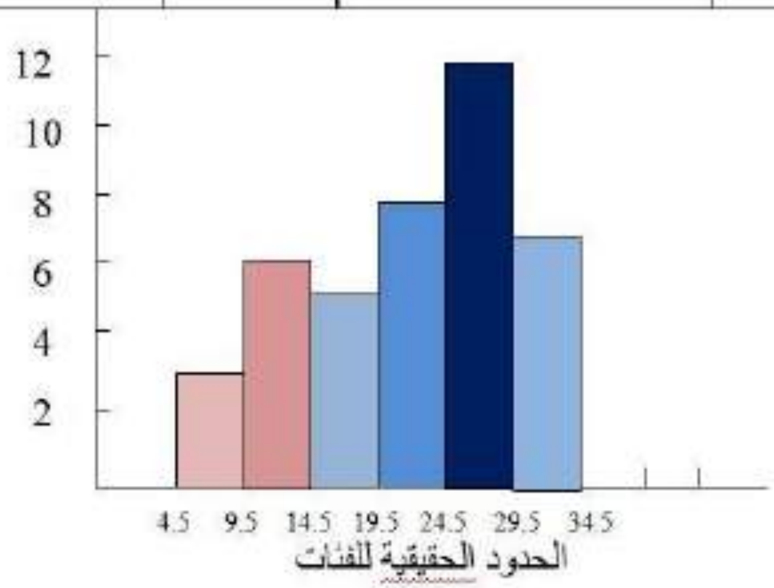
٣- يرسم على كل فئة مستطيلاً رأسياً تمثل قاعدته طول تلك الفئة وارتفاعه يمثل تكرارات تلك الفئة

.

مثال :ارسم المدرج التكراري لجدول التوزيع التكراري الآتي :

	C	F_i	الحدود الحقيقية للفئات	X
1	5 – 9	3	4.5 – 9.5	7
2	10 – 14	6	9.5 – 14.5	12

3	15 – 19	5	14.5 – 19.5	17
4	20 – 24	8	19.5 – 24.5	22
5	25 – 29	12	24.5 – 29.5	27
6	30 – 34	7	29.5 – 34.5	32
$\sum f_i$		41		



٢ـ المضلع التكراري :

هو عبارة عن خطوط مستقيمة متكسرة تصل بين نقاط كل منها واقعة فوق مركز فئة على ارتفاع يمثل تكرار تلك الفئة .

ملاحظة : عادة يغلق المضلع بأن نصل بداية المضلع بالمحور الأفقي بمركز فئة (خيالية) واقعة الى يسار أول فئة تكرارها صفراً ، ونصل نهاية المضلع بالمحور الأفقي بمركز فئة(خيالية) واقعة الى يمين اخر فئة تكرارها صفراً أيضاً .

خطوات رسم المضلع التكراري :

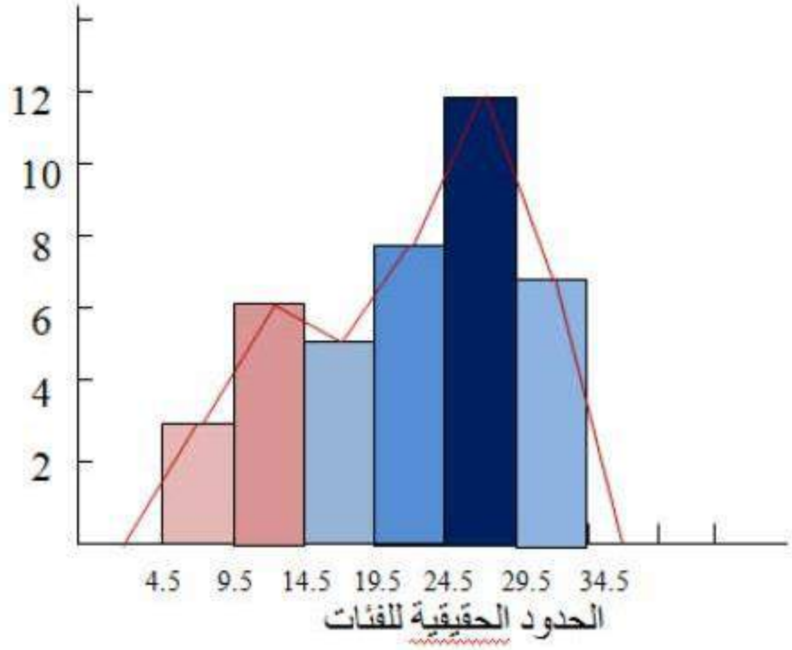
١- رسم المحورين الأفقي والعمودي .

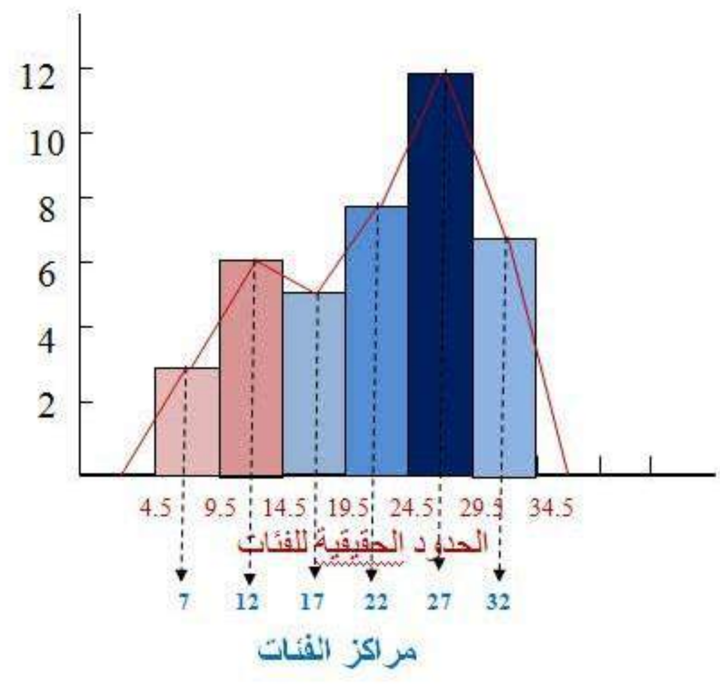
٢- تدريج المحور الأفقي الى أقسام متساوية بحيث يشمل جميع مراكز الفئات ، ويقسم المحور العمودي الى اقسام متساوية بحيث يشمل على اكثر التكرارات .

٣- وضع نقطة أمام مركز كل فئة ارتفاعها يعادل تكرار تلك الفئة .

٤- توصيل تلك النقاط بخطوط مستقيمة .

مثال : ارسم المضلع التكراري للمثال السابق :





٣- المنحني التكراري :

وهو عبارة عن منحني يمر بمعظم النقاط الواقعة على مراكز الفئات والتي ارتفاعها يمثل تكرارات تلك الفئات

ملاحظة : يفضل غلق المنحني التكراري بأن نصل بدايته بالحد الأدنى للفئة الأولى ونهايته بالحد الأعلى للفئة الأخيرة . وتكون مساحة المنحني (مكافئة) وليست مساوية للمضلع التكراري .

٤ـ الدائرة البيانية :

تعد هذه الطريقة أفضل الطرق لتمثيل البيانات ذات الصفة المشتركة ونستطيع بواسطتها أن نقارن الأجزاء بعضها ببعض ثم الجزء (القطاع الدائري) بالكل (الدائرة) .

خطوات رسم الدائرة البيانية :

١ـ استخراج زاوية القطع = ($\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 360$)

٢ـ ـنرسم دائرة معينة ونرسم عليها نصف القطر.

٣ـ نرسم الزاوية المركزية التي ضلعها الابتدائي نصف القطر والممثلة بالقطاع.

مثال/مجموعة من الفاكهة وزعت على طلاب القسم الداخلي وكانت كالآتي :

المجموع	رمان	برتقال	موز	تفاح	نوع الفاكهة
1080	270	90	540	180	العدد

المطلوب تمثيل هذه البيانات بالقطاع الدائري.

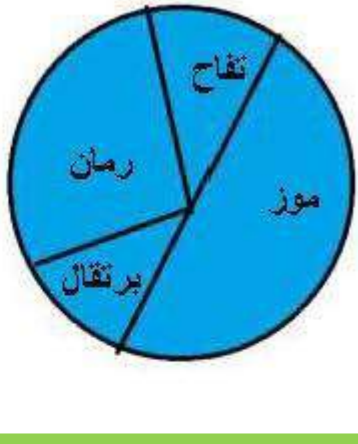
الحل :

زاوية قطاع التفاح $=\frac{180}{1080}\times360=60^\circ$

زاوية قطاع الموز $=\frac{540}{1080}\times360=180^\circ$

زاوية قطاع البرتقال $=\frac{90}{1080}\times360=30^\circ$

زاوية قطاع الرمان $=\frac{270}{1080}\times360=90^\circ$



تمارين :

١- الآتي توزيع تكراري لدرجات (40) طالباً في مادة الإحصاء الترب

93	82	78	71	70	92	56	81
74	73	72	68	75	51	65	93
35	90	83	73	74	43	86	68
92	76	71	90	72	67	75	91
80	61	72	97	91	88	81	74

اعرض البيانات أعلاه مستخدماً كل من العرض الجدولي والعرض البياني :

٢- أكمل جدول التوزيع التكراري الآتي ، ثم اعرض البيانات في الجدول باستخدام التمثيل البياني :

	C	f_i	X
1	1 -	2	4
2		4	
3		7	
4		12	
5		10	
6		15	
7		8	
8		6	
9		4	

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية الزراعة والغابات
قسم الاقتصاد الزراعي

مادة
الإحصاء
المرحلة الاولى

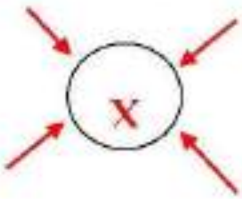
الفصل الثالث

المقاييس الاحصائية

مقاييس النزعة المركزيةMeasures of Central Tendency

إن مصطلح النزعة المركزية يعني التمركز والتكثف نحو رقم معين .

تعرف مقاييس النزعة المركزية بأنها تلك المقاييس التي تبحث عن قيمة تتمركز حولها أغلبية البيانات ، وإن هذه القيمة المتوسطة هي رقم واحد يعبر عن جميع بيانات تلك المجموعة .



مقاييس النزعة المركزية

١ – الوسط الحسابي (المتوسط) : (The Arithmetic Mean)

وهو القيمة الناتجة عن قسمة مجموع القيم على عددها . ويرمز له بالرمز $\overline{X}$.

<u>طرق إحتساب الوسط الحسابي :</u>

١- في حالة البيانات غير المبوبة :

إذا كان لدينا x_n , ... , x_3 , x_2 , x_1 بيانات المتغير العشوائي x عددها n من المفردات ،فإن الوسط الحسابي لها:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

حيث : x : القيم للمتغير

n : عدد القيم .

مثال : البيانات الآتية تمثل درجات 15 طالب في مادة الإحصاء (90, 95, 43, 32, 55, 81, 80, 36, 49, 58, 69, 75, 65, 72, 60) أوجد الوسط الحسابي لدرجات الطلاب.

الحل :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$= \frac{60 + 72 + 65 + 75 + 69 + 58 + 49 + 36 + 80 + 81 + 55 + 32 + 43 + 95 + 90}{15}$$

$$= \frac{987}{15} = \mathbf{65.8}$$

أي أن معدل درجات الطلبة هو 65.8 .

٢- في حالة البيانات المبوبة :

إذا كانت $x_1 , x_2 , x_3 , \ldots\ldots , x_n$ تمثل مراكز فئات في توزيع تكراري عدد فئاته m فئة ، و $f_1, f_2, \ldots , f_n$ هي تكرارات تلك الفئات فإن الوسط الحسابي يستخرج من الصيغة الآتية :

$$\bar{x} = \frac{\sum (X)(f_i)}{\sum f_i}$$

حيث : X تمثل مراكز الفئات

f_i تمثل التكرارات

مثال : أوجد الوسط الحسابي للبيانات الآتية :

	C	f_i	X	Xf_i
1	2 – 6	2	4	8
2	7 – 11	8	9	72
3	12 – 16	6	14	84
4	17 – 21	1	19	19
5	22 – 26	5	24	110
Σ		22		203

الحل :

$$\bar{x} = \frac{\sum (X f_i)}{\sum f_i} = \frac{203}{22} = \mathbf{9.22}$$

خصائص الوسط الحسابي :

١- مجموع انحرافات قيم المتغير العشوائي X عن وسطها الحسابي الذي أحتسب منها يساوي صفر .

للبيانات غير المبوبة : $\sum(x_i - \overline{x}) = 0$

البرهان :

$$\sum(x_i - \overline{x}) = \sum x_i - \sum \overline{x}$$
$$= \sum x_i - n.\overline{x}$$
$$= \sum x_i - n\frac{\sum x_i}{n}$$
$$= \sum x_i - \sum x_i = 0$$

للبيانات المبوبة : $\sum f_i(x_i - \overline{x}) = 0$

البرهان :

$$\sum f_i(x_i - \overline{x}) = \sum f_i x_i - \overline{x}\sum f_i$$
$$= \sum f_i x_i - \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}\sum f_i$$
$$= \sum f_i x_i - \sum f_i x_i = 0$$

٢- عند إضافة عدد ثابت k إلى كل قيمة من قيم المفردات (المشاهدات) فإن قيمة الوسط الحسابي تزداد بمقدار العدد الثابت . أي إن :

$$X_i = y_i + k \longrightarrow \overline{x} = \overline{y} + k$$

البرهان :

$$X_i = y_i + k$$
$$\sum x_i = \sum y_i + n.k$$

نقسم طرفي المعادلة على n

$$\frac{\sum X_i}{n} = \frac{\sum y_i}{n} + \frac{n.k}{n}$$
$$\overline{x} = \overline{y} + k$$

٣- عند ضرب عدد ثابت k إلى كل قيمة من قيم المفردات (المشاهدات) فإن قيمة الوسط الحسابي تكون مساوية لحاصل ضرب العدد الثابت في الوسط الحسابي .

$$X_i = y_i . k \longrightarrow \bar{X} = \bar{y} . k$$

البرهان :

$$X_i = y_i . k$$
$$\sum x_i = \sum y_i . n.k$$

نقسم طرفي المعادلة على n

$$\frac{\sum X_i}{n} = \frac{\sum y_i}{n} . \frac{n.k}{n}$$
$$\bar{X} = \bar{y} . k$$

٤- اذا ضربت كل مشاهدة من المشاهدات بقدار ثابت a واضيف لها مقدار ثابت b فان الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي الاصلي مضروب في a ومضاف له b.

$$x_i = ay_i + b \longrightarrow \bar{x} = a\bar{y} + b$$

البرهان :

$$\sum x_i = \sum (ay_i + b)$$
$$\sum X_i = a\sum y_i + \sum b$$
$$\sum x_i = a\sum y_i + n.b$$

نقسم طرفي المعادلة على n

$$\frac{\sum X_i}{n} = a\frac{\sum X_i}{n} + \frac{n.k}{n}$$
$$\bar{x} = a\bar{y} + b$$

٥- الوسط الحسابي لمجموع قيم متغيرين = مجموع الوسطين الحسابيين للمتغيرين .

$$z_i = x_i + y_i \longrightarrow \bar{z} = \bar{x} + \bar{y}$$

$$z_i = x_i + y_i$$
$$\sum z_i = \sum (x_i + y_i)$$
$$\sum z_i = \sum x_i + \sum y_i$$

نقسم طرفي المعادلة على n

$$\frac{\sum z_i}{n} = \frac{\sum X_i}{n} + \frac{\sum y_i}{n}$$

$$\bar{z} = \bar{x} + \bar{y}$$

٦- **لا يمكن ايجاده في التوزيعات التكرارية والجداول المفتوحة (غير المنتهية) .**

٧- **الوسط الحسابي يتأثر بالقيم المتطرفة .**

٨- **مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير العشوائي X عن وسطها الحسابي الذي أحتسب منها يكون أقل ما يمكن .**

٩- **يتأثر الوسط الحسابي بالقيم المتطرفة (صغيرة أو كبيرة) التي تقع على جانبي التوزيع .**

H. W.

١) الآتي توزيع تكراري لدرجات 92 طالب في مادة الاحصاء التربوي ، المطلوب ايجاد متوسط درجات الطلبة في مادة الاحصاء :

	C	F_i
1	21 – 30	4
2	31 – 40	7
3	41 – 50	10
4	51 – 60	15
5	61 – 70	18
6	71 – 80	12
7	81 – 90	6
8	91 – 100	18

٢) الآتي توزيع تكراري لدرجات (25) طالب في مادة الاحصاء التربوي ، استخرج معدل درجات الطلبة مستخدماً

أ) حالة البيانات غير المبوبة ب) البيانات المبوبة :

80, 84, 48, 77, 65, 71, 20, 55, 67, 65, 88, 35, 24, 31, 44, 90, 66, 45, 78, 79, 74, 70, 44, 56, 50

٣) أ) أكمل جدول التوزيع التكراري أدناه

ب) ارسم المدرج والمضلع التكراري

ج) استخرج الوسط الحسابي

	C	F_i	X
1	10 -	4	14.5
2		7	
3		10	
4		25	
5		18	
6		12	
7		6	
8		18	

٤) جد قيمة z التي تجعل قيمة الوسط الحسابي في المجموعة z ,37 ,31 ,28 ,25 ,20 مساوٍ إلى 30 .

٥) إذا علمت أن الوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي هو 39 ، جد قيمة f.

	C	f_i
1	10 – 19	2
2		4
3		6
4		8
5	50 - 59	F

٦) صنف صف إل عدد من الطلاب والطالبات ، بحيث كان متوسط عمر الذكور فيه 20 سنة ، ومتوسط عمر الاناث 19.5 سنة ، أوجد متوسط عمر الذكور والاناث معاً .

٢- الوسط الحسابي المرجح (s الموزون) :(Weighted Mean)

يستخدم الوسط الحسابي المرجح ($\overline{X}_w$) عندما تكون بعض المفردات أكثر أهمية من الأحرى مما يستوجب أخذ هذه الأهمية بنظر الاعتبار عند استخراج الوسط الحسابي .

ومن الأمثلة عليه (استخراج معدل الطالب الجامعي في فصل دراسي)، إذ أن الأمر يتطلب احتساب معدل درجات الطالب موزونة بعدد الساعات الاسبوعية لكل مادة من المواد التي تدخل في حساب المعدل .

فإذا كانت $x_1 , x_2 , x_3 , \ldots\ldots , x_n$ بيانات المتغير العشوائي x قوامها (عددها) n من المفردات ، وكانت $w_1, w_2, \ldots , w_n$ تمثل أوزان هذه البيانات فإن الوسط الحسابي المرجح يمكن استخراجه كما يأتي :

$$\overline{X}_w = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

حيث : $\overline{X}_w$ هو الوسط الحسابي المرجح

$\sum w_i x_i$ هو مجموع حاصل ضرب كل مفردة بوزنها

$\sum w_i$ هو مجموع أوزان المفردات

مثال : طالب جامعي في السنة الثالثة كانت درجاته في نهاية الفصل كالاتي:

اسم المادة	قياس وتقويم	علم النفس	اللغة العربية	E	ارشاد تربوي	صحة
الدرجة	72	80	90	65	65	70
عدد الساعات	3	3	2	2	2	2

فما هو معدله في الفصل الدراسي ؟

الحل :

$$\overline{X}_w = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

$$= \frac{70.2+65.2+65.2+90.2+80.3+72.3}{14}$$

$$= \frac{1036}{14}$$

$$= 74$$

ملاحظة : إن الوسط الحسابي الاعتيادي هو حالة خاصة من الوسط الحسابي المرجح

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية الزراعة والغابات
قسم الاقتصاد الزراعي

مادة
الإحصاء
المرحلة الاولى

٣ – الوسيط ا: (The Median)

هي القيمة التي تفصل القيم الى مجموعتين متساويتين أحدهما أكبر من القيمة والأخرى أصغر من القيمة . ويرمز له بالرمز (Me) .

أكبر ⟵ ⟶ أصغر

X x x (x) x x x

المجموعة العليا — الوسيط — المجموعة الدنيا

أكبر ⟵ ⟶ أصغر

X x x (**x x**) x x x

المجموعة العليا — الوسيط — المجموعة الدنيا

طرق حسابه :

أ – في حالة البيانات غير المبوبة :

إذا كان لدينا x_n , ... , x_3 , x_2 , x_1 بيانات المتغير العشوائي x عددها n من المفردات ، ورتبت تصاعدياً أو تنازلياً فإن الوسيط يحتسب من :

١- إذا كانت n عدداً فردياً فإن الوسيط هو القيمة التي يكون ترتيبها $\frac{n+1}{2}$

٢- إذا كانت n عدداً زوجياً فإن الوسيط هو متوسط للقيمتين التي يكون ترتيبهما

$$\frac{n}{2} \text{ ، } \frac{n}{2}+1$$

خطوات استخراجه في حالة البيانات غير المبوبة :

١- ترتب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً .

٢- تحديد قيمة n هل هي عدد فردي أم زوجي .

٣- تحديد ترتيب الوسيط .

٤- القيمة التي تقابل ترتيب الوسيط تكون هي الوسيط إذا كان n فردي ، ومتوسط القيمتين إذا كان n زوجي .

مثال : أوجد الوسيط لدرجات خمسة طلاب في امتحان مادة الإحصاء إذا علمت أن الدرجات هي :

84, 87, 76, 82, 80

الحل :

١- ترتب البيانات ترتيباً تصاعدياً : 76 , 80, 82, 84, 87

٢- تحديد قيمة n : n = 5 (عدد فردي)

٣- تحديد ترتيب الوسيط : الوسيط هو القيمة التي ترتيبها $\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$

٤- استخراج قيمة الوسيط : $Me = X_3 = 82$

مثال ٢ : أوجد الوسيط للقيم الآتية : 84, 87, 76, 82, 80, 88

الحل : ترتب البيانات ترتيباً تصاعدياً 76 , 80, 82, 84, 87, 88

n = 6 (عدد زوجي)

الوسيط هو القيمة التي ترتيبها $\frac{n}{2} , \frac{n}{2} + 1 = \frac{6}{2} , \frac{6}{2} + 1$

$= x_3 , x_4 = 82 , 84$

$$Me = \frac{82 + 84}{2} = 83 \qquad = 83$$

ب – في حالة البيانات المبوبة :

إذا كانت $x_1 , x_2 , x_3 , \dots\dots , x_n$ تمثل مراكز فئات في توزيع تكراري عدد فئاته m فئة ، وكانت $f_1, f_2, \dots , f_n$ تمثل التكرارات المقابلة لتلك الفئات ، وافرض أن $F_1, F_2 , \dots , F_n$ تمثل التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة للحدود العليا لفئات التوزيع ، ولتكن $\frac{\sum f_i}{2}$ تمثل ترتيب الوسيط في هذا التوزيع ، فإذا كان $F_1 < \frac{\sum f_i}{2} < F_2$

عندئذٍ يقال أن قيمة الوسيط هي الفئة التي تسلسلها هو K ، وسوف يتم حساب قيمة الوسيط وفق الصيغة الآتية :

$$Me = L.L. + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - F_1}{f_2} \, (L.)$$

حيث :

L. L. : الحد الأدنى الحقيقي للفئة الوسيطية.

$\frac{\sum f_i}{2}$: مجموع التكرارات مقسوم على 2 (ترتيب الوسيط)

$F_1\uparrow$: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الوسيطية .

f_2 : تكرار الفئة الوسيطية .

L. : طول الفئة .

خطوات إيجاد الوسيط :

١- عمل جدول توزيع تكراري متجمع صاعد .

٢- نستخرج ترتيب الوسيط = $\frac{\sum f_i}{2}$

٣- تحديد الفئة الوسيطية : وهي الفئة التي يكون تكرارها المتجمع الصاعد يساوي ترتيب الوسيط أو أكبر منه .

٤- تطبيق القانون .

مثال : أوجد الوسيط لجدول التوزيع التكراري الآتي جبرياً وبيانياً :

	C	F_i
1	20 – 29	4
2	30 – 39	6
3	40 – 49	2
4	50 – 59	10
5	60 – 69	12
6	70 – 79	8
7	80 – 89	3

الحل :

١) ايجاد التكرار المتجمع الصاعد:

	C	f_i	$F_i\uparrow$
1	20 – 29	4	4
2	30 – 39	6	10
3	40 – 49	2	12
4	50 – 59	10	22
5	60 – 69	12	34
6	70 – 79	8	42
7	80 – 89	3	45

٢) نستخرج ترتيب الوسيط $\frac{\sum f_i}{2} = \frac{45}{2} = 22.5$

٣) نحدد الفئة الوسيطية وهي (69 – 60)

٤) تطبيق القانون

$$Me = L.L. + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - F_1}{f_2}\,(L.)$$

$$= 59.5 + \frac{22.5 - 22}{12}\,(10)$$

$$= 59.5 + 0.41 = 59.91$$

لايجاد الوسيط بيانياً بالرسم

١) نرسم المحورين الافقي والعمودي .

٢) نعين على المحور الافقي الحدود العليا للفئات ، وعلى المحور العمودي التكرارات المتجمعة الصاعدة .

٣) نعين نقاط أعلى كل حد أعلى للفئة ارتفاعها يساوي التكرار المتجمع الصاعد لتلك الفئة

٤) نصل بين هذه النقاط .

<u>خصائص الوسيط :</u>

١- لا يتأثر اطلاقاً بالقيم المتطرفة .

٢- يمكن تعيينه هندسياً .

٣- يمكن حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة س طرف واحد أو طرفين .

H. W.

١) استخرج الوسط الحسابي المرجح للتوزيعات الآتية :

X_i	10	18	15	11	19	22	20
W_i	1	4	3	2	5	7	6

X_i	1	0	2	2	3	1	4
W_i	2	4	3	5	3	2	2

٢) في جدول التوزيع التكراري الآتي :

أ) رسم المدرج والمضلع التكراري لهذا التوزيع .

ب) أوجد الوسط الحسابي .

ج) أوجد الوسيط جبرياً وبيانياً .

	C	f_i
1	11 – 15	3
2	16 – 20	8
3	21 – 25	15
4	26 – 30	25
5	31 – 35	20
6	36 – 40	17
7	41 – 45	6
8	46 – 50	10

٣) الآتي توزيع تكراري لكميات الكهرباء المستهلكة (كيلو واط) من قبل 40 دار سكنية خلال شهر واحد

الاستهلاك (كيلو واط)	800 -	900 -	1000 -	1100 -	1200 -	1300 فأكثر
عدد الدور	7	8	15	5	3	2

جد الوسط والوسيط للكمية المستهلكة من الكهرباء ثم تحقق من ذلك بالرسم .

٤) أ) أكمل جدول التوزيع التكراري أدناه ، وارسم المدرج والمضلع التكراري ، واستخرج الوسيط جبرياً وبيانياً .

	C	F_i	X
1	10 -	4	14.5
2		7	
3		10	
4		25	
5		18	
6		12	
7		6	
8		18	

٥) جد قيمة z التي تجعل قيمة الوسط الحسابي في المجموعة z ,37 ,31 ,28 ,25 ,20 مساوٍ إلى 30 ، ثم استخرج الوسيط .

٤ – المنوال : (The Mode)

يعرف المنوال بأنه القيمة الأكثر تكراراً وشيوعاً بين مجموعة من القيم ، ويرمز له بالرمز (Mo) .

طرق حساب المنوال :

١ – في حالة البيانات غير المبوبة :

لتكن $x_1 , x_2 , x_3 , \ldots\ldots , x_n$ بيانات المتغير العشوائي x في توزيع تكراري قوامها (عددها) n من المفردات ، ولنفرض أن x_j قيمة من قيم هذه المجموعة لوحظ أنها تكررت أكثر من غيرها ، عندئذٍ وبحسب تعريف المنوال فإن x_j تمثل المنوال لهذه المجموعة .

أ- إذا لم تتكرر أية قيمة فلا يوجد منوال :

مثال : أوجد المنوال للقيم الآتية : 15, 12, 16, 22, 17 ,18, 19

الحل : لا يوجد منوال لهذه القيم لعدم وجود قيمة مكررة فيها .

ب- إذا تكرر أحدى القيم أكثر من غيرها فإن هناك منوال واحد .

مثال : أوجد المنوال للقيم الآتية : 15, 12, 16, 22, 15 ,18, 19

الحل : المنوال (Mo) = 15 لأنها القيمة الأكثر تكراراً .

ج- إذا كان لقيمتين من قيم التوزيع نفس العدد من التكرارات فإن هناك منوالين .

مثال : أوجد المنوال للقيم الآتية : 15, 12, 16, 22, 15 ,18, 19,19

الحل : يوجد منوالان هما 19 , 15 لأن لهما نفس التكرارات .

٢ – في حالة البيانات المبوبة :

إذا كانت $x_1 , x_2 ,\ldots\ldots , x_n$ تمثل مراكز فئات في توزيع تكراري عدد فئاته m فئة ، و $f_1, f_2, \ldots , f_n$ هي تكرارات تلك الفئات **فإن المنوال يستخرج بإتباع الخطوات الآتية :**

١- تحديد الفئة المنوالية : : وهي الفئة التي تقابل أعلى تكرارٍ بين الفئات .

٢- تحديد الفرق ما بين تكرار الفئة المنوالية والفئة السابقة لها ، وليكن f_1 .

٣- تحديد الفرق ما بين تكرار الفئة المنوالية والفئة اللاحقة لها ، وليكن f_2 .

٤- تطبيق العلاقة الآتية لإيجاد المنوال :

$$Mo = L.L. + \frac{f_1}{f_1 + f_2} (L.)$$

حيث L.L. الحد الأدنى الحقيقي للفئة المنوالية .

L. طول الفئة

مثال : أوجد المنوال جبرياً وبيانياً لجدول التوزيع التكراري الآتي :

	C	f_i
1	20 – 29	2
2	30 – 39	4
3	40 – 49	7
4	50 – 59	10
5	60 – 69	8
6	70 – 79	5
7	80 – 89	3

الحل :

1) 50 – 59 الفئة المنوالية

2) $f_1 = 10 - 7 = 3$

3) $f_2 = 10 - 8 = 2$

4) $$Mo = L.L. + \frac{f_1}{f_1 + f_2} (L.)$$

$$= 49.5 + \frac{3}{3 + 2} (10)$$

$$= 55.5$$

ولإيجاد المنوال بيانياً (بالرسم) نتبع الخطوات الآتية :

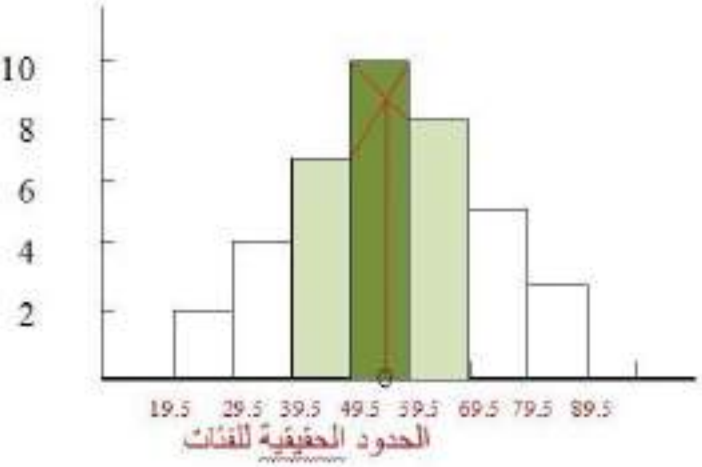
١) نرسم المدرج التكراري .

٢) نحدد الفئة المنوالية : وهي الفئة التي تقابل أكبر تكرار

٣) نحدد الفئة السابقة والفئة اللاحقة الفئة المنوالية .

٤) نرسم خط مستقيم يصل بداية عمود المنوال (العمود الأعلى تكراراً) ببداية العمود الذي بعده ، وخط مستقيم آخر يصل نهاية عمود المنوال بنهاية العمود السابق له .

٥) من نقطة تقاطع المستقيمين نرسم مستقيم عمودي على المحور الافقي ، نقطة تقاطعهما تمثل المنوال .



خصائص المنوال :

١- لا يتأثر بالقيم المتطرفة (صغيرة أو كبيرة) التي تقع على جانبي التوزيع .

٢- يمكن ايجاده بسهولة لأنه القيمة الأكثر تكراراً بين القيم .

٣- يمكن ايجاده في التوزيعات التكرارية المفتوحة (غير المنتهية) والجداول المفتوحة .

العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية:

تحدد العلاقة بالقانون الاتي: $\boxed{\overline{X} - Mo = 3(\overline{X} - Me)}$

مثال : في احد التوزيعات التكرارية إذا كانت قيمة $Mo=17$ و $\overline{X}=12$ ، جد Me

الحل :

$$\overline{X} - Mo = 3(\overline{X} - Me)$$

$$12 - 17 = 3(12 - Me)$$

$$-5 = 36 - 3Me$$

$$3Me = 36 + 5$$

$$3Me = 41$$

$$Me = \frac{41}{3}$$

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية الزراعة والغابات
قسم الاقتصاد الزراعي

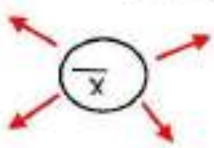
مادة
الإحصاء
المرحلة الاولى

الفصل الرابع

مقاييس التشتت

وردت كلمة تشتت في الأدبيات الاحصائية بمعنى مبعثر(Scattered) أي انتشار قيم مجموعة من البيانات .

ويعرف التشتت بأنه الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للتباعد والانتشار عن بعضها البعض ، أو حول قيمة متوسطة وغالباً ما تكون أحد مقاييس النزعة المركزية (الوسط ،والوسيط) .



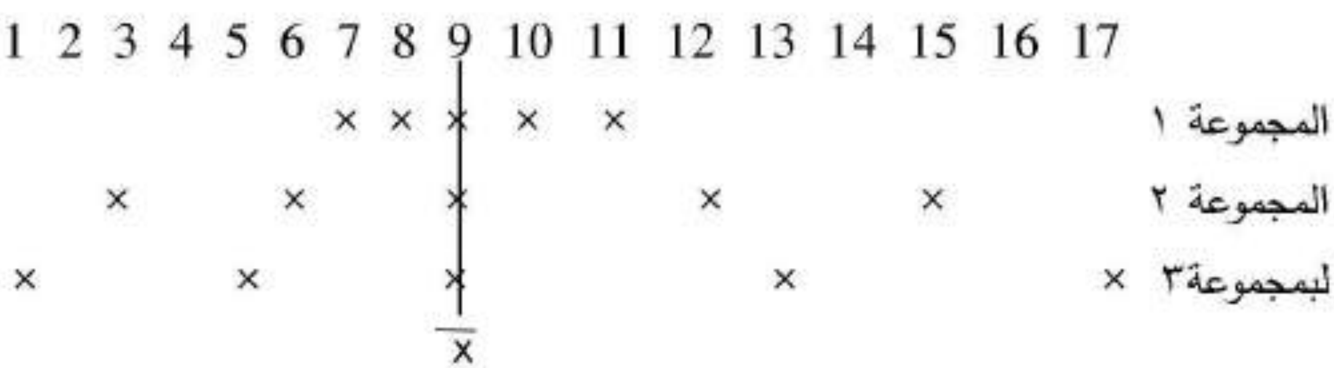
وإن الهدف من دراسة التشتت هو تكوين فكرة عن مدى تجانس قيم مجموعة من المفردات ، وهذا يعني أن دراسة التشتت أمر مفيد في اجراء المقارنة بين قيم مجموعة أو أكثر من البيانات عن ظاهرة معينة .

فعلى سبيل المثال : إن الوسط الحسابي للمجاميع الآتية هو (9)

المجموعة ١ : 7, 8, 9, 10, 11　　　المجموعة ٢ : 3, 6, 9, 12, 15

المجموعة ٣ : 1, 5, 9, 13, 17

نلاحظ أن المجموعة الأولى أكثر تجانساً (أقل انتشاراً) من والمجوعتين الثانية والثالثة كذلك فإن المجموعة الثانية أكثر تجانساً من المجموعة الثالثة ، كما موضح في الشكل :



نلاحظ من المثال إنه أمكن اجراء المقارنة بين المجموعات الثلاث بعد أن كانت المقارنة بينهما على أساس الوسط الحسابي عديمة الفائدة .

مثال : كانت درجات الحرارة ثلاثة من المحافظات الشمالية هي كالآتي :

المحافظة الأولى : $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

المحافظة الثانية : $-3, -2, -1, 0, 2, 4, 7$

المحافظة الثالثة : $-1, 0, 0, 1, 2, 2, 3$

في أية محافظة كان الجو أكثر استقراراً ؟

مقاييس التشتت

تعرف مقاييس التشتت بأنها المقاييس التي تبحث في مقدار الاختلافات بين البيانات وهي على الأنواع الاتية :

أنواع مقاييس التشتت

١- المدى (Range):

هو الفرق ما بين اكبر قيمة واصغر قيمة في المجموعة ، ويرمز له بالرمز R .

فإذا كانت $x_1, x_2, x_3, \ldots , x_n$ تمثل بيانات مجموعة من المفردات قوامها (عددها) n وإن x_l أكبر قيمة فيها ، وإن x_s أصغر قيمة فيها عندئذٍ فإن المدى في هذه المجموعة هو :

$$\boxed{R = x_l - x_s}$$

مثال : أوجد المدى للبيانات الآتية : 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12

الحل : المدى هو الفرق ما بين أكبر قيمة وأصغر قيمة

$$R = x_l - x_s$$

$$R = 12 - 3 = 9$$

٢-الانحراف المتوسط :

ويعرف بأنه مجموع الانحرافات المطلقة لقيم متغير عشوائي عن نقطة اختيارية مثل A مقسوماً على عدد هذه القيم . وغالباً ما نختار النقطة A لأن تكون أحد مقاييس النزعة المركزية الثلاثة (الوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال) . ويرمز له بالرمز M.D .

طرق حساب الانحراف المتوسط :

١-في حالة البيانات غير المبوبة :

لتكن $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ تمثل بيانات مجموعة من المفردات قوامها (عددها) n، وكانت A ثابت اختياري ، عندئذٍ يمكن حساب الانحراف المتوسط لهذه المجموعة وفق القانون الآتي :

$$M.D = \frac{\sum |x_i - A|}{n}$$

حيث A : أي مقياس من مقاييس النزعة المركزية .

خطوات استخراج الانحراف المتوسط :

١-تحديد قيمة مقياس النزعة المركزية (الوسط، الوسيط، المنوال).

٢-ايجاد الفرق بين كل قيمة من قيم المتغير (البيانات) وقيمة A .

٣-ايجاد القيمة المطلقة للفرق ، ثم ايجاد المجموع وقسمته على n .

<u>ففي المثال السابق :</u> أوجد الانحراف المتوسط للبيانات الآتية باستخدام (الوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال) : **3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12**

الحل :

أ) باستخدام الوسط الحسابي

$A = \overline{x}$

$$\overline{x} = \frac{\sum xi}{}$$

$$\overline{x} = \frac{54}{8} = 6.75$$

x_i	$x_i - \overline{x}$	$\lvert x_i - \overline{x} \rvert$	
3	-3.75	3.75	
4	-2.75	2.75	
5	-1.75	1.75	
7	0.25	025	

8	1.25	1.25	
9	2.25	2.25	
10	3.25	3.25	
12	5.25	5.25	
$\sum$		45.25	

$$M.D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

$$= \frac{45.25}{8} = 5.65$$

مثال ٢ : أوجد الانحراف المتوسط للبيانات الآتية باستخدام (الوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال) :

2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 13, 12, 14

الحل :

ب) باستخدام الوسط الحسابي

$$\text{if } A = \bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{}$$

$$\bar{x} = \frac{80}{10} = 8$$

x_i	$x_i - \bar{x}$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$
2	-6	6
3	-5	5
4	-4	4
5	-3	3
6	-2	2
10	2	2
11	3	3
12	4	4
13	5	5
14	6	6
$\sum$		40

$$M.D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

$$= \frac{40}{10} = 4$$

٢) باستخدام الوسيط : 　　　 if A = Me

ترتيب الوسيط 　　　 $\frac{n}{2}, \frac{n}{2}+1 \quad = 5, 6$

$$Me = \frac{x_5 + x_6}{2}$$

$$= \frac{6 + 10}{2} = 8$$

x_i	$x_i - Me$	$\lvert x_i - Me \rvert$
2	-6	6
3	-5	5
4	-4	4
5	-3	3
6	-2	2
10	2	2
11	3	3
12	4	4
13	5	5
14	6	6
$\sum$		40

$$M.D = \frac{\sum \lvert x_i - Me \rvert}{n}$$

$$= \frac{40}{10} = 4$$

٣) باستخدام المنوال: 　　　 if A = Mo

لا يوجد منوال وعليه الانحراف المتوسط في هذه الحالة هو

$$M.D = \frac{\sum \lvert x_i - Mo \rvert}{n} = \frac{80}{10} = 8$$

٢-في حالة البيانات المبوبة :

إذا كانت $x_1 , x_2 , \ldots\ldots , x_n$ تمثل مراكز فئات في توزيع تكراري عدد فئاته m فئة ، و $f_1, f_2, \ldots , f_n$ هي تكرارات تلك الفئات، ولنفرض أن A قيمة اختيارية ، عندئذٍ يمكن حساب الانحراف المتوسط باتباع الخطوات الآتية :

١) استخراج قيمة A وهي أحد مقاييس النزعة المركزية

٢) استخراج $f_i x_i$ وهو حاصل ضرب التكرار في مركز الفئة .

٣) ايجاد الفرق مابين $f_i x_i$ و A.

٤) أخذ القيمة المطلقة لها ، وايجاد المجموع لها وقسمتها على مجموع التكرارات .

٥) تطبيق القانون الآتي :

$$M.D = \frac{\sum |f_i x_i - A|}{\sum f_i}$$

وغالباً يتم اختيار A لتكون أحد مقاييس النزعة المركزية .

مثال : الآتي توزيع تكراري لدرجات مجموعة من الطلبة في مادة الاحصاء التربوي،

أوجد الانحراف المتوسط مستخدماً (الوسط ، الوسيط) :

	C	f_i
1	1 – 5	6
2	6 – 10	2
3	11 – 15	10
4	16 – 20	12
5	21 – 25	8
6	26 – 30	3

الحل :

١) في حالة الوسط :

$$\text{if } A = \overline{X}$$

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = 15$$

	C	f_i	X	$f_i X$	$f_i X - A$	$\lvert f_i X - A \rvert$
1	1 – 5	5	3	15	0	0
2	6 – 10	3	8	24	9	9
3	11 – 15	11	13	143	128	128
4	16 – 20	8	18	144	129	129

5	21 – 25	5	23	115	100	100
6	26 – 30	3	28	84	69	69
		35		525		435

$$M.D = \frac{\sum |f_i x_i - A|}{\sum f_i}$$

$$= \frac{435}{35} = 12.43$$

٢) في حالة الوسيط :　　if A = Me

$$Me = L.L. + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - F_1\uparrow}{f_2} (L.)$$

$$= 10.5 + \frac{17.5 - 8}{11} (5) = 14.82$$

	C	f_i	X	$F_1\uparrow$	$f_i X$	$f_i X - A$	$\lvert f_i X - A \rvert$
1	1 – 5	5	3	5	15	0.18	0.18
2	6 – 10	3	8	8	24	9.18	9.18
3	11 – 15	11	13	19	143	128.18	128.18
4	16 – 20	8	18	27	144	129.18	129.18
5	21 – 25	5	23	32	115	100.18	100.18
6	26 – 30	3	28	35	84	69.18	69.18
		35			525		436.08

$$M.D = \frac{\sum |f_i x_i - Me|}{\sum f_i}$$

$$= \frac{436.08}{35} = 12.4594$$

٣- الانحراف المعياري(القياسي) :

ويسمى في بعض الأحيان بالانحراف القياسي ، ويعد أفضل مقاييس التشتت على الاطلاق . **ويعرف بأنه** الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير العشوائي عن وسطها الحسابي ، ويرمز له بالرمز s في حالة العينة وبالرمز 6 في حالة المجتمع .

٤- التباين :

ويعرف بأنه متوسط مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير العشوائي عن وسطها الحسابي ، ويرمز له بالرمز S^2 في حالة العينة وبالرمز 6^2 في حالة المجتمع .

أي إنه مربع الانحراف المعياري .

طرق حساب الانحراف المعياري والتباين :

١) الانحراف المعياري والتباين للبيانات غير المبوبة:

لحساب الانحراف المعياري والتباين للعينة نستخدم القوانين الآتية :

الطريقة المطولة — الانحراف المعياري

$$S=\sqrt{=\frac{\overline{\sum}(xi-x)2}{n-1}}$$

التباين

$$S^2=\frac{\sum(xi-x)2}{n-1}$$

الطريقة المختصرة — الانحراف المعياري

$$S=\sqrt{\frac{\sum(xi^{\,2}-\frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}}$$

التباين

$$S^2=\frac{\sum(xi^{\,2}-\frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}$$

اما لحساب الانحراف المعياري والتباين للمجتمع فنستخدم القوانين الآتية :

الطريقة المطولة — الانحراف المعياري

$$6=\sqrt{\frac{\sum(xi-x)2}{n}}$$

التباين

$$\sigma^2=\frac{\sum(xi-x)2}{n}$$

الطريقة المختصرة الانحراف المعياري $6= \sqrt{\frac{\sum(xi^{2}-\frac{(\sum xi)^2}{n}}{n}}$

التباين $\sigma^2= \frac{\sum(xi^{2}-\frac{(\sum xi)^2}{n}}{n}$

ملاحظة : يتم استخدام الانحراف المعياري للمجتمع في أغلب الاحيان .

مثال : البيانات الاتية 9,8,6,5,7 تبين كمية محصول القطن في خمس مزارع احسب الانحراف المعياري والتباين لها.

الحل :

X_i	$(xi-x)$	$(xi-x)^2$
9	2	4
8	1	1
6	−1	1
5	−2	4
7	0	0
		10

$\bar{X}=\frac{35}{5}=7$

$S=\sqrt{\frac{\sum(xi-x)2}{n-1}}$

$=\sqrt{\frac{10}{5-1}}$

$=\sqrt{\frac{10}{4}}$

$=\sqrt{2.5} \quad =1.58$

$S^2 = 2.5$

٢) الانحراف المعياري والتباين للبيانات المبوبة:

لحساب الانحراف المعياري والتباين للعينة نستخدم القوانين الآتية :

الطريقة المطولة — الانحراف المعياري

$$S=\sqrt{\frac{\sum fi(xi-\bar{x})2}{\sum fi-1}}$$

التباين

$$S^2=\frac{\sum fi(xi-x)2}{\sum fi-1}$$

الطريقة المختصرة — الانحراف المعياري

$$S=\sqrt{=\frac{\sum fixi^{\,2}-\frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi-1}}$$

التباين

$$S^2=\frac{\sum fixi^{\,2}-\frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi-1}$$

اما لحساب الانحراف المعياري والتباين للمجتمع فنستخدم القوانين الآتية :

الطريقة المطولة — الانحراف المعياري

$$6=\sqrt{\frac{\sum fi(xi-x)2}{\sum fi}}$$

التباين

$$6^2=\frac{\sum fi(xi-x)2}{\sum fi-1}$$

الطريقة المختصرة — الانحراف المعياري

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum fixi^{\,2}-\frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi}}$$

التباين

$$6^2=\frac{\sum fixi^{\,2}-\frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi}$$

مثال: احسب الانحراف المعياري لجدول التوزيع التكراري الاتي:

C	Fi	Xi	Fixi	$(xi-\bar{x})$	$(xi-\bar{x})^2$	$Fi(xi-\bar{x})^2$
50-55	5	52.5	262,5	-18,7	349.69	1748.45
60-65	14	62.5	875	-8.7	75,69	1059.66
70-75	22	72.5	1595	1,3	1.69	37.18
80-85	9	82.5	742.5	11.3	127.69	1149.51

90−95	4	92.5	370	21.3	453.69	1814.76
	54		3845			5809.56

$$\overline{X} = \frac{\sum fixi}{\sum fi}$$

$$= \frac{3845}{54} = 71.2$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fi(xi-x)2}{\sum fi}}$$

$$= \sqrt{\frac{5809.56}{54}}$$

$$\sigma^2 = \frac{5809.56}{54}$$

$$=107.58$$

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية الزراعة والغابات
قسم الاقتصاد الزراعي

مادة
الإحصاء
المرحلة الاولى

الفصل الخامس

مقاييس الارتباط

يعرف الارتباط بأنه درجة أو قيمة العلاقة بين التي تربط متغيرين أو أكثر مع بعضهما البعض ، وهي قيمة حقيقية خالية من وحدات قياس المتغيرات المرتبطة بالعلاقة .

وهناك عدة أنواع من الارتباط يختص كل منها بنوع معين من العلاقات ، وستقتصر دراستنا على معاملي ارتباط بيرسون للمتغيرات الكمية ، ومعامل ارتباط الرتب لسبيرمان الخاص بالمتغيرات الوصفية .

خواص معامل الارتباط :

١) **تتراوح قيمة معامل الارتباط بين $(-1,1)$ أي أن : $-1 \le r \le 1$.**

٢) **إذا كان $r=1$ فهذا يعني وجود علاقة موجبة تامة طردية بين المتغيرين ، أي ان زيادة في قيم احد المتغيرين يصحبه زيادة في قيم المتغير الأخر. (ترابط طردي)**

٣) **إذا كان $r=-1$ فهذا يعني وجود علاقة سالبة تامة عكسية بين المتغيرين ، أي ان زيادة في قيم احد المتغيرين يصحبه نقصان في قيم المتغير الأخر. (ترابط عكسي)**

٤) **إذا كانت $r=0$ فهذا يعني عدم وجود ترابط خطي بينهما ، أي لا توجد علاقة بينهما. (لا يوجد ترابط)**

انواع معاملات الارتباط

١) معامل الارتباط الخطي البسيط (معامل ارتباط بيرسون) :

ويعرف بأنه القيمة العددية للعلاقة بين متغيرين كميين ، ويعد العالم الانجليزي كارل بيرسون أول من وضع صيغة لهذا المعامل . **ونرمز له بالرمز (r أو $r_{x,y}$ أو $r_{1.2}$).**

حساب قيمة معامل ارتباط بيرسون :

لتكن (x_i , y_i); $i = 1, 2, 3, ..., n$ تمثل أزواج القيم التي يتم الحصول عليها من عينة من البيانات عددها n من البيانات ، عندئذٍ نستخدم القانون اللآتي لاستخراجه :

$$r = \frac{\sum xiyi - \frac{\sum xi \sum yi}{n}}{\sqrt{(\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n})(\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}}$$

مثال : احسب معامل ارتباط بيرسون للبيانات الاتية والتي تمثل الدرجات الفصلية 7,6, 5.8,10 والدرجات النهائية 8,7,6,8,6 لخمسة طلاب.

X_i	y_i	Y_i^2	X_i^2	x_iy_i
7	8	49	64	56
6	7	36	49	42
5	6	25	36	30
8	8	64	64	64
10	6	100	36	60
249	274	252	35	36

$$r = \frac{\sum xiyi - \frac{\sum xi \sum yi}{n}}{\sqrt{(\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n})(\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}}$$

$$= \frac{252 - \frac{36 \times 35}{5}}{\sqrt{(274 - \frac{(36 \times 36)}{})(249 - \frac{(35 \times 35)}{5}}}$$

$$= \frac{252 - 252}{\sqrt{(274 - 259.2)(249 - 245)}}$$

$$= \frac{0}{\sqrt{14.8 \times 4}} = 0$$

لايوجد ارتباط

٢) معامل ارتباط سبيرمان للرتب :

ويعرف بأنه القيمة العددية للعلاقة بين متغيرين وصفيين. ونرمز له بالرمز (r_s).

ويقيس معامل ارتباط الرتب التغير الاقتراني القائم بين ترتيب الافراد بالنسبة لصفة معينة ، ففي بعض الاحيان يمكن وصف مركز الفرد في جماعته عن طريق ترتيبه بينهم في سمة معينة.

حساب قيمة معامل ارتباط سبيرمان للرتب :

لنفرض أن y ,x متغيرين من النوع الوصفي ، ولنفرض أن البيانات التي جمعت عن المتغيرين x,y عددها n هي بهيئة صفات غير قابلة للقياس الكمي ، فلو فرضنا أن (x_i,y_i); $i = 1, 2, 3, \ldots, n$ ممكنة الترتيب تصاعدياً أو تنازلياً وفق معيار معين يمتاز به كل متغير (مثلاً درجات مجموعة من الطلبة يمكن ترتيبها تصاعدياً على أساس معيار الأقل إلى الأعلى درجة أي ضعيف ، مقبول ، متوسط ، جيد ، جيد جداً ، ممتاز و بالعكس أي الترتيب التنازلي .عندئذٍ واستناداً إلى هذا التعريف إذا تم تخصيص سلسلة الأعداد الطبيعية ,... ,3 ,2 ,1 للتعبير عن صفات الترتيب لكل متغير بحيث أن كل صفة يخصص لها أحد أعداد هذه السلسلة (مثلاً : ضعيف يخصص لها 1 ، ومتوسط يخصص لها 3 ، وهكذا) في حالة عدم تكرار قيمة أي صفة من صفات المتغير ، عندها يستخدم القانون الآتي لإيجاد معامل الارتباط بين المتغيرين y , x :

$$R_s = 1 - \frac{6\sum(Rx - Ry)^2}{n(n^2 - 1)}$$

<u>مثال 1</u> : كانت تقديرات درجات ستة طلبة في مادتي الاحصاء والرياضيات هي كالآتي :

الاحصاء : جيد ، متوسط ، ضعيف ، مقبول ، جيد جداً ، ممتاز

الرياضيات : متوسط ، جيد ، مقبول ، ضعيف ، ممتاز ، جيد جداً

أوجد معامل الارتباط بين تقديرات درجات الطلاب في امتحاني الاحصاء والرياضيات (هل توجد علاقة ارتباطية بين تقديرات درجات الطلاب في امتحاني الاحصاء والرياضيات؟ وما نوعها ؟)

الحل :

ترتب التقديرات وفق ترتيب تصاعدي أو تنازلي ، وليكن الترتيب تصاعدي وتخصص لها سلسلة الأعداد الطبيعية .

التقديرات : ضعيف ، مقبول ، متوسط ، جيد ، جيد جداً ، ممتاز

1 2 3 4 5 6

ثم يعوض عن كل تقدير بما يقابله من اعداد طبيعية

الاحصاء x	الرياضيات y	R_x	R_y	$d_i = R_x - R_y$	$d_i^2 = (R_x - R_y)^2$
جيد	متوسط	4	3	1	1
متوسط	جيد	3	4	-1	1
ضعيف	مقبول	1	2	-1	1
مقبول	ضعيف	2	1	1	1
جيد جداً	ممتاز	5	6	-1	1
ممتاز	جيد جداً	6	5	1	1
					6

$$R_s = 1 - \frac{6\sum(Rx-Ry)^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6(6)}{6(35)} = 0.8$$

علاقة موجبة طردية جيدة جداً بين درجات الطلاب

<u>مثال 2 :</u> أوجد معامل ارتباط سبيرمان للرتب بين قيم المتغيرين في الجدول أدناه :

N	X	Y
1	6	9
2	8	10
3	10	7
4	7	6
5	9	8

الحل :

نرتب قيم المتغيرين تصاعدياً ونعبر عنها بسلسلة الأعداد الطبيعية ... 1, 2, 3,

القيم : 10 , 9 , 8, 7, 6

1 2 3 4 5

N	x	Y	Rx	Ry	(Rx –Ry)	$(Rx - Ry)^2$
1	6	9	1	4	−3	9
2	8	10	3	5	−2	4
3	10	7	5	2	3	9
4	7	6	2	1	1	1
5	9	8	4	3	1	1
						24

$$R_s = 1 - \frac{6\sum(Rx - Ry)^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 24}{5(5^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{144}{5 \times 24}$$

$$= 1 - \frac{144}{120}$$

$= -0.20$ علاقة موجبة طردية ضعيفة

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية الزراعة والغابات
قسم الاقتصاد الزراعي

مادة

الإحصاء

المرحلة الاولى

التصميم العشوائي الكامل

(Completely Randomized Design –CRD)

يعد التصميم العشوائي الكامل واحد من أكثر التصاميم أستعمالا في مجال الانتاج الحيواني والنباتي، كما أنه سهل التطبيق فضلا الى ذلك فان من أهم ميزاته هو أمكانية تطبيقه مهما ان عدد المعاملات في التجربة وذلك عدد المكررات في كل معاملة ويمكن تطبيقه حتى في حالة عدم تساوي المكررات بأختلاف المعاملات ، الا أن من أهم محددات هذا التصميم هي عدم أمكانية تطبيقه الا أذا كانت الوحدات التجريبية على درجة عالية من التجانس.

أولا: التصميم العشوائي الكامل (CRD) في حالة تساوي عدد المكررات (مع تسجيل مشاهدة واحدة).

الانموذج الرياضي للتصميم : (**Mathematical Model**).

$$Y_{ij} = \mu + T_i + e_{ij}$$

اذ أن :

Y_{ij}: قيمة المشاهدة j العائدة للمعاملة i.

μ : المتوسط العام للصفة المدروسة.

T_i: تأثير المعاملة i .

e_{ij}: الخطأ العشوائي الذي يتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط يساوي صفر وتباين قدره $\sigma^2 e$.

جدول تحليل التباين للتصميم :(ANOVA Table).

S.O.V. مصادر الاختلاف	d.f. درجات الحرية	S.S. مجموع المربعات	M.S. متوسط المربعات	F. Value قيمة f المحسوبة
Treat. المعاملة	t-1	$SSt = \frac{\sum Yi.^2}{R} - CF$	$MSt = \frac{SSt}{t-1}$	$F = \frac{MSt}{MSe}$
Experimental Error. الخطأ التجريبي	t(r-1)	$SSe = SST - SSt$	$MSe = \frac{SSe}{t(r-1)}$	
Total الكلي	tr-1	$SST = \sum Yij^2 - CF$	--------------	

علما أن :

t: عدد المعاملات في التجربة

r: عدد المشاهدات أو المكررات في كل معاملة

وأن CF يمثل معامل التصحيح ويساوي مربع مجموع القيم مقسوما الى عددها والعدد ناتج من ضرب عدد المعاملات (t) في عدد المكررات لكل معاملة (r).

أي أن :

$$CF = \frac{(Y..)^2}{tr}$$

<u>مثال:</u> أجريت تجربة شملت ثلاث سلالات (معاملات) من الابقار ، لدراسة تأثير السلالة في نسبة الدهن في الحليب وضمت كل معاملات أربعة أبقار أخذت عينة حليب (أنموذج) واحدة من كل منها لقياس نسبة الدهن وكانت كالاتي:

المعاملة (السلالة)	نسبة الدهن (Yij)	المجموع (Yi.)
فريزيان	3 , 3 , 4 , 2	12
براون سويس	4 , 5 , 3 , 4	16
جرسي	4 , 3 , 3 , 3	13
		Y.. = 41 المجموع الكلي

الحل :

يتم حساب معامل التصحيح أولا:

$$CF = \frac{(Y..)^2}{tr} = \frac{(41)^2}{3 \times 4} = 140.8$$

ثم مجموع مربعات المعاملات (SSt):

$$SSt = \frac{\sum Yi.^2}{r} - CF = \frac{(12)^2 + (16)^2 + (13)^2}{4} - 140.8$$

$$SSt = 2.166$$

يتم حساب مجموع المربعات الكلية (SST):

$$SST = \sum Yij^2 - CF$$
$$SST = 3^2 + 3^2 + 4^2 + \text{-----} + 3^2 - 140.8$$
$$SST = 6.92$$

يتم حساب مجموع مربعات الخطأ (SSe):

$$SSe = SST - SSt$$
$$SSe = 6.92 - 2.166$$
$$SSe = 4.75$$

ومن النتائج السابقة يمكن حساب متوسط مربعات كل من المعاملات والخطأ وكما يلي:

متوسط مربعات المعاملات (MSt):

$$MSt = \frac{SSt}{t-1} = \frac{2.166}{3-1} = \frac{2.166}{2} = 1.08$$

متوسط مربعات الخطأ (MSe):

$$MSe = \frac{SSe}{t(r-1)} = \frac{4.75}{3(4-1)} = \frac{4.75}{9} = 0.53$$

ومن خلال متوسط مربعات المعاملة والخطأ يمكن حساب قيمة F وكما يلي:

$$F = \frac{MSt}{MSe} = \frac{1.08}{0.53} = 2.05$$

ومن ثم يتم تكوين جدول تحليل التباين لتحليل البيانات:

جدول تحليل التباين للتصميم :(ANOVA Table).

S.O.V. مصادر الاختلاف	d.f. درجات الحرية	S.S. مجموع المربعات	M.S. متوسط المربعات	F. Value قيمة f المحسوبة
Treat. المعاملة	t-1= 3-1 = 2	SSt = 2.166	MSt = 1.08	
Experimental Error. الخطأ التجريبي	t(r-1) = 3(4-1) = 9	SSe = 4.75	MSe = 0.53	$F = \frac{1.08}{0.53}$
Total الكلي	tr-1 = 3X4- 1 = 12	SST = 6.92	-------------	F = 2.05

تقارن قيمة F المحسوبة (Calculated) وهي (2.05) مع قيمة F الجدولية (Tabulated) من جداول F (منشورة في نهاية كتب تصميم وتحليل التجارب) وفق درجات حرية المعاملة (2) ودرجات حرية الخطأ (9) فأذا كانت المحسوبة أعلى من الجدولية فأن تأثير المعاملة (السلالة) معنويا في الصفة المدروسة، وأذا كانت قيمة F المحسوبة أقل من الجدولية فأن تأثير المعاملة في نسبة الدهن غير معنوي (Non-significant) : ففي المثال السابق التأثير غير معنوي.

ويتم أختبار قيمة F على مستوى أحتمالية 0.05 أي (P<0.05) وأشارتها *

أو على مستوى أحتمالية 0.01 أي (P<0.01) وأشارتها **

وأن * تعني معنوي و ** عالي المعنوية.

سؤال1 واجب: أكمل جدول تحليل التباين الاتي :

S.O.V. مصـــــادر الاختلاف	d.f. درجات الحرية	S.S. مجموع المربعات	M.S. متوسط المربعات	F. Value قيمـــــة f المحسوبة
Treat. المعاملة	3	60	------------	
Experimental Error. الخطـــــأ التجريبي	---------	-----------	15	------------
Total الكلي	19	------------		

سؤال2 واجب: أكتب جدول تحليل التباين بالرموز للانموذج الرياضي الاتي:

$Yij = \mu + Ti + eij$

سؤال3 واجب: ما هي ميزات ومحددات تطبيق التصميم العشوائي الكامل (CRD).

<u>ملاحظة:</u> بالامكان أستخراج معامل أختلاف التجربة (CV) وفق القانون الاتي : (من قسمة جذر متوسط مربعات الخطأ MSe (يؤخذ من جدول تحليل التباين) على المتوسط العام للصفة (X) في 100.

$$CV\% = \frac{MSe}{X} \times 100$$

ثانيا: التصميم العشوائي الكامل (CRD) في حالة عدم تساوي المكررات (مع تسجيل مشاهدة واحدة).

الانموذج الرياضي للتصميم : (Mathematical Model).(كما في حالة تساوي المكررات آنف الذكر). أي

$$\mathbf{Yij = \mu + Ti + eij}$$

وتفسير رموزه كما في الانموذج السابق.

جدول تحليل التباين للتصميم :(ANOVA Table).

S.O.V. مصادر الاختلاف	d.f. درجات الحرية	S.S. مجموع المربعات	M.S. متوسط المربعات	F. Value قيمة f المحسوبة
Treat. المعاملة	t-1	$SSt = \frac{\sum Yi.^2}{Ri} - CF$	$MSt = \frac{SSt}{t-1}$	$F = \frac{MSt}{MSe}$
Experimental Error. الخطأ التجريبي	$\sum ri-t$	$SSe = SST - SSt$	$MSe = \frac{SSe}{\sum ri-t}$	
Total الكلي	$\sum ri-1$	$SST = \sum Yij^2 - CF$	-------------	

علما أن : معامل الاختلاف يحسب كما يلي في حالة عدم تساوي المكررات.

$$CF = \frac{(Y..)^2}{\sum ri}$$

حيث $\sum ri$: هو عدد المشاهدات (المكررات) في التجربة.

<u>مثال:</u> في تجربة شملت أربع معاملات أستعمل فيها فيتامين (E) لدراسة تأثير نسبة الفيتامين (% 15 , 10 , 5 , 0) في العليقة على معدل الزيادة الوزنية في الدجاج المحلي وتم الحصول على البيانات التالية:

المعاملات	الزيادة الوزنية (Yij)	المجموع .Yi	عدد المشاهدات (المكررات) ri
1	10 , 15 , 20 , 22	67	4
2	10 , 12 , 13 , --	35	3
3	7 , 7 , 8 , 10	32	4
4	14 , 12 , --- , ---	26	2
		المجموع الكلي ..Y = 160	$\sum ri = 13$

الحل:

يتم حساب معامل التصحيح أولاً:

$$CF = \frac{(Y..)^2}{\sum ri} = \frac{(160)^2}{13} = 1969.6$$

ثم مجموع مربعات المعاملات (SSt): ((مهم جداً)).

$$SSt = \frac{\sum Yi.^2}{ri} - CF = \frac{(67)^2}{4} + \frac{(35)^2}{3} + \frac{(32)^2}{4} + \frac{(26)^2}{2} - 1969.6$$

$$SSt = 153.81$$

يتم حساب مجموع المربعات الكلية (SST):

$$SST = \sum Yij^2 - CF$$
$$SST = 10^2 + \text{---------------------} + 12^2 - 1969.6$$
$$SST = 261.23$$

يتم حساب مجموع مربعات الخطأ (SSe):

$$SSe = SST - SSt$$
$$SSe = 261.23 - 153.81$$
$$SSe = 107.41$$

ومن النتائج السابقة يمكن حساب متوسط مربعات كل من المعاملات والخطأ وكما يلي:

متوسط مربعات المعاملات (MSt):

$$MSt = \frac{SSt}{t-1} = \frac{153.81}{4-1} = \frac{153.81}{3} = 51.27$$

متوسط مربعات الخطأ (MSe):

$$MSe = \frac{SSe}{\sum ri-t} = \frac{107.41}{13-4} = \frac{107.41}{9} = 11.93$$

ومن خلال متوسط مربعات المعاملة والخطأ يمكن حساب قيمة F وكما يلي:

$$F = \frac{MSt}{MSe} = \frac{51.23}{11.93} = 4.30$$

ومن ثم يتم تكوين جدول تحليل التباين لتحليل البيانات

جدول تحليل التباين للتصميم :(ANOVA Table).

S.O.V. مصادر الاختلاف	d.f. درجات الحرية	S.S. مجموع المربعات	M.S. متوسط المربعات	F. Value قيمة f المحسوبة
Treat. المعاملة	$t-1= 4-1 = 3$	$SSt = 153.81$	$MSt = 51.27$	
Experimental Error. الخطأ التجريبي	$\sum ri-t = 13-4 = 9$	$SSe = 107.41$	$MSe = 11.93$	$F = \frac{51.27}{11.9}$ $F = 4.30$
Total الكلي	$\sum ri-1 = 13-1 = 12$	$SST = 261.23$	--------------	

تقارن قيمة F المحسوبة (Calculated) وهي (4.30) مع قيمة F الجدولية (Tabulated) من جداول F وفق درجات حرية المعاملة (3) ودرجات حرية الخطأ (9) ، نجد أن F المحسوبة أعلى من الجدولية لذلك فان تأثير المعاملة (الفيتامين) على معدل الزيادة الوزنية فاذا كانت المحسوبة أعلى من الجدولية فان تأثير المعاملة معنويا في الصفة المدروسة، وأذا كانت قيمة F المحسوبة أقل من الجدولية فأن تأثير المعاملة في نسبة الدهن غير معنوي (Non-significant) : ففي المثال السابق التأثير غير معمعنويا على مستوى ($P<0.05$).

سؤال واجب: من البيانات الموضحة في الجدول الاتي (لديك ثلاث معاملات عدد مكرراتها غير متساوية)، أوجد جدول تحليل التباين لغاية قيمة F

المعاملات	الزيادة الوزنية (Yij)	المجموع Yi.	عدد المشاهدات (المكررات) ri
1	5 , 9 , 10 , 11	39	4
2	6 , 4 , -- , ---	10	2
3	9 , 10 , 3 , 4	26	4
		المجموع الكلي ..Y = 75	$\sum ri = 10$

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية الزراعة والغابات
قسم الاقتصاد الزراعي

مادة

الإحصاء

المرحلة الاولى

الاختبارات المقترحة بعد أجراء التجربة.

1- أختبار أقل فرق معنوي.

:(**Least Significant Difference – LSD**)

يستعمل لمقارنة الفروق المعنوية بين أي متوسطين في التجربة.

خطوات تطبيق الاختبار :

أ- حساب الانحراف القياسي بين متوسط أي معاملتين في التجربة ، سما يلي

$$\text{الانحراف القياسي بين متوسط اي معاملتين} = \sqrt{\frac{2MSe}{r}}$$

علما ان 2 ثابت كوننا نقارن بين متوسط كل معاملتين.

MSe : متوسط مربعات الخطأ (يتم الحصول عليه من جدول تحليل التباين).

r: عدد المشاهدات (المكررات) في كل معاملة.

ب- نستخرج قيمة t من جداول t (منشورة في نهاية أي كتاب لتصميم وتحليل التجارب).
على درجات حرية الخطأ فقط ومستوى معنوية 5 % أو 1 %.

ج- نستخرج قيمة LSD من حاصل ضرب الخطوتين السابقتين، أي وفق القانون الاتي:

$$LSD = \sqrt{\frac{2MSe}{r}} \times t$$

د- نأخذ الفرق بين متوسطين أي معاملتين في التجربة ونقارنه مع قيمة LSD ، فأذا كان الفرق بين المتوسطين أعلى من الـ LSD فهو معنوي ونلاحظ مستوى المعنوية.

__مثال:__ أجرية تجربة لدراسة تأثير خمسة أنواع من العلائق في معدل الزيادة الوزنية لدى العجول وقد شملت كل معاملة خمس عجول (البيانات موضحة في الجدول الاتي).

المعاملة	معدل الزيادة الوزنية (Yij)	المجموع (Yi.)	المتوسط
1	6 , 8 , 7 , 3 , 10	36	7.2
2	9 , 8 , 11 , 11 10	49	9.8
3	7 , 5 , 5, 9 , 4	30	6.0
4	5 , 3, 4 , 6 , 6	24	4.8
5	8 , 6 , 9 , 9 , 11	43	8.6

	المجموع الكلي 182 :(Y..)		

وبعد أجراء التحليل الاعتيادي للتجربة لغاية الحصول على جدول تحليل التباين (كما في الامثل السابقة) يكون جدول تحليل التباين كالاتي.

S.O.V. مصادر الاختلاف	d.f. درجات الحرية	S.S. مجموع المربعات	M.S. متوسط المربعات	F. Value قيمة f المحسوبة
Treat. المعاملة	4	79.44	19.86	6.90 **
Experimental Error. الخطأ التجريبي	20	57.60	2.88	
Total الكلي	24	137.04	----	

أجراء الاختبار (LSD) : بما أن

$$MSe = 2.88 \;,\quad r = 5$$

وقيمة t من جداول t تساوي 2.08 لذلك :

$$LSD = \frac{2MSe}{r} \times t$$

$$LSD = \frac{2 \times 2.88}{5} \times 2.08 = 2.239$$

الآن نأخذ الفرق بين متوسط كل معاملتين ونقارنه مع قيمة LSD ، فأذا كان الفرق بين المتوسطين معنوي نضع عليهما حروف مختلفة ، واذا كان الفرق غير معنوي نضع عليها حروف موجبة.

مثلا الفرق بين متوسط المعاملتين t2 و t3 يكون

$$9.8 - 6.0 = 3.8$$

وبما أن 3.8 أكبر من 2.239 لذلك فأن الفرق معنوين بين متوسطي المعاملة الثانية والثالثة؛ وتوضع بالصيغة

متوسط المعاملة الثانية = 9.8 a

متوسط المعاملة الثالثة = 6.0 b

وكذلك بما أن الفرق بين متوسط المعاملة الاولى (7.2) ومتوسط المعاملة الثالثة (6.0) يساوي (1.2) أذن الفرق غير معنوي ، توضع بالصيغة :

متوسط المعاملة الاولى = 7.2 a

متوسط المعاملة الثالثة = 6.0 a

<u>سؤال واجب:</u> أذكر خطوات أجراء أختبار أقل فرق معنوي (LSD).

<u>سؤال واجب:</u> اجريت تجربة وفق تصميم عشوائي كامل (CRD) مع عدم تساوي المشاهدات أو المكر رات (ثلاث معاملات بمكررات مختلفة). المطلوب:

1- كتابة الانموذج الرياضي للتجربة مفسراً رموزه.

2- أيجاد جدول تحليل التباين للبيانات

والبيانات كما في الجدول الاتي:

المعاملات	المشاهدات yij	Yi. مجاميع المعاملات	Ri عدد المكررات
T1	5 , 6 , 3 , 4	18	4
T2	4 , 2 , -- , --	6	2
T3	9 , 6 , 7 , 8	30	4
		Y.. = 54	$\sum ri = 10$

2- أختبار دنكن (Duncan) متعدد الحدود.

وجد هذا الاختبار عام 1955 من قبل الباحث Duncan ويتميز عن باقي الاختبارات بأنه يأخذ الفروق المعنوية بين المتوسطات مهما كان عددها مرة واحدة .

خطوات أجراء الاختبار :

- يتم أستخراج الانحراف القياسي لاي مشاهدة في التجربة وفق الاتي.

جذر الاتي.

$$Syi = \frac{MSe}{r}$$

- أستخراج قيم SSR من جداول دنكن (موجودة في نهاية كتاب تصميم وتحليل التجارب) وحسب عدد المتوسطات الداخلة في المقارنة.
- أستخراج قيم LSR من المعادلة الاتية (حاصل ضرب الخطوتين السابقتين).

$$LSR = \frac{MSe}{r} \times SSR$$

- يتم ترتيب المتوسطات وقيم LSR تنازليا وبشكل عمودي وكذلك ترتيب المتوسطات تصاعديا وبشكل أفقي وفي كلا الحالتين يترك أخر متوسط. بعد ذلك نأخذ الفرق بين كل متوسطين ونقارنه بقيمة LSR المقابلة لهما ، فأذا كانت قيمة الفرق بين المتوسطين أعلى من قيمة LSR أذن الفرق بين المتوسطين معنوي ، في حين أذا كان الفرق أقل من الـ LSR فهو غير معنوي. وتوضع حروف على المتوسطات كما تم توضيح ذلك أنفا في أختبار LSD.

مثال: تطبيق أختبار دنكن على نفس المثال السابق الذي طبق عليه أختبار LSD.

$$Syi = \frac{MSe}{r} = \frac{2.88}{5} = 0.759$$

	عدد المتوسطات الداخلة في المقارنة			
	2	3	4	5
SSR	2.95	3.09	3.19	3.25
$\frac{MSe}{r}$	0.759			
LSR	2.33	2.35	2.42	2.47

قيم LSR في الجدول ناتجة من ضرب في SSR في 0.759 .

ولغرض أجراء المقارنة نكون الجدول الاتي:

متوسط المعاملات تنازليا	قيم LSR تنازليا	T4 4.8	T3 6.0	T1 7.2	T5 8.6
T2 : 9.8	2.47	5.0*	3.8*	2.6*	1.2NS
T3 : 8.6	2.42	3.8*	2.6*	1.4	
T1 : 7.2	2.35	2.4*	1.2NS		
T3 : 6.0	2.33	1.2NS			

فمثلا الفرق بين متوسط المعاملة الثانية (9.3) والمعاملة الرابعة (4.8) هو (5.0) كما موضح في الجدول وهذه القيمة أعلى من قيمة LSR المقابلة لها (2.47) لذلك الفرق بين متوسطي المعاملتين الثانية والرابعة معنوي لذا وضعت الاشارة * ولهذا يعطى المتوسط الاعلى a والاقل b .

تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

(Randomized Completely Block Design – RCBD)

في هذا التصميم يتم تجميع الوحدات التجريبية بمجاميع أو تسمى قطاعات بحيث تكون الوحدات التجريبية داخل كل قطاع في التجربة متجانسة ويكون عدد الوحدات التجريبية داخل كل قطاع مساويا لعدد المعاملات أو بعبارة أخرى بأنه لابد من أحتواء كل قطاع على جميع المعاملات وأن تحوي كل معاملة جميع القطاعات لذلك سميت بالقطاعات الكاملة وتتوزع المعاملات على الوحدات التجريبية داخل كل قطاع عشوائيا وبذلك يتضح أن أستعمال هذا التصميم (RCBD) في حالة عدم تجانس الوحدات التجريبية وأمكانية مجانستها بأتجاه معين (عمودي مثلا وتسمى قطاعات) ، ومن الممكن تطبيقه في حالة وجود قيم مفقود (ناتجة من هلاك حيوان أو نبات أو فقدان عينة في المختبر عائدة لمعاملة معينة في التجربة) وكذلك يعد سهل التطبيق. علما أن هذا التصميم هو أكفأ من التصميم العشوائي الكامل (CRD) وذلك لان جزء من الخطأ يتم سحبه عن طريق أحداث التجانس داخل كل قطاع ، الا ان من أهم عيوب هذا التصميم هو أرتفاع الخطأ في حالة عدم أمكانية أحداث التجانس داخل كل قطاع (أو بأتجاه معين) في هذه الحالة يتطلب أستعمال تصاميم أخرى لاجراء التحليل.

الانموذج الرياضي للتصميم : (Mathematical Model).

$$Y_{ij} = \mu + T_i + P_j + e_{ij}$$

اذ أن :

Y_{ij}: قيمة المشاهدة j العائدة للمعاملة i.

μ : المتوسط العام للصفة المدروسة.

P_j: تأثير القطاع i .

: تأثير المعاملة j .

e_{ij}: الخطأ العشوائي الذي يتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط يساوي صفر وتباين قدره $\sigma^2 e$.

جدول تحليل التباين للتصميم :(ANOVA Table).

S.O.V. مصادر الاختلاف	d.f. درجات الحرية	S.S. مجموع المربعات	M.S. متوسط المربعات	F. Value قيمة f المحسوبة
Block القطاع	r-1	$SSr = \frac{\sum Y.j^2}{t} - CF$	$MSr = \frac{SSr}{r-1}$	$F = \frac{MSt}{MSe}$
Treat. المعاملة	t-1	$SSt = \frac{\sum Yi.^2}{r} - CF$	$MSt = \frac{SSt}{t-1}$	
Experimental Error. الخطأ التجريبي	(r-1)(t-1)	SSe =SST– SSr- SSt	$MSe = \frac{SSe}{t(r-1)}$	
Total الكلي	tr-1	$SST = \sum Yij^2 - CF$	--------------	

علما أن :

t: عدد المعاملات في التجربة.

r: عدد المكررات (القطاعات) في التجربة.

وأن CF يمثل معامل التصحيح ويساوي مربع مجموع القيم مقسوما الى عددها والعدد ناتج من ضرب عدد المعاملات (t) في عدد المكررات (القطاعات) (r).

أي أن :

$$CF = \frac{(Y..)^2}{tr}$$

مثال : أجريت تجربة لدراسة تأثير التسميد بالنتروجين على حاصل أحد أصناف الطماطة وأستعمل لذلك أربع مستويات من النتروجين (أربع معاملات) وتم تطبيق التجربة بواقع أربع قطاعات (أربع مكررات) والبيانات كما موضحة في الجدول الاتي:

المعاملات (Ti)	القطاع الاول (r1)	القطاع الثاني (r2)	القطاع الثالث (r3)	القطاع الرابع (r4)	مجاميع المعاملات (Yi.)
1	62	52	47	51	212
2	69	54	50	57	228
3	69	53	57	57	236
4	74	65	54	50	252
Y.j مجاميع القطاعات	272	224	208	224	Y.. = 928 المجموع الكلي

$$CF = \frac{(Y..)^2}{tr} = \frac{(928)^2}{4 X 4} = 53824$$

$$SSr = \frac{\sum Y.j^2}{t} - CF$$

$$SSr = \frac{(272)^2 + \text{-----------} + (224)^2}{4} - 53824$$

$SSr = 576$

$$SSt = \frac{\sum Yi.^2}{r} - CF$$

$$SSt = \frac{(212)^2 + \text{-----------} + (252)^2}{4} - 53824$$

$SSt = 208$

$SST = \sum Yij^2 - CF = (62)^2 + \text{-----------} + (59)^2 - CF$
$SST = 884$

$SSe = SST - SSr - SSt$
$SSe = 884 - 576 - 208$
$SSe = 70$

$$MSr = \frac{SSr}{r-1} = \frac{576}{3} = 192$$

$$MSt = \frac{SSt}{t-1} = \frac{208}{3} = 69.33$$

$$MSe = \frac{SSe}{t(r-1)} = \frac{70}{9} = 7.78$$

يتم تكوين جدول تحليل التباين للتصميم :(**ANOVA Table**).

S.O.V. مصادر الاختلاف	d.f. درجات الحرية	S.S. مجموع المربعات	M.S. متوسط المربعات	F. Value قيمة f المحسوبة
Block القطاع	r-1 = 4-1 = 3	576	192	
Treat. المعاملة	t-1 = 4-1 = 3	208	69.33	$F = \frac{MSt}{MSe}$ $F = \frac{69.33}{7.78}$ F = 8.91**
Experimental Error. الخطأ التجريبي	(r-1)(t-1) (4-1)(4-1) = 9	70	7.78	
Total الكلي	tr-1 4 x 4 – 1 = 15	884	-------------	

من خلال مقارنة قيمة F المحسوبة (8.91) مع قيمة F الجدولية على درجات حرية المعاملة (3) والخطأ (9) ، نجد أن قيمة F المحسوبة أعلى من الجدولية على مستوى معنوية (0.05) وكذلك (0.01) لذلك فأن تأثير المعاملة (التسميد بالنتروجين) عالي المعنوية في حاصل الطماطة ، أذ سجلت المعاملة الرابعة أقصى متوسط من الحاصل.

ملاحظة: نلاحظ من الجدول أعلاه بأن قيمة F تحسب من متوسط مربعات المعاملة ومتوسط مربعات الخطأ.

سؤال واجب: ما هو جدول تحليل التباين بالرموز للانموذج الرياضي الاتي:

$Yij = \mu + Ti + Pj + eij$

سؤال واجب: أثبت من خلال جدول تحليل التباين وبأرقام أفتراضية أن تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (RCBD) أكفئ من التصميم العشوائي الكامل (CRD).

الكفاءة النسبية لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة (RCBD) مقارنة مع التصميم العشوائي الكامل (CRD).

يمكن التعبير عن ذلك بالمعادلة الاتية:

$$\text{الكفاءة النسبية } R.E.\ \% = \frac{(r-1)\ MSr + r\ (t-1)\ MSe}{(rt-1)\ MSe} \times 100$$

أن المجاهيل في هذا القانون يتم الحصول عليها من جدول تحليل التباين.

__مثال:__ تم تحليل بيانات تجربة لمقارنة تأثير أربع مستويات من النتروجين على معدل حاصل عباد الشمس، أستعمل فيها تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (RCBD) وبواقع خمس مكررات (قطاعات) وكانت النتائج بعد التحليل كما موضحة في الجدول الاتي.

(المطلوب أيجاد الكفاءة النسبية لتصميم (RCBD) مقارنة مع تصميم (CRD).

S.O.V. مصادر الاختلاف	d.f. درجات الحرية	S.S. مجموع المربعات	M.S. متوسط المربعات	F. Value قيمة f المحسوبة
Block القطاع	4	21.46	5.36	
Treat. المعاملة	3	134.45	44.83	F = 20.46**
Experimental Error. الخطأ التجريبي	12	26.26	2.19	
Total الكلي	19	182.17	---------	

$$\text{الكفاءة النسبية R.E. \%} = \frac{(r-1)\,MSr + r\,(t-1)\,MSe}{(rt-1)\,MSe} \times 100$$

$$\text{الكفاءة النسبية R.E. \%} = \frac{(5-1)\,5.36 + 5\,(4-1)\,2.19}{(5 \times 4-1)\,2.19} \times 100$$

R.E. % = 130 %

من هذه النتيجة يتضح بأن تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (RCBD) أكفأ من التصميم العشوائي الكامل (CRD) بمقدار % 30 ، أي أن 130 مكرر بأستعمال تصميم (CRD) تعطي نفس نتيجة معلومات 100 مكرر وفق تصميم (RCBD) لذلك فأن التكلفة في حالة تطبيق تصميم (CRD) تكون أعلى.

سؤال واجب: أكمل جدول تحليل التباين الاتي موضحا الخطوات بالقوانين اللازمة مع كتابة الانموذج الرياضي المناسب.

SOV	d.f.	SS	MS	F المحسوبة
Block	3	----------	60	
Treat.	--------	10	----------	----------
Exp. Error	12	----------	2.66	
Total	---------			