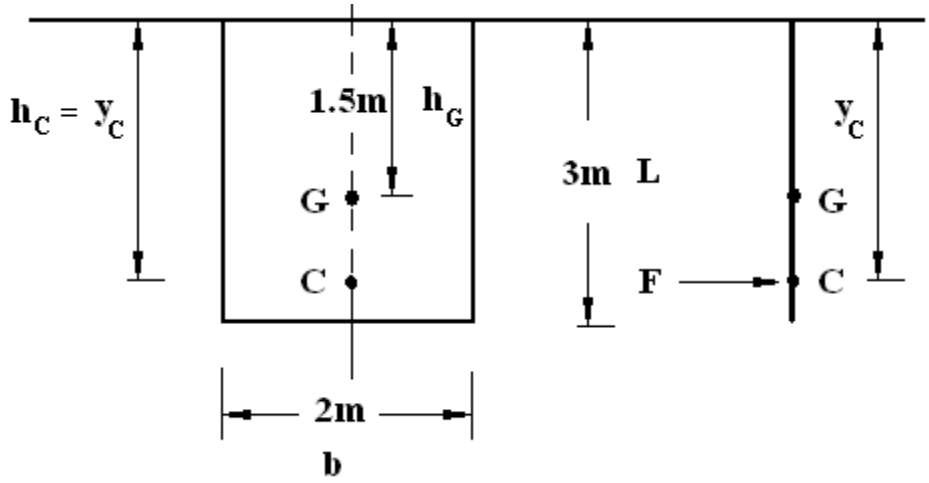
أمثلة محلولة

مثال (1):

سـطح مسـتطيل أبعاده 2m × 3m مغمور رأسـياً في الماء. فإذا كان البعد العلوي للسـطح والذي طوله 2m موازياً لسـطح الماء الحر. فأوجد الضـغط الكلي علي السـطح ومركز تأثيره في الحالات التالية:

أ) إذا كان البعد العلوي للسطح منطبقاً علي السطح الحر للماء.

ب)إذا كان البعد العلوي للسطح يقع أسفل السطح الحر للماء علي عمق 2.5m.



Given:

$A = 2 \times 3 = 6\ m^2$

$h_G = \frac{3}{2} = 1.5\ m$

Req.:

F = ????

y_C = ????

Solution:

a)

$F = \omega \cdot A \cdot h_G$

$= 1000 \times 6 \times 1.5 = 9000\ kg$

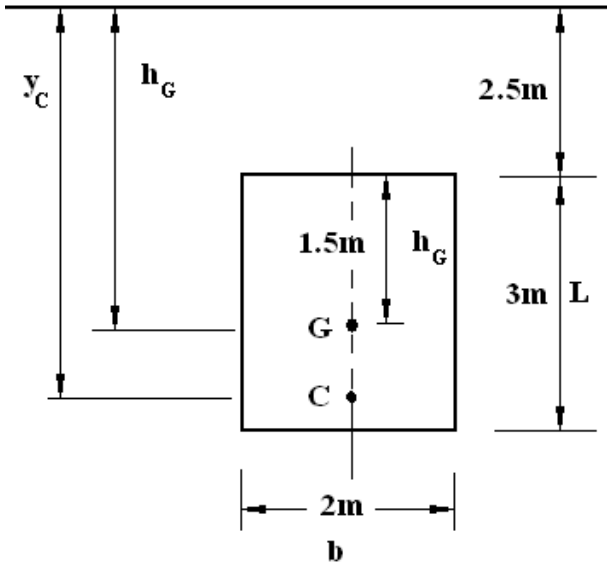
F in N = 9000 × 9.81 = 88290 N

$$y_C = \frac{I_G}{A.h_G} + h_G$$

$$I_G = \frac{bL^3}{12} = \frac{2(3)^3}{12}$$ = 4.5 m^4

$$y_C = \frac{4.5}{6 \times 1.5} + 1.5$$

= 0.5 + 1.5 = 2m



b)

h_G = 2.5 + 1.5 = 4 m

F = ω . h_G . A

F = 1000 × 4 × 6 = 24000 kg

F in N = 24000 × 9.81 = 235440 N

$$y_C = \frac{I_G}{A.h_G} + h_G$$

I_G = 4.5 m^4

h_G = 4 m

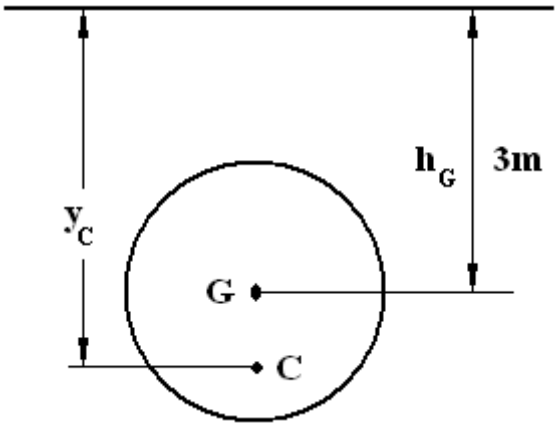
$A = 6\ m^2$

$$y_C = \frac{4.5}{(6)(4)} + 4$$

$y_C = 0.1875 + 4 = 4.1785\ m$

مثال (2):

سطح دائري الشكل قطره 1.5 متر مغمور رأسياً في خزان به ماء بحيث أن مركز الدائرة تقع على عمق 3 متر من السطح الحر للماء أوجد الضغط الكلي الواقع علي السطح؟ وكذلك مركز تأثيره؟



Given:

d = 1.5 m

A = $\frac{\pi}{4}d^2$

A = $\frac{\pi}{4}(1.5)^2$ = 1.767 m^2

h_G = 3 m

Req.:

F = ????

y_C = ????

Solution:

F = ω . A . h_G

= 1000 × 1.767 × 3 = 5301 kg

F in N = 5301 × 9.81 ≅ 52003 N

$$y_C = \frac{I_G}{A.h_G} + h_G$$

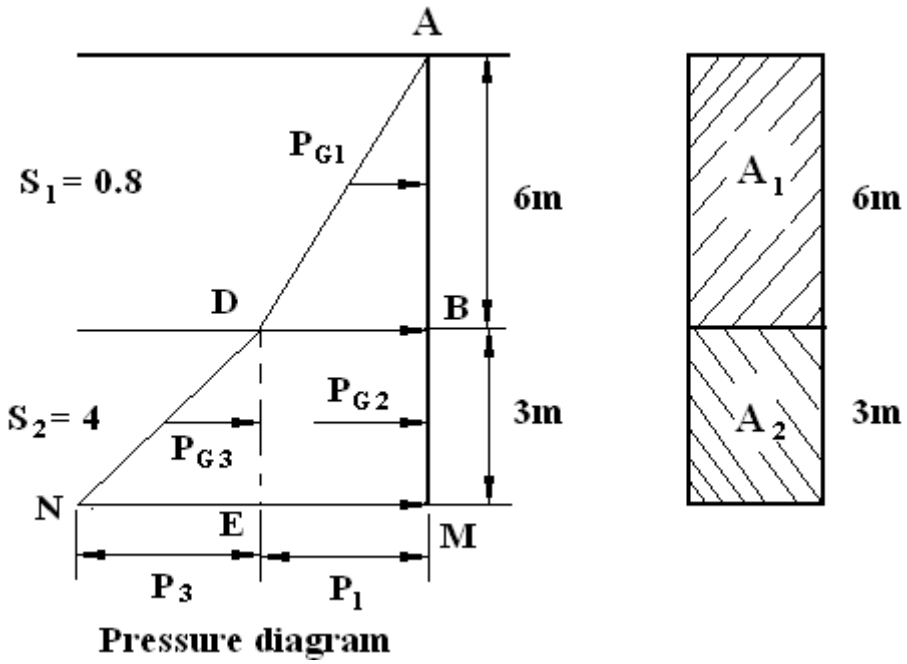
$$I_G = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi (1.5)^4}{64} = 0.2485 \text{ m}^4$$

$$y_C = \frac{0.2485}{(1.787)(3)} + 3$$

= 0.0477 + 3 = 3.077 m

مثال (3):

احسب الضغط الكلي ومركز الضغط علي الجانب الرأسي لخزان عرضه 2 متر به سائل كثافته النسبية = 4 ولارتفاع 3 متر وفوقه سائل آخر كثافته النسبية 0.8 ولارتفاع 6 متر.



Given:

$S_1 = 4$

$S_2 = 0.8$

Req.:

F, y_C

Solution:

$P_1 = \omega_1 h_1$

$= (0.8 \times 1000) \times 6$

$= 4800\ kg/m^2$

$P_3 = \omega_2\ h_2$

$= (4 \times 1000) \times 3$

$= 12000\ kg/m^2$

ويمكن حساب قوة الضغط من دياجرام الضغط كما يلي:

F_1 = area of ΔABD × width of the tank

$= \frac{1}{2} \times (4800)\ (6) \times 2 = 28800\ kg$

F_2 = Area of $\square$ BMED × width of the tank

$= (4800 \times 3) \times 2 = 28800\ kg$

F_3 = area of $\triangle$ NED × width of the tank

$= (\frac{1}{2} \times 12000 \times 3) \times 2 = 36000\ kg$

$F_{total} = F_1 + F_2 + F_3$

$= 28800 + 28800 + 36000$

$= 93600\ kg$

F_{total} in N = 93600 × 9.81 = 918216 N

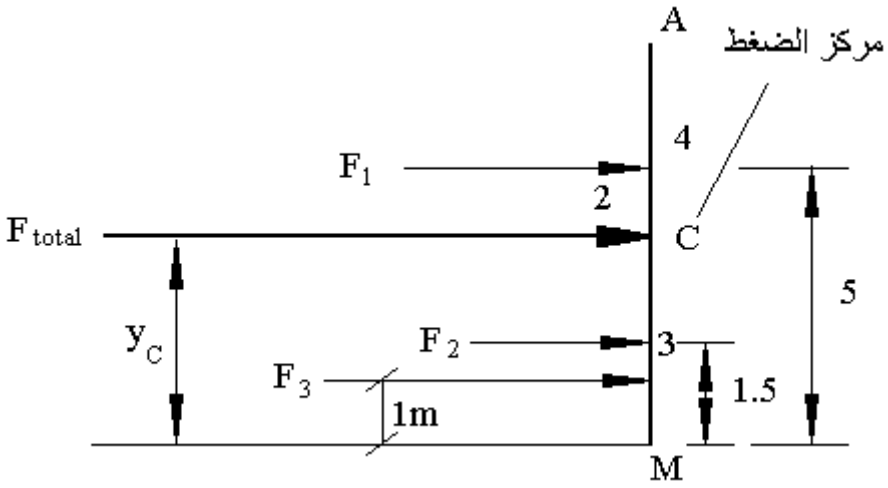
ملحوظة:

يمكن حســاب قوي الضــغط لكل جزء من جانب الخزان F_1, F_2, F_3 بطريقة أخري وذلك باستخدام قانون الضغط

$F = \omega\ A\ h_G$

إيجاد مركز الضغط:

بأخذ عزوم القوي حول نقطة M



$F_{total} \times y_C = F_1 (5) + F_2 (1.5) + F_3 (1)$

$93600 \times y_C = (28800) (5) + (28800) (1.5) + (36000) (1)$

$93600\ y_C = 223200$

$y_C = 2.38$ m

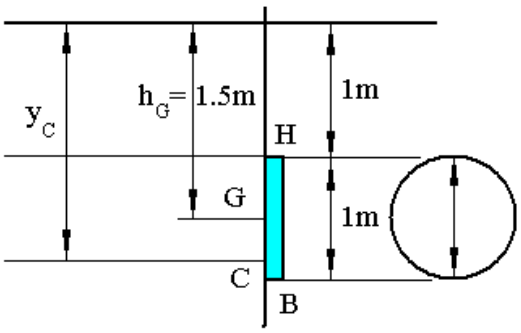
أي أن قوة الضـغط علي جانب الخزان هي 918216 نيوتن وتؤثر عند نقطة ترتفع عن قاع الخزان بمقدار 2.38 متر.

مثال (4):

فتحة دائرية قطرها 1 متر في خزان به سـائل كثافته النسـبية 0.9 وكان ارتفاع السـطح الحر للسـائل عن بداية الفتحة العليا هو 1 متر. فإذا كانت الفتحة مغطاة بقرص مثبت في جدار الخزان عند نقطة الفتحة العليا بمفصلة وعند نقطة الفتحة السفلي بمسمار.

أ) احسب قوة الضغط الكلي ومركز تأثيرها؟

ب)أوجد قوة الشد في المسمار.



Given:

S = 0.9

Req.:

a) F, CG

b) T

Solution:

a)

$F = \omega A h_G$

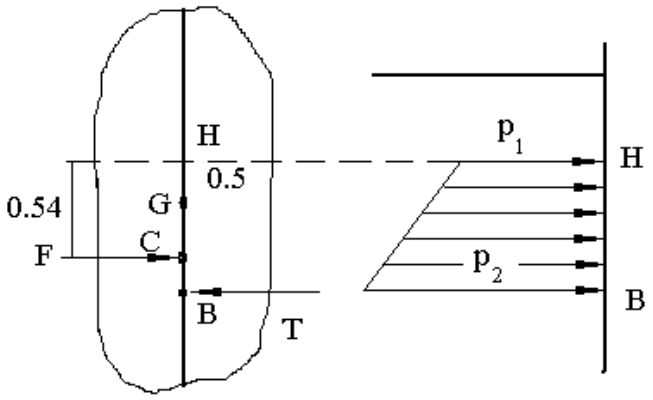
$= (0.9 \times 1000) (\frac{\pi}{4}(1)^2) . (1.5) \cong 1060$ kg

F in N = 1060 × 9.81 = 10398.6 N

$CG = \frac{I_G}{Ay_G} = \frac{\pi R^4/4}{(\pi R^2).h_G} = \frac{R^2}{4h_G} = \frac{(0.5)^2}{4(1.5)} = 0.04$ m

$y_C = 1.5 + 0.04 = 1.54$ m

∴ قوة الضغط الكلي حوالي 10398.6 N ومركز تأثيرها علي عمق 1.54 متر



b)

$F \times 0.54 = T \times 1$

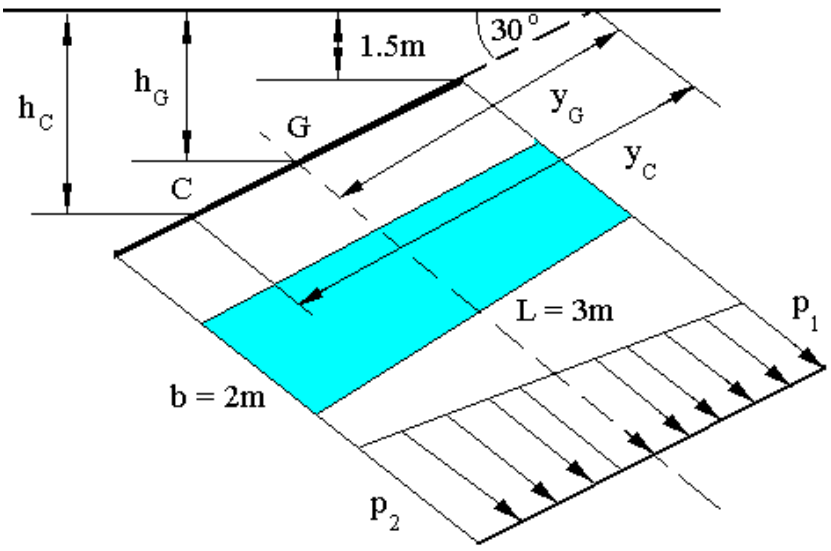
$1060 \times 0.54 = T$

$T = 572.4$ kg

T in $N = 572.4 \times 9.81 = 5615.2$ N

مثال (5):

لوح علي شـكل مسـتطيل أبعاده 3 m × 2 مغمور في خزان به ماء. بحيث يميل بزاوية 30° مع السـطح الحر للماء. أوجد الضـغط الكلي ومركز الضـغط علي اللوح عندما تكون الحافة العليا له علي عمق 1.5 متر من السطح الحر للماء.



Given:

$A = 2 \times 3 = 6\ m^2$

$\theta = 30^o$

Req.:

a) F

b) y_C

Solution:

a) $h_G = 1.5 + 1.5 \sin 30$

$= 2.25$ m

$F = \omega A h_G$

$= (1000)(6)(2.25)$

$= 13500$

F in N $= 13500 \times 9.81 = 132435$ N

b)

$$y_C = \frac{I_G}{Ay_G} + y_G$$

$$I_G = \frac{bL^3}{12} = \frac{2(3)^3}{12} = 4.5\ m^4$$

$$y_G = \frac{h_G}{\sin 30} = \frac{2.25}{\sin 30} = 4.5\ m$$

$$y_C = \frac{4.5}{(6)(4.5)} + 4.5 = 4.67 m$$

$h_C = y_C \sin 30$

$= 4.67 \times \sin 30$

$= 2.34$ m

∴ قوة الضـغط التي تؤثر علي اللوح هي 132435 نيوتن وتؤثر عند نقطة 2 التي علي عمق 2.34 متر من السطح الحر لماء الخزان.

التمرين الثالث

1- سطح مستطيل أبعاده 3 m × 1 مغمور رأسياً في خزان به ماء فإذا كانت الحافة العليا للسطح (1 m) أفقية وموازية لسطح الماء الحر أوجد الضغط الكلي بالنيوتن ومركز الضغط في الحالات التالية:

أ- إذا كانت الحافة العليا للسطح منطبقاً علي السطح الحر للماء

ب-إذا كانت الحافة العليا للسطح تقع أسفل السطح الحر للماء علي عمق 2 متر

(Ans.: (a) 44145 N ; 2 m, (b) 103005 N; 3.714 m)

2- سطح دائري الشكل قطره 1.5 متر مغمور رأسياً في خزان به ماء بحيث يكون عمق مركز الدائرة عن السطح الحر للماء 2 متر.

أوجد قوة الضغط الواقعة علي هذا السطح بالنيوتن وكذلك مركز تأثيره؟

(Ans.: 34669 N; 2.07 m)

3- خزان يحتوي علي ماء لارتفاع 0.5 متر عن قاع الخزان وضع فوق الماء سائل كثافته النسبية 0.8 ولارتفاع 1 متر. أوجد:

أ- الضغط الكلي علي جانب الخزان بالنيوتن

ب-مركز الضغط علي جانب الخزان إذا علمت أن عرض الخزان 2 متر

(Ans.: (a) 18149 N; (b) 1.01 m from top)

4- لوح دائري الشكل قطره 3 متر غمر في ماء بحيث كان أقل وأكبر عمق له هو 1.5 متر، 4 متر علي الترتيب أوجد

أ- قوة الضغط بالنيوتن

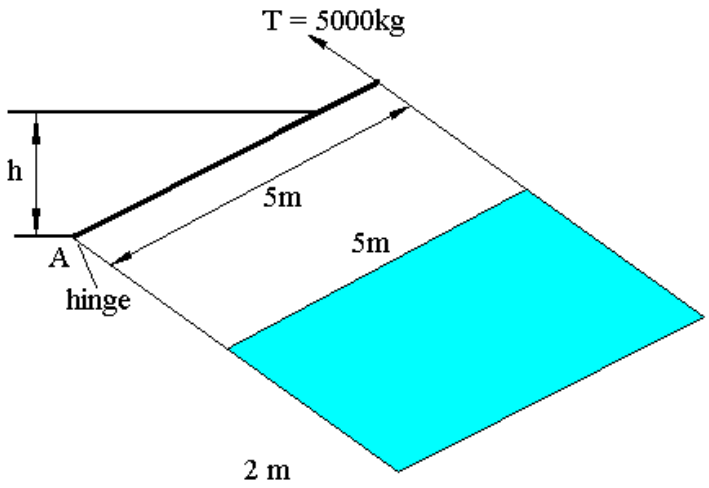
ب-مركز الضغط

(Ans.: (a) 190621 N; 2.89 m)

5- لوح علي شـكل مسـتطيل أبعاده 3 m × 4 مغمور في خزان به ماء بحيث يميل بزاوية 30° مع السـطح الحر للماء، أوجد الضـغط الكلي ومركز الضـغط عندما تكون الحافة العليا للوح علي عمق 2 متر من سطح الماء الحر.

(Ans.: 353167 N, 3.11 m depth)

6- بوابة مسـتطيلة الشـكل أبعادها 5m × 2 مثبتة بمفصـلة عند قاعدتها بحيث تميل بزاوية 60° مع السـطح الحر للماء في خزان. وللمحافظة علي وضـع البوابة تم شـد الطرف العلوي للبوابة بقوة 5000kg كما هو موضـح بالرسـم. أوجد عمق الماء الذي عنده تبدأ البوابة في الوقوع؟ مع إهمال وزن البوابة واحتكاك المفصلة.

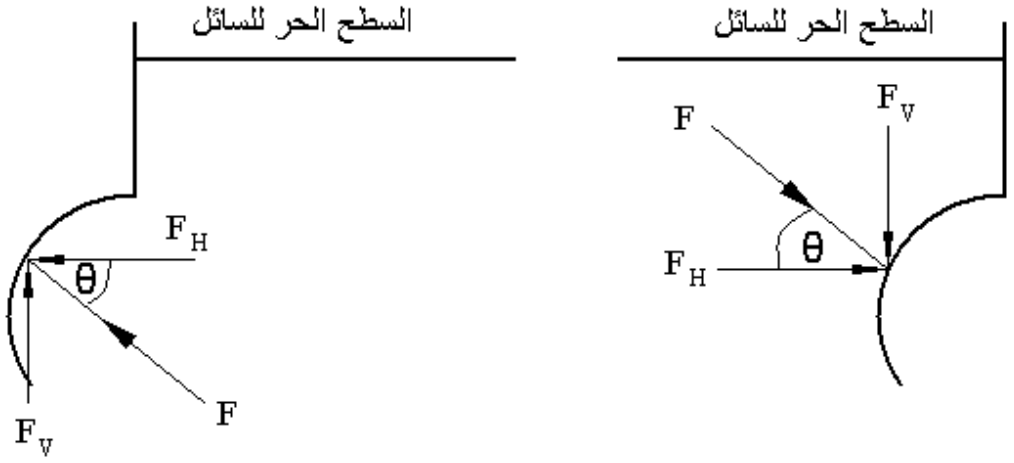


(Ans.: h = 3.83 m)

قوة الضغط علي السطوح المنحنية

Total pressure on the curved surface:

يمكن إيجاد قوة الضـغط أو الضـغط الكلي علي أي سـطح منحني ومغمور في سـائل وذلك بتحليلها إلي مركبتين: مركبة رأســية F_V ومركبة أفقية F_H ويتوقف اتجاه هذه المركبات الرأسية والأفقية علي مكان وجود السائل بالنسبة للسطح المنحني كما هو موضح بالشكل التالي:



وبمعرفة المركبتين الأفقية F_H والرأســية F_V يمكن حســاب محصــلة قوة الضــغط F علي السطح المنحني باستخدام المعادلة التالية:

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$$

وكذلك يمكن تحديد ميل قوة الضغط F علي المستوي الأفقي من المعادلة التالية:

$$\tan\theta = \frac{F_V}{F_H}$$

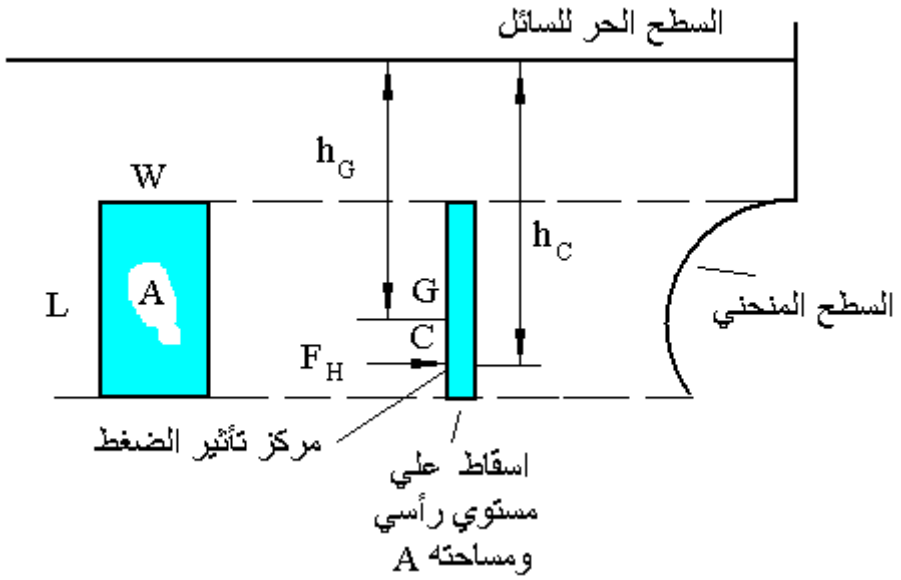
أولاً: حساب المركبة الأفقية FH لقوة الضغط علي سطح منحني:

ولإيجاد المركبة الأفقية F_H لقوة الضغط علي سطح منحني ومغمور في سائل نسقط السطح المنحني علي مستوي رأسي فنحصل علي سطح مستوي رأسي مساحته A ومركز هذه المساحة هو G. وبحساب قوة الضغط ومركز تأثيرها علي هذه المساحة كما سبق شرحه في حالة السطح المستوي الرأسي فتكون هي المركبة الأفقية F_H للسطح المنحني وتؤثر أفقياً عند النقطة C من العلاقات التالية:

$$F_H = \omega A h_G$$

$$h_C = \frac{I_G}{Ah_G} + h_G$$

ويتوقف اتجاه تأثير القوة F_H علي مكان وجود السائل من السطح المنحني كما هو موضح بالشكل التالي:



ثانياً: حساب المركبة الرأسية FV لقوة الضغط علي سطح منحني:

ولإيجاد المركبة الرأسية F_V للضغط الكلي أو قوة الضغط علي سطح منحني مغمور في سائل نسقط السطح المنحني علي مستوي أفقي وهو السطح الحر للسائل ثم نحسب

قيمة المركبة الرأسية F_V كوزن السائل الفعلي في حالة وجوده فوق السطح المنحني أو كوزن السائل التخيلي في حالة عدم وجود السائل فوق السطح المنحني وذلك من العلاقة التالية:

$$F_V = \omega V$$

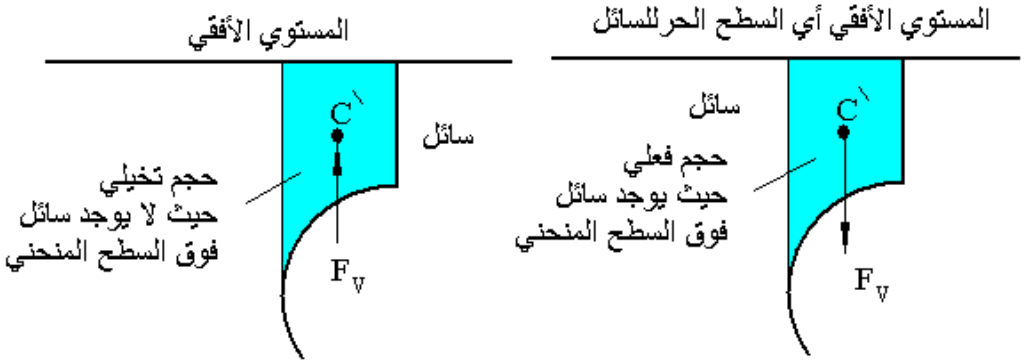
حيث أن:

F_V هي المركبة الرأسية لقوة الضغط علي السطح المنحني بوحدات N

ω هي الوزن النوعي للسائل بوحدات N/m^3

V هو الحجم المحصور بين السطح المنحني وإسقاطه علي المستوي الأفقي (السطح الحر للسائل) وهو عبارة عن حاصل ضرب المساحة المحصورة بين السطح المنحني وإسقاطه × عرض السطح المنحني

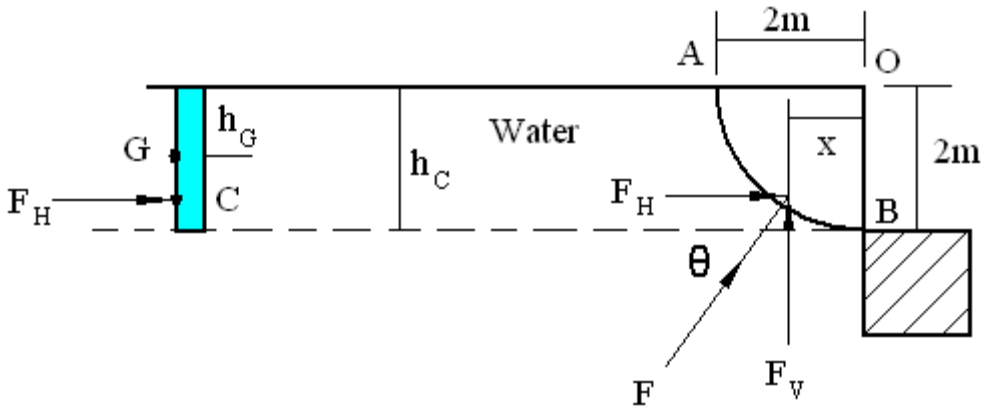
وتؤثر هذه المركبة الرأسية F_V في مركز الحجم المحصور بين السطح المنحني وإسقاطه علي المستوي الأفقي أي السطح الحر للسائل كما هو موضح بالشكل



أمثلة محلولة:

مثال (1):

احسب محصلة قوي الضغط الناتجة من ماء يؤثر علي بوابة علي شكل ربع دائرة نصف قطرها 2 متر كما هو موضح بالشكل، وأوجد زاوية ميل قوة الضغط المحصلة مع المستوي الأفقي؟ علماً بأن عرض البوابة هو 1 متر.



أولاً: حساب المركبة الأفقية F_H:

$F_H = \omega A h_G$

$= (1000)(2\times1)(1) = 2000$ kg

$$h_C = \frac{I_G}{Ah_G} + h_G$$

$$I_G = \frac{bL^3}{12} = \frac{1(2)^3}{12} = \frac{2}{3}$$

$$h_C = \frac{\frac{2}{3}}{(2\times1)(1)} + 1 = 1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$ m from the free surface of water

ثانياً: حساب المركبة الرأسية F_V:

$F_V = \omega V$

$$V = \frac{\pi r^2}{4}\times1 = \frac{\pi(2)^2}{4} = \pi \text{ m}^3$$

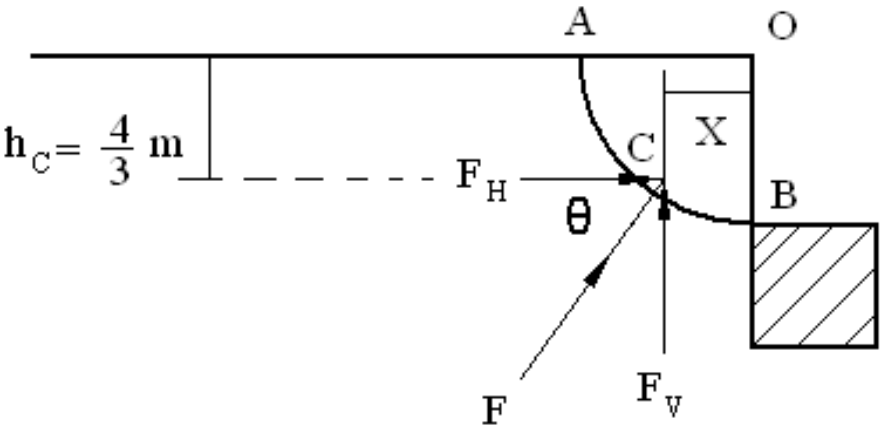
$F_V = (1000)(\pi) = 3140$ kg

$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{(2000)^2 + (3140)^2} = 3724.2$ kg

F in N = 36534 N

$$\tan\theta = \frac{F_V}{F_H} = \frac{3140}{2000} = 1.57$$

$\theta = 57.5^o$



$$\sum M_o = 0$$

$F_H \times h_C = F_V \times x$

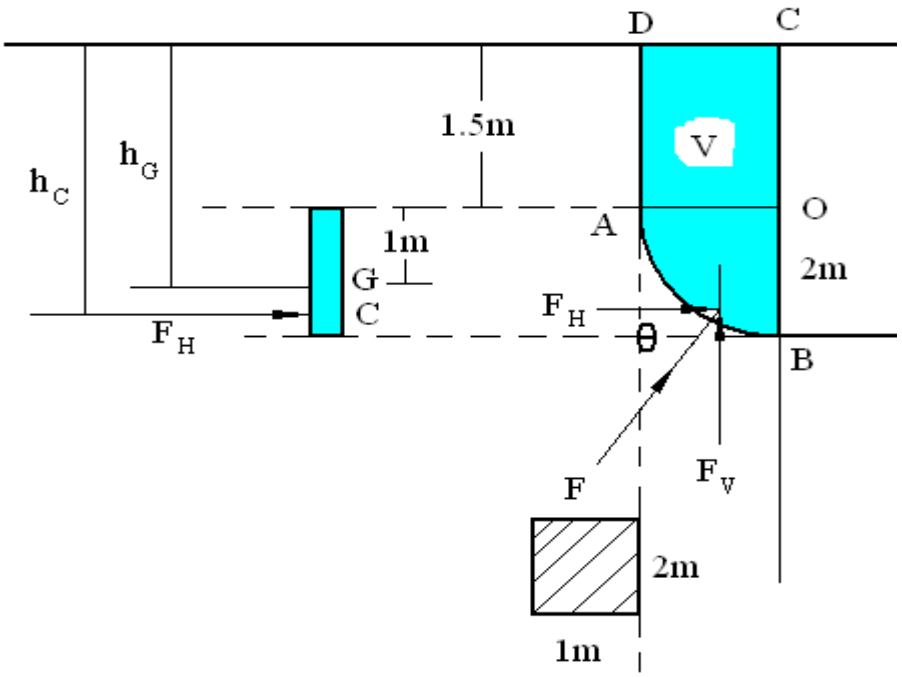
$2000 \times \frac{4}{3} = 3140\ x$

$x = 0.85$ m

∴ محصلة الضغط الكلي أو قوة الضغط الواقعة علي السطح المنحني هي 36534 نيوتن وتميل بزاوية 57.5^o مع المستوي الأفقي ونقطة تأثيرها علي عمق $\frac{4}{3}$ متر من سطح الماء الحر وتبعد أفقياً عن مركز الدائرة O بمقدار 0.85 متر.

مثال (2):

احسب المركبة الأفقية والرأسية لقوة الضغط علي بوابة علي شكل منحني AB مغمور في خزان به ماء وعلي شكل ربع دائرة نصف قطرها 2 متر كما هو موضح بالشكل . وذلك لوحدة الطول من البوابة . ثم احسب محصلة قوة الضغط ومركز تأثير محصلة قوة الضغط وزاوية ميلها علي الأفقي؟



Given:

Width = 1 m

A = 2 × 1 = 2 m^2

Req.:

F_H, F_V

Solution:

$F_H = \omega A h_G$

= (1000) × (2) × (1.5 + 1) = 5000 kg

$F_V = \omega V$

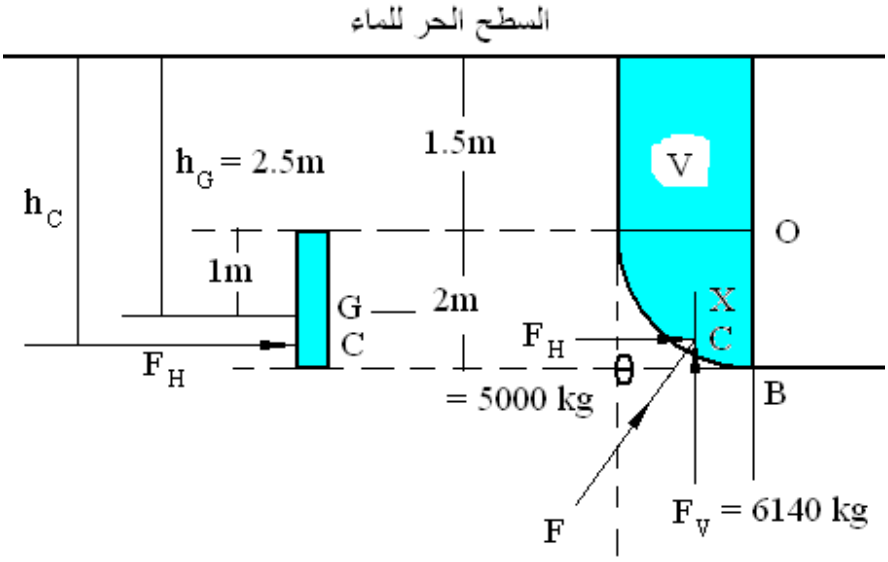
V = volume of AOCD + volume of AOB

$$= (2 \times 1.5 \times 1) + \left(\frac{\pi r^2}{4} \times 1\right)$$

$$= 3 + \pi \cong 6.14 \ m^3$$

F_V = (1000) × (6.14) = 6140 kg

ولتحديد نقطة تأثير مركز الضغط (C):



F= $\sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{(500)^2 + (6140)^2}$ = 6160.3 kg

F in N = 6160.3 × 9.81 = 60432.5 N

= 60.4325 kN

$$\tan\theta = \frac{F_V}{F_H} = \frac{6140}{5000} = 1.2280$$

θ = 50.84°

$$h_C = \frac{I_G}{Ah_G} + h_G$$

$$I_G = \frac{bL^3}{12} = \frac{1(2)^3}{12} = \frac{2}{3}\ m^4$$

$$h_C = \frac{2/3}{(2\times1)(2.5)} + 2.5$$

= 0.13 + 2.5 ≅ 2.63 m from the free surface of the water

$$\sum M_o = 0$$

$F_H \times 0.13 = F_V \times x$

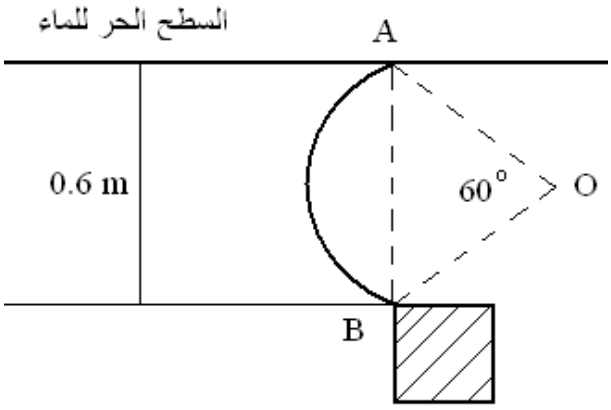
$500 \times (0.13) = 6140\ x$

$x = 0.11$ m

∴ قوة الضغط علي السطح المنحني هي 60.4325 kN وتميل بزاوية 50.84^o وتؤثر عند النقطة C علي عمق 2.5 متر وتبعد أفقياً بحوالي 11 سم من النقطة O.

مثال (3):

احسب محصلة قوة الضغط علي سطح منحني علي شكل قوس في دائرة زاويته المركزية 60^o ومغمور في خزان به ماء كما هو موضح بالشكل علماً بأن عرض السطح 2 متر. ثم حدد زاوية ميل قوة الضغط علي المستوي الأفقي. وكذلك مركز تأثير الضغط الكلي.



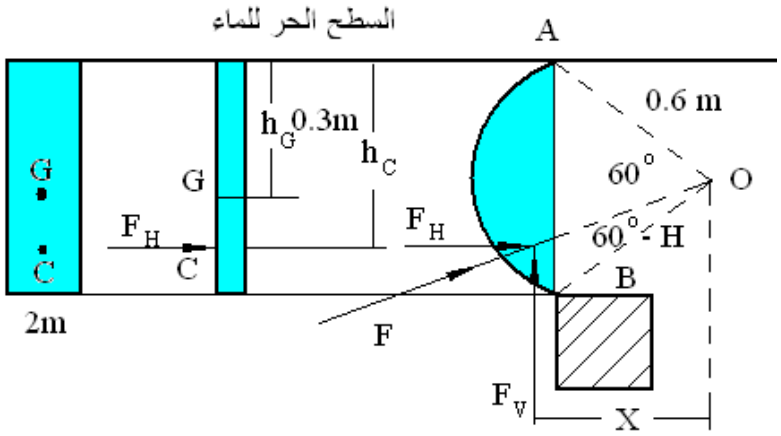
Req.:

a) F

b) θ

c) C

Solution:



a) $F_H = \omega A h_G$

= (1000) × (2 × 0.6) (0.3) = 360 kg

$F_V = \omega V$

V = (segmet area of $\overset{\frown}{AB}$ × Width

= sector area OAB – Triangle area OAB × Width

$$= \left(\frac{60}{360} \times \pi (0.6)^2 - \frac{1}{2}(0.6)(0.6)(\sin 60) \right) \times 2$$

= (0.1884 – 0.153) × 2 = 0.0708 m^3

F_V = (1000) × (0.0708) = 70.8 kg

F= $\sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{(360)^2 + (70.8)^2}$ = 366.9kg

F in N = 366.9 × 9.81 = 3599 N

= 3.599 kN

$$\tan\theta = \frac{F_V}{F_H} = \frac{70.8}{360} = 1.97$$

θ = 11.12°

لتحديد مركز الضغط الكلي C:

$$h_C = \frac{I_G}{A h_G} + h_G$$

$$I_G = \frac{bL^3}{12} = \frac{2(0.6)^3}{12} = 0.036 \text{ m}^4$$

$$h_C = \frac{0.036}{(2 \times 0.6)(0.3)} + 0.3$$

= 0.1 + 0.3 = 0.4 m from the free surface of the water

$$\sum M_o = 0$$

$F_H \times 0.4 = F_V \times x$

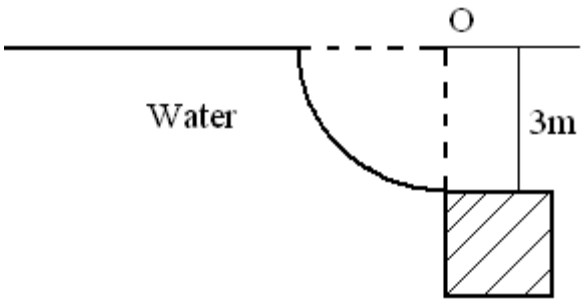
$360 \times (0.4) = 70.8\ x$

x = 2.03 m from point O

∴ محصلة قوة الضغط علي السطح المنحني هي 3.599 kN وتميل بزاوية 11.12^o وتؤثر عند النقطة C علي عمق 0.4 متر من سـطح الماء الحر وتبعد أفقياً بحوالي 2.03 سـم من النقطة O.

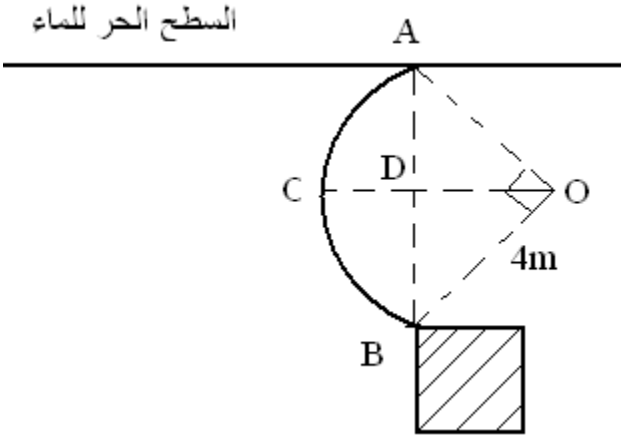
التمرين الرابع

1) احسب المركبة الأفقية والرأسية لقوة الضغط علي بوابة علي شكل ربع دائرة مغمورة في خزان به ماء نصف قطرها 3 متر كما هو موضح بالشكل علماً بأن عرض البوابة 1 متر. ثم أوجد محصلة قوة الضغط علي البوابة. وكذلك زاوية ميلها علي المستوي الأفقي؟ وحدد مركز تأثيرها؟

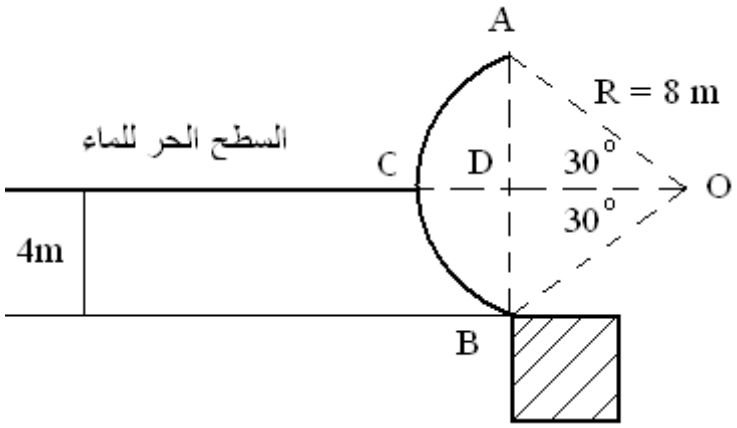


(Ans.: 44.15 kN; 69.31 kN; 82.17 kN, 57.5°)

2) احسب محصلة قوي الضغط علي بوابة علي شكل قوس في دائرة نصف قطرها 4 متر كالمبينة بالشكل علماً بأن عرض البوابة 1 متر وكذلك زاوية ميلها علي المستوي الأفقي.

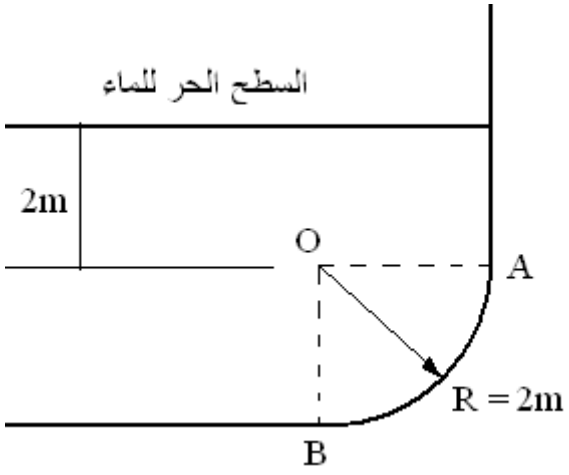


3) احسب المركبة الأفقية والرأسية لقوة الضغط علي بوابة علي شكل سطح منحني كما هو مبين بالشكل علماً بأن عرض البوابة 1 متر.



(Ans.: 78.48 kN; 78.44 kN)

4) احسب محصلة الضغط الكلي علي سطح منحني مغمور في الماء وعلي شكل ربع دائرة نصف قطرها 2 متر؟ واحسب زاوية ميل قوة الضغط علي المستوي الأفقي؟ وكذلك مركز تأثيرها؟



(Ans.: F_H = 117.72 kN; F_V = 140.11 kN)

الفصل الرابع

الهيدروديناميكا

الفصل الرابع

الهيدروديناميكا

الهدف العام: التعرف على الهيدروديناميكا للموائع

الأهداف:

1. ان يتعرف الطالب ما المقصود بسريان الموائع Fluid Flow:
2. ان يتعرف الطالب ما المقصود بالسريان المستقر والغير مستقر – Steady Flow Unsteady Flow
3. ان يتعرف الطالب ما المقصود بالسريان المنتظم وغير المنتظم Uniform and non-uniform Flow
4. ان يتعرف الطالب ما المقصود بالسريان الرقائقي Laminar flow
5. ان يتعرف الطالب ما المقصود بالسريان الاضطرابي Turbulent Flow
6. ان يتعرف الطالب ما المقصود معدل التصرف Rate of Discharge وكيفية حسابه
7. ان يتعرف الطالب ما المقصود بمعادلة الاستمرار لسريان السائل Continuity Equation
8. ان يتعرف الطالب ما المقصود بمعادلة برنولي Bernoulli's equation
9. ان يتعرف الطالب ما المقصود بطاقة السوائل المتحركة
10. ان يتعرف الطالب ما المقصود بمعادلة برنولي للمائع الحقيقي Bernoulli's equation for real fluid
11. ان يتعرف الطالب ما المقصود خط الطاقة الكلية وخط الميل الهيدروليكي Total energy line and hydraulic gradient line
12. ان يتعرف الطالب ما المقصود بخط الطاقة الكلية وخط الميل الهيدروليكي لمائع مثالي.

الهيدروديناميكا

(1) تعريف:

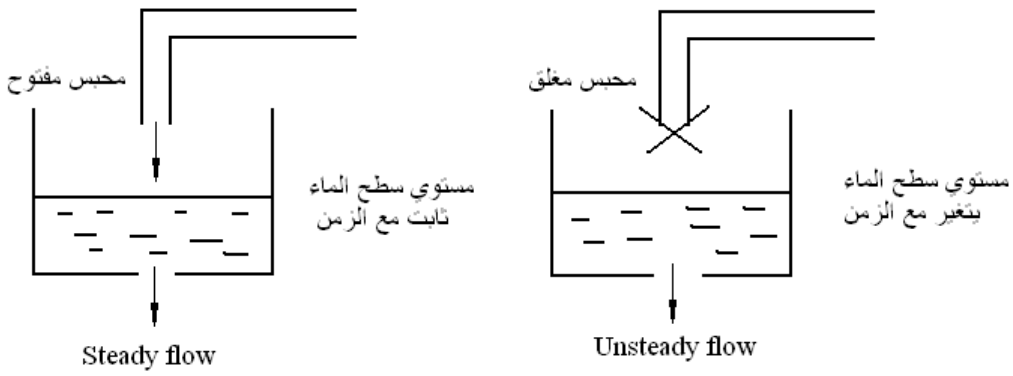
تعرف الهيدروديناميكا بأنه ذلك الفرع من الهيدروليكا الذي يدرس حركة المائع والقوي المسببة لهذه الحركة.

(2) سريان الموائع Fluid Flow:

يقصد بسريان الموائع حركة جزيئاتها أو بمعني آخر وصف السرعة والضغط وغيرها من خواص المائع عند نقطة أثناء حركة المائع. ولذلك فإن سريان الموائع ينقسم إلي الأقسام التالية:

(أ) السريان المستقر والغير مستقر Steady Flow – Unsteady Flow:

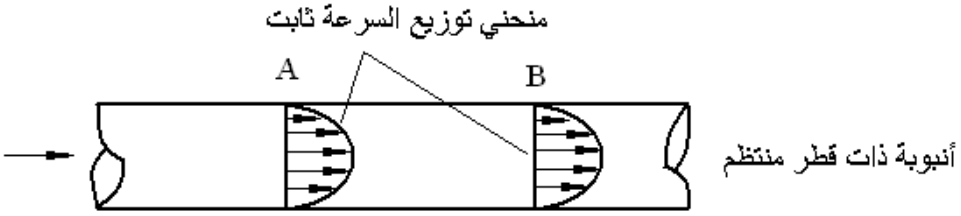
في المستقر Steady flow تكون قيم السرعة والضغط وغيرها من خواص المائع ثابتة لا تتغير بالنسبة للزمن عند نقطة واحدة. ولكن يمكن أن تتغير هذه القيم من نقطة إلي أخري. وبالتالي فإن السريان غير المستقر Unsteady flow تتغير فيه السرعة والضغط بالنسبة للزمن عند نقطة واحدة، وبتعبير آخر فإن السريان يكون مستقر إذا كانت كمية المائع التي تمر عند أي قطاع ثابتة ولا تتغير مع الزمن. أما إذا كان معدل السريان متغير مع الزمن فإن السريان يكون غير مستقر كما هو موضح بالرسم:



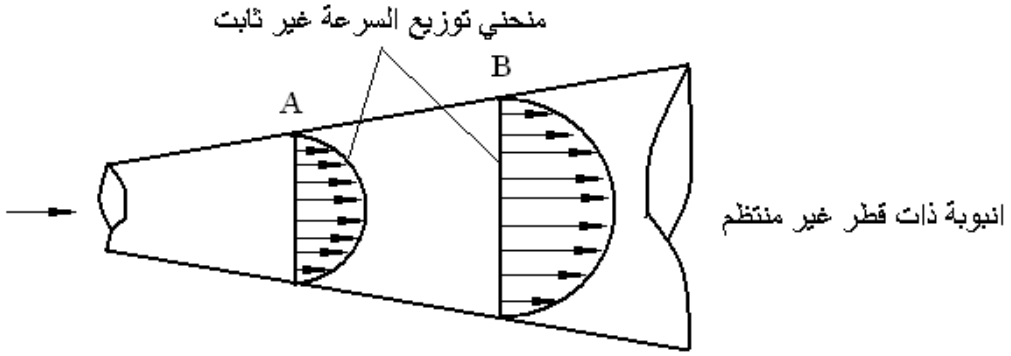
ب) السريان المنتظم وغير المنتظم Uniform and non-uniform flows:

يقصد بالسريان المنتظم Uniform flow بأنه السريان الذي تكون فيه السرعة متساوية في جميع المائع عند وقت معين وهناك تعريف تقريبي للسريان المنتظم بأنه السريان الذي يكون فيه منحني توزيع السرعة واحد في جميع مقاطع الأنبوبة.

وهذا يحدث في حالة إذا كانت الأنبوبة ذات قطر منتظم أما السريان غير المنتظم ففيه تتغير سرعة السريان من مقطع لآخر عند وقت معين أي أن منحني توزيع السرعة سوف تتغير من مقطع لآخر وذلك كما هو واضح في الشكل التالي:



سريان منتظم Uniform flow



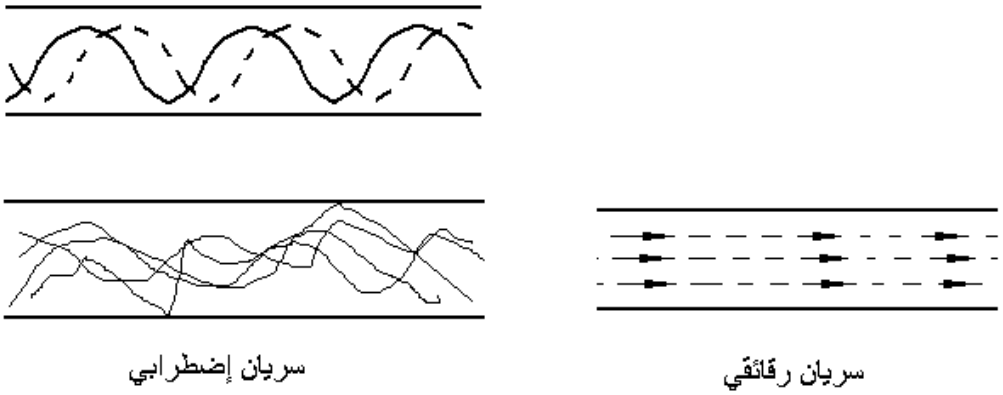
سريان غير منتظم Non-uniform folw

ج) السريان الرقائقي Laminar flow

وفي السريان الرقائقي يتحرك المائع علي شكل طبقات تنزلق علي بعضها بسرعات مختلفة ولكنها لا تختلط بل تتحرك علي امتداد خط مستقيم ولذلك فإن الفقد في الطاقة أثناء حركة المائع يكون نتيجة الاحتكاك الداخلي بين الطبقات وبعضها البعض وبالتالي يكون للزوجة تأثير مباشر علي هذا النوع من السريان ويسمي هذا النوع بالسريان اللزج Viscous flow.

د- السريان الاضطرابي Turbulent flow:

وفي السريان الاضطرابي تتحرك جزيئات المائع بصورة عشوائية في اتجاهات مختلفة فيحدث اختلاط أثناء سريان المائع وبالتالي لا يكون للزوجة تأثير مباشر ويكون الفقد في الطاقة نتيجة الاحتكاك بين المائع ككل وجدران الأنبوبة وكلما كانت جدران الأنبوبة خشنة سيزيد الفقد في طاقة الاحتكاك وذلك كما هو موضح بالشكل:



سريان إضطرابي سريان رقائقي

معدل التصرف Rate of Discharge:

يعرف معدل التصرـف عند أي قطاع داخل ماســورة أو قناة بحجم الســائل المار خلاله في وحدة الزمن، ويمكن التعبير عن معدل التصرف بالعلاقة التالية بوحدات:

$Q = a \times v$

حيث أن:

a هي مساحة مقطع الماسورة بوحدات m^2

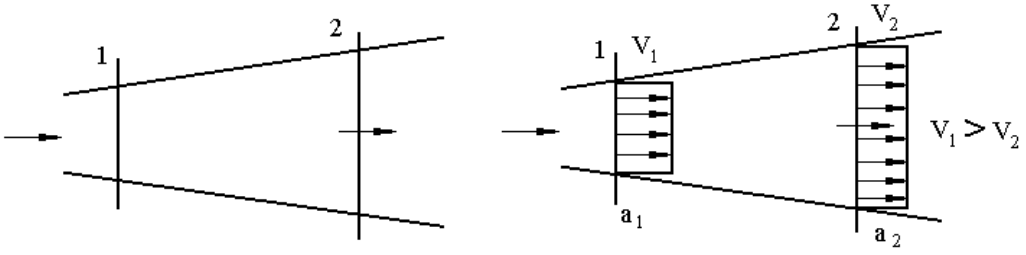
v هي السرعة المتوسطة للسائل بوحدات m/s

Q هي تصرف السائل بوحدات m^3/s

معادلة الاستمرار لسريان السائل Continuity Equation:

عندما يتدفق سائل بصورة مستمرة خلال ماسورة أو قناة فإن كمية السائل في وحدة الزمن تكون ثابتة عند جميع مقاطع الماســورة أو القناة وهذا هو ما يعرف بمعادلة الاســتمرار لسريان السائل.

فإذا اعتبرنا ماسورة ذات مقطع متغير يسري خلالها سائل معين كما هو موشح بالشكل:



فإنه عند القطاع 1 والقطاع 2 في الماسورة ومن المعادلة معدل التصرف فإن:

$Q_1 = a_1 \times v_1$

$Q_2 = a_2 \times v_2$

حيث أن Q_1, Q_2 هو معدل التصرــف عند القطاع 1 والقطاع 2 بوحدات m^3/s و a_1, a_2 هو مساحة مقطع الماسورة عند القطاعان 1 و 2 بوحدات m^2 و v_1, v_2 هو سرعة السائل عند القطاعان 1 و 2 وبوحدات m/s.

ومن تعريف معادلة الاستمرار نستنتج أن:

$Q_1 = Q_2$

أي أن:

$a_1 v_1 = a_2 v_2 = ...$

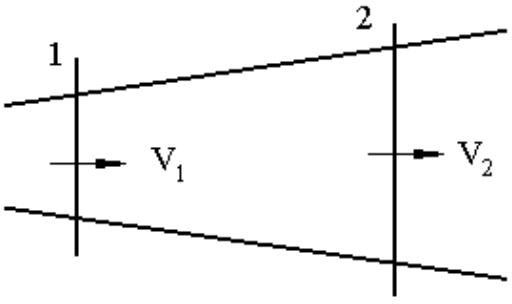
والصورة السابقة تسمي معادلة الاستمرار لسريان السائل.

مثال (1):

يتدفق ماء خلال ماسورة قطر مقطعها في البداية 10 سم وقطر مقطعها في نهاية الماسورة هو 15 سم وسرعة الماء في بداية الماسورة هو 5 متر/ثانية. أوجد

أ) سرعة الماء عند نهاية الماسورة

ب)تصرف الماء الخارج من الماسورة باللتر/ثانية.



Given:

$d_1 = 10\ cm = 0.1\ m$

$v_1 = 5\ m/s$

d_2 = 15 cm = 0.15 m

req.:

a) v_2 = ?????

b) Q = ????

Solution:

a) $a_1 v_1 = a_2 v_2$

$$\frac{\pi}{4}(0.01)^2 \times 5 = \frac{\pi}{4}(0.15)^2 \times v_2$$

v_2 = 2.2 m/s

b) $Q = a_1 v_1$

= $\frac{\pi}{4}(0.01)^2 \times 5 = 0.04\ m^3/s$

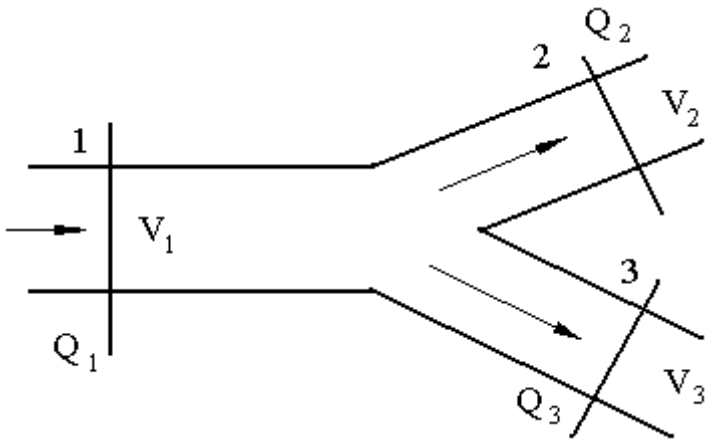
Q in lit/s = 0.04 ×1000 = 40 lit/s

مثال (2):

ماسـورة قطر مقطعها في البداية 30 سـم وتتفرع إلي ماسـورتين قطرهما 20 سـم و 15 سـم فإذا كانت سرعة الماء المار خلال الماسورة في بدايتها هو 2.5 متر/ثانية. أوجد:

أ) تصرف الماسورة

ب)إذا علمت أن سرعة الماء في الماســورة ذات القطر 20 ســم هو 2 متر/ثانية فأوجد سرعة الماء في الماسورة ذات القطر 15 سم.



Given:

d_1 = 30 cm = 0.3 m

v_1 = 2.5 m/s

d_2 = 20 cm = 0.2 m

v_2 = 2 m/s

d_3 = 15 cm = 0.15 m

Req.:

a) Q_1, Q_2, Q_3

b) V_3

Solution:

a) $Q_1 = a_1 v_1$

$$= \frac{\pi}{4}(0.3)^2 \times 2.5 = 0.18 \text{ m}^3/\text{s}$$

$Q_2 = a_2 v_2$

$$= \frac{\pi}{4}(0.2)^2 \times 2 = 0.06 \text{ m}^3/\text{s}$$

$\because Q_1 = Q_2 + Q_3$

$0.18 = 0.06 + Q_3$

$\therefore Q_3 = 0.12\ m^3/s$

b) $\because Q_3 = a_3 v_3$

$0.12 = = \frac{\pi}{4}(0.15)^2 \times v_3$

$\therefore v_3 = 6.4\ m/s$

معادلة برنولي Bernoulli's equation:

تنص معادلة برنولي علي أن الطاقة الكلية لوحدة الوزن في الثانية لسـائل مثالي (أي أن لزوجته تساوي صفر) وغير قابل للانضغاط ويتدفق بسريان مستقر Steady flow تكون ثابتة لا تتغير أثناء سريانه من نقطة إلي أخرى علي خط سريان واحد.

وبمعني آخر أن مجموع طاقات الوضـع والسرـعة والضـغط عند نقطة ما تسـاوي نفس مجموعها عند أي نقطة أخرى بشرـط أن لا يكون هناك أي فقد في الطاقة ناتج من الاحتكاك أثناء سريان السائل.

طاقة السوائل المتحركة:

يمكن تعريف الطاقة بصـورة عامة علي أنها القدرة علي بذل الشـغل وتوجد الطاقة علي أشكال مختلفة أهمها:

1- طاقة الحركة Kinetic energy:

وهي الطاقة التي يكتسبها السائل نتيجة لحركته ويمكن التعبير عنها بالمعادلة التالية:

$K.E. = \frac{1}{2} m\ v^2$

ولتحديد طاقة الحركة لوحدة الوزن فإن المعادلة السـابقة يتم قسـمتها علي وزن السـائل m.g كما يلي:

K.E. for weight unit = $\frac{1}{2}\frac{mv^2}{mg} = \frac{v^2}{2g}$ (in m of liquid)

ويطلق علي طاقة السرعة لوحدة الوزن بضاغط السرعة للسائل ووحداته هي المتر

2- طاقة الوضع Potential energy:

وهي الطاقة التي يكتسبها السائل نتيجة لوضعه. فإذا كان السائل علي ارتفاع Z متر فوق مستوي المقارنة فإن طاقة الوضع لهذا السائل هي:

P.E. = m. g. Z

وبالتالي فإن طاقة الوضع لوحدة الوزن للسائل تصبح كما يلي:

P.E. for weight unit = $\frac{m.g.Z}{m.g}$ = Z

ويطلق علي طاقة الوضع لوحدة الوزن بضاغط الوضع للسائل عند النقطة موضع الدراسة ووحداته هي المتر.

3- طاقة الضغط Pressure energy:

وهي الطاقة التي يكتسبها السائل نتيجة الضغط المعرض له فإذا كان السائل علي عمق h متر من سطح السائل الحر فإنه يتعرض لطاقة ضغط لوحدة الوزن يمكن إيجادها من العلاقة التالية:

P.E. for weight unit = $\frac{m.g.h}{m.g}$ = h (m of liquid)

أو يمكن إيجادها بمعلومية الضغط P والوزن النوعي للسائل ω كما يلي:

P.E. for weight unit = h = $\frac{P}{\omega}$ (in m of liquid)

ويطلق علي طاقة الضغط لوحدة الوزن بضاغط الضغط للسائل عند النقطة تحت الدراسة ووحداته تكون بالمتر

وبناءاً علي ما سبق فإن الطاقة الكلية لسائل متحرك يمكن الحصول عليها بجمع الطاقات الثلاث السابقة أي أن:

$$\text{Total Energy} = Z + h + \frac{v^2}{2g}$$

أو علي الصورة

$$\text{Total Energy} = Z + \frac{P}{\omega} + \frac{v^2}{2g}$$

وبناءاً علي نظرية برنولي فإن الطاقة لوحدة الوزن تكون ثابتة للسائل المثالي أي أن:

$$H = Z + \frac{P}{\omega} + \frac{v^2}{2g} = \text{constant}$$

حيث أن:

H هو الطاقة الكلية لوحدة الوزن عند النقطة موضع الدراسة ويسمي ثابت برنولي ووحداته m

Z ارتفاع النقطة فوق مستوي المقارنة ووحداته m

P ضغط السائل N/m^2

ω الوزن النوعي للسائل بوحدة N/m^3

v سرعة السائل بوحدات m/s

g عجلة الجاذبية بوحدات m/s^2

أمثلة محلولة

مثال (1):

يتدفق ماء خلال ماسورة قطرها 5 سم تحت ضغط 29.43 نيوتن/سم^2 وبسرعة 2 متر/ثانية. أوجد الطاقة الكلية لوحدة الوزن للماء (أو الضاغط الكلي) عند نقطة ترتفع عن مستوي المقارنة 5 متر.

Given:

d = 5 cm = 0.05 m

P = 29.43 N/cm^2 = 29.43 × 10^4 N/m^2

v = 2 m/s

Z = 5 m

Req.:

H = ???

Solution:

$$H = Z + \frac{P}{\omega} + \frac{v^2}{2g}$$

$$= 5 + \frac{29.43\times10^4}{1000\times9.81} + \frac{(2)^2}{2\times9.81}$$

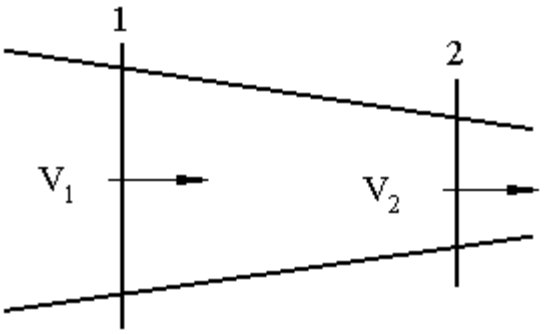
= 5 + 30 + 0.204

= 35.204 m

مثال (2):

يتدفق ماء خلال ماسورة أفقية قطرها عند الدخول والخروج 20 سم و 10 سم علي الترتيب وسرعة الماء عند الدخول 4 متر/ثانية.

أوجد ضاغط السرعة عند الدخول والخروج؟ وأوجد كذلك معدل التصرف باللتر/ثانية؟



Given:

d_1 = 20 cm = 0.2 m

d_2 = 10 cm = 0.1 m

v_1 = 4 m/sec

Req.:

a) $\frac{v_1^2}{2g}$ and $\frac{v_2^2}{2g}$

b) Q = ???

Solution:

a) Velocity head at 1 = $\frac{v_1^2}{2g}$

$$= \frac{(4)^2}{2 \times 9.81} = 0.815 \text{ m}$$

ومن معادلة الاستمرار

$a_1 v_1 = a_2 v_2$

$\frac{\pi}{4} \times (0.2)^2 \times 4 = \frac{\pi}{4} \times (0.1)^2 \times v_2$

v_2 = 16 m/s

velocity at 2 = $\frac{v_2^2}{2g}$

$= \frac{(16)^2}{2 \times 9.81} = 83.04$ m

b) $Q = a_1 v_1$

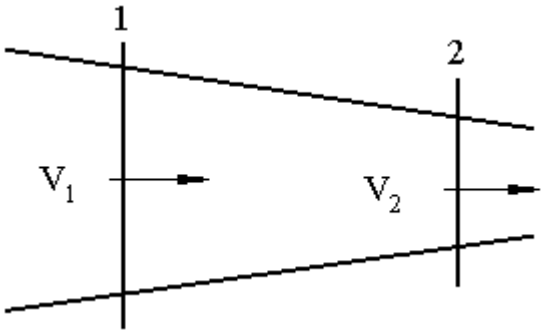
$\frac{\pi}{4} \times (0.2)^2 \times 4 = 0.1256$ m^3/s

Q in lit/s = 0.1256 × 1000

= 125.6 lit/s

مثال (3):

ماســورة أفقية قطرها عند الدخول والخروج هو 25 ســم و 15 ســم علي الترتيب، يتدفق خلالها ماء بتصرف 60 لتر/ ثانية. فإذا كان الضغط عند الدخول يساوي 1 بار. أوجد ضغط الماء عند الخروج بوحدات البار؟



Given:

$d_1 = 25$ cm = 0.25 m

$d_2 = 15$ cm = 0.15 m

$Q = 60$ lit/s = $\frac{60}{1000} = 0.06$ m^3

$P_1 = 1$ bar = 10^5 N/m^2

Req.:

P_2 = ???

Solution:

بما أن الماسورة أفقية سنعتبر سطح المقارنة Datum line هو محور الماسورة وهذا يعني أن ضاغط الوضع عند المدخل والمخرج 1، 2 يساوي صفر أن: $Z_1 = Z_2 = 0$

ومن معادلة الاستمرار

$Q = a_1 v_1 = a_2 v_2$

وحيث أن

$a_1 = \frac{\pi}{4} (0.25)^2 \cong 0.05 \text{ m}^2$

$a_2 = \frac{\pi}{4} (0.15)^2 \cong 0.02 \text{ m}^2$

$\therefore v_1 = \frac{Q}{a_1} = \frac{0.06}{0.05} = 1.2 \text{ m/s}$

$v_2 = \frac{Q}{a_2} = \frac{0.06}{0.02} = 3 \text{ m/s}$

ومن معادلة برنولي:

$Z_1 + \frac{P_1}{\omega} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\omega} + \frac{V_2^2}{2g}$

$0 + \frac{10^5}{1000 \times 9.81} + \frac{(1.2)^2}{2 \times 9.81} = 0 + \frac{P_2}{1000 \times 9.81} + \frac{(3)^2}{2 \times 9.81}$

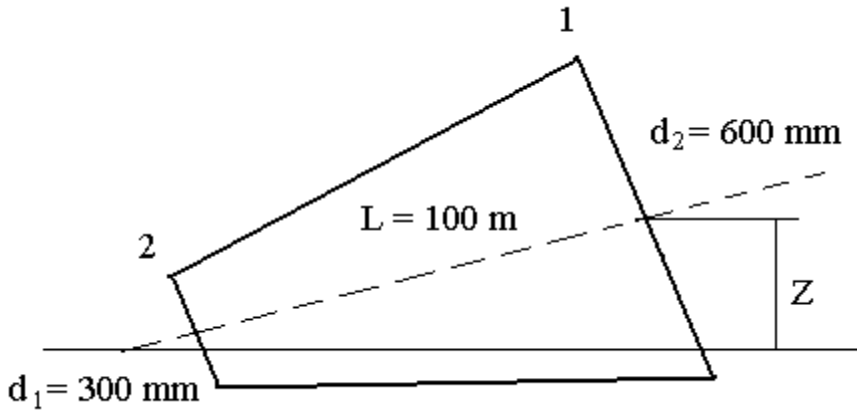
$P_2 = 96220 \text{ N/m}^2$

$P_2 \text{ in bar} = \frac{96220}{10^5} \cong 0.96 \text{ bar}$

مثال (4):

يتدفق ماء خلال ماســـورة طولها 100 متر وتنحدر بمقدار $\frac{1}{30}$ وقطرها عند النهاية العليا 600 مم وعند النهاية الســـفلي 300 مم فإذا علمت أن تصرـــف الماســـورة 50 لتر/ثانية

والضـغط عند النهاية العليا 19.62 نيوتن/سـم^2 أوجد الضـغط بوحدات البار عند النهاية السفلي.



Given:

L = 100 m

d_1 = 600 mm = $\frac{600}{1000}$ = 0.6 m

d_2 = 300 mm = 0.3 m

P_1 = 19.62 N/cm^2 = 19.62 × 10^4 N/m^2

Slope = $\frac{1}{30}$

Q = 50 lit/s = $\frac{50}{1000}$ = 0.05 m^3/s

Req.:

P_2 = ???

Solution:

نختار مستوي المقارنة المار بالنقطة 2 أي أن:

Z_2 = 0

وحيث أن الانحدار $\frac{1}{30}$ يعني أن كل 30 متر من طول الماسـورة فإنها تنحدر لأسـفل 1 متر رأسياً وحيث أن طول الماسورة 100 متر فإن:

$Z_1 = 100 \times \frac{1}{30} = \frac{10}{3}$ m

$v_1 = \frac{Q}{a_1} = \frac{0.05}{\frac{\pi}{4}(0.6)^2} \cong 0.18$ m/s

$v_2 = \frac{Q}{a_2} = \frac{0.05}{\frac{\pi}{4}(0.3)^2} \cong 0.71$ m/s

وبتطبيق معادلة برنولي بين القطاعين 1 ، 2 نجد أن:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\omega} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\omega} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{10}{3} + \frac{19.62 \times 10^4}{1000 \times 9.81} + \frac{(0.18)^2}{2 \times 9.81} = 0 + \frac{P_2}{1000 \times 9.81} + \frac{(0.71)^2}{2 \times 9.81}$$

$$23.34 = \frac{P_2}{1000 \times 9.81} + 0.03$$

$$23.31 = \frac{P_2}{1000 \times 9.81}$$

$P_2 = 228573$ N/m^2

P_2 in bar $= \frac{228573}{10^5}$

$\cong 2.29$ bar

التمرين الخامس

1) ماسورة قطرها 100مم يتدفق خلالها ماء تحت ضغط 19.62 نيوتن/سم^2 وبسرعة 3 متر/ثانية. أوجد الضاغط الكلي للماء عند القطاع الذي يرتفع 8 متر عن مستوي المقارنة.

Ans.: 28.5 m

2) يتدفق ماء خلال ماسورة أفقية قطرها عند الدخول والخروج هو 40 سم ، 20 سم علي الترتيب، وسرعة الماء عند الدخول كانت 5 متر/ثانية. أوجد ضاغط السرعة عند الدخول والخروج بوحدات المتر؟ وكذلك معدل التصرف بوحدات اللتر/ثانية.

Ans.: 1.27 m , 20.39 m, 628 lit/sec

3) ماء يتدفق خلال ماسورة قطرها عند الدخول 30 سم ويقع علي ارتفاع 3 متر فوق مستوي المقارنة وقطرها عند الخروج 15 سم ويقع علي ارتفاع 3 متر فوق مستوي المقارنة. فإذا علمت أن معدل التصرف يساوي 40 لتر/ثانية والضغط عند الدخول 29.43 نيوتن/سم^2. أوجد الضغط عند الخروج بوحدات البار؟

Ans.: 3.22 bar

4) ماسورة طولها 50 متر وتنحدر لأسفل بمقدار $\frac{1}{40}$ وقطرها عند النهاية العليا 40 سم وعند النهاية السفلي 20 سم يتدفق خلالها ماء بمعدل 60 لتر/ثانية. فإذا علمت أن الضغط عند النهاية العليا للماسورة هو 245.25 نيوتن/سم^2. أوجد الضغط عند النهاية السفلي للماسورة بوحدات البار؟

Ans.: 2.45 bar

معادلة برنولي للمائع الحقيقي

Bernoulli's equation for real fluid:

تفترض معادلة برنولي للمائع المثالي، كما ذكرنا من قبل، بأن لزوجة المائع تكون منعدمة وبالتالي فإن الاحتكاك يمكن إهماله ولذلك فإن مجموع أشكال الطاقة الثلاثة، طاقة الحركة وطاقة الوضع وطاقة الضغط تكون ثابتة من نقطة إلي أخرى. أما بالنسبة للمائع الحقيقي فإن جزء من الطاقة يتحول إلي طاقة حرارية بسبب اللزوجة والاحتكاك ولا يمكن استرداد هذه الطاقة لأنها تتسرب إلي الجو بعكس الأشكال الثلاثة السابقة من الطاقة التي تتبادل مع بعضها ويمكن تحويل أي شكل منها إلي الآخر. وعلي ذلك يعتبر الجزء من الطاقة الذي يتحول إلي طاقة حرارية طاقة مفقودة ويرمز لها بالرمز h_L .

ولذلك تعدل معادلة برنولي للمائع الحقيقي يبن النقطتين 1، 2 لتصبح علي الصورة التالية:

$$E_1 = E_2 + h_L$$

$$Z_1 + \frac{P_1}{\omega} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\omega} + \frac{V_2^2}{2g} + h_L$$

حيث أن:

E_1 هي الطاقة الكلية عند نقطة 1

E_2 هي الطاقة الكلية عند نقطة 2

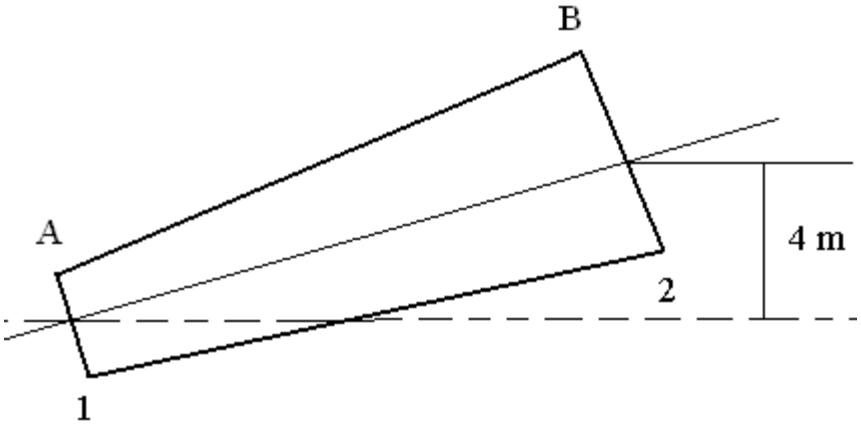
h_L هي الفاقد في الطاقة من نقطة 1 إلي نقطة 2

أمثلة محلولة

مثال (1):

يتدفق زيت كثافته النسـبية 0.87 وبتصرـف 200 لتر/ثانية خلال أنبوبة قطرها عند نقطة A هو 200 مم وقطرها عند نقطة B هو 500 مم علماً بأن نقطة B ترتفع عن نقطة A بمقدار 4 متر والضـغط عند نقطة A, B عو 9.81 نيوتن/سـم^2 و 5.886 نيوتن/سـم^2 علي الترتيب

أوجد الفاقد في الطاقة بوحدات المتر؟ واتجاه السريان؟



Given:

d_1 = 200 mm = 0.2 m

d_2 = 500 mm = 0.5 m

وبفرض أن خط المقارنة مار بالنقطة 1 فإن:

$Z_1 = 0$

Z_2 = 4 m

$Q = 200 \text{ lit/sec} = \frac{200}{1000} = 0.2 \text{ m}^3/\text{sec}$

$P_1 = 9.81 \text{ N/cm}^2 = 9.81 \times 10^4 \text{ N/m}^2$

$P_2 = 5.886\ N/cm^2 = 5.886 \times 10^4\ N/m^2$

Req.:

a) h_L

b) direction of flow

Solution:

$$v_1 = \frac{Q}{a_1} = \frac{0.2}{\frac{\pi}{4}(0.2)^2} = 6.4\ m/s$$

$$v_2 = \frac{Q}{a_2} = \frac{0.2}{\frac{\pi}{4}(0.5)^2} = 1.02\ m/s$$

وبفرض أن السريان في الاتجاه نم نقطة A إلي نقطة B فإن:

$E_1 = E_2 + h_L$

$$Z_1 + \frac{P_1}{\omega} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\omega} + \frac{V_2^2}{2g} + h_L$$

$$0 + \frac{9.81\times10^4}{1000\times0.87\times9.81} + \frac{(6.4)^2}{2\times9.81}$$

$$= 4 + \frac{5.882\times10^4}{1000\times0.87\times9.81} + \frac{(1.02)^2}{2\times9.81} + h_L$$

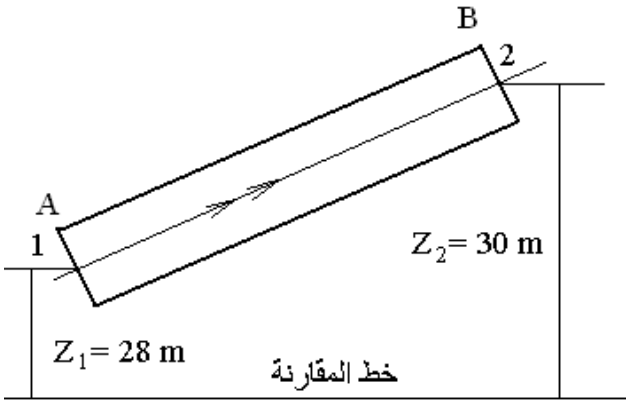
$13.6 = 10.95 + h_L$

$h_L = 13.6 - 10.95 = 2.65m$

وحيث أن إشارة h_L موجبة فإن اتجاه السريان هو من نقطة A إلي نقطة B وقيمة الفاقد في الطاقة بوحدات المتر هي 2.65 متر.

مثال (2):

يتدفق ماء خلال أنبوبة قطرها 400 مم وبسرعة 25 متر/ثانية فإذا عملت أن الضغط عن نقطة A هو 29.43 نيوتن/سم^2 وعند نقطة B هو 22.563 نيوتن/سم^2 وارتفاع كل من A, B عن خط المقارنة هو 28 متر، 30 متر علي الترتيب أو الفقد في الطاقة بوحدات المتر.



Given:

$d_1 = d_2 = 400\ mm = 0.4\ m$

$P_1 = 29.43\ N/cm^2 = 29.43 \times 10^4\ N/m^2$

$P_2 = 22.563\ n/cm^2 = 22.563 \times 10^4\ N/m^2$

$v_1 = v_2 = 25\ m/s$

$Z_1 = 28\ m$

$Z_2 = 30\ m$

Req.:

h_L = ???

Solution:

$E_1 = E_2 + h_L$

$$Z_1 + \frac{P_1}{\omega} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\omega} + \frac{V_2^2}{2g} + h_L$$

$$28 + \frac{29.43\times10^4}{1000\times9.81} + \frac{(25)^2}{2\times9.81} = 30 + \frac{22.563\times10^4}{1000\times9.81} + \frac{(25)^2}{2\times9.81} + h_L$$

$89.85 = 84.85 + h_L$

$h_L = 89.85 - 84.85 = 5$ m

خط الطاقة الكلية وخط الميل الهيدروليكي

Total energy line and hydraulic gradient line:

خط الطاقة الكلية T.E.L:

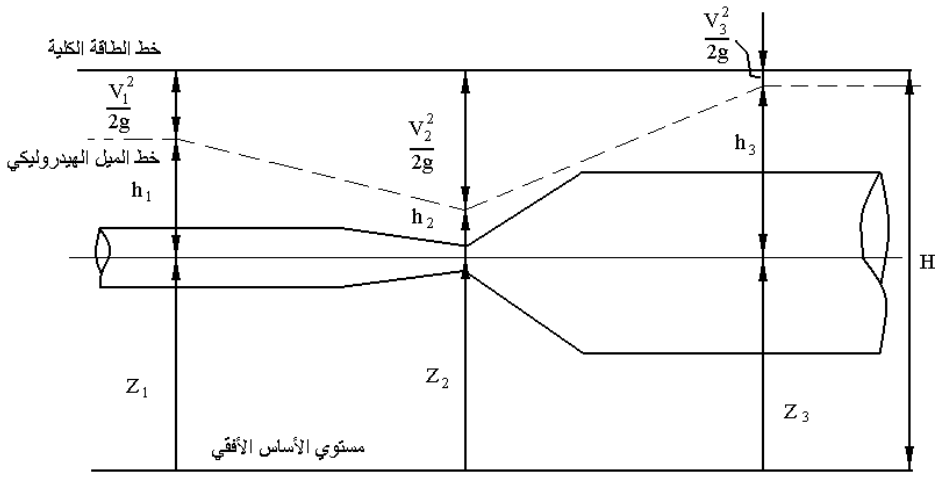
يعرف خط الطاقة الكلية بأنه الخط المار بجميع النقط التي تمثل مجموع كل من طاقة الوضع وطاقة الضغط وطاقة الحركة لمائع يتدفق خلال أنبوبة بالنسبة لمستوي أساس أفقي (أو خط مقارنة أفقياً) أما إذا كان مستوي الأساس الأفقي هو محور الأنبوبة التي يتدفق خلالها المائع فإن خط الطاقة الكلية يعرف بأنه الخط المار بجميع النقط التي تمثل مجموع طاقتي الضغط والحركة فقط بالنسبة لمحور الأنبوبة.

خط الميل الهيدروليكي .H.G.L:

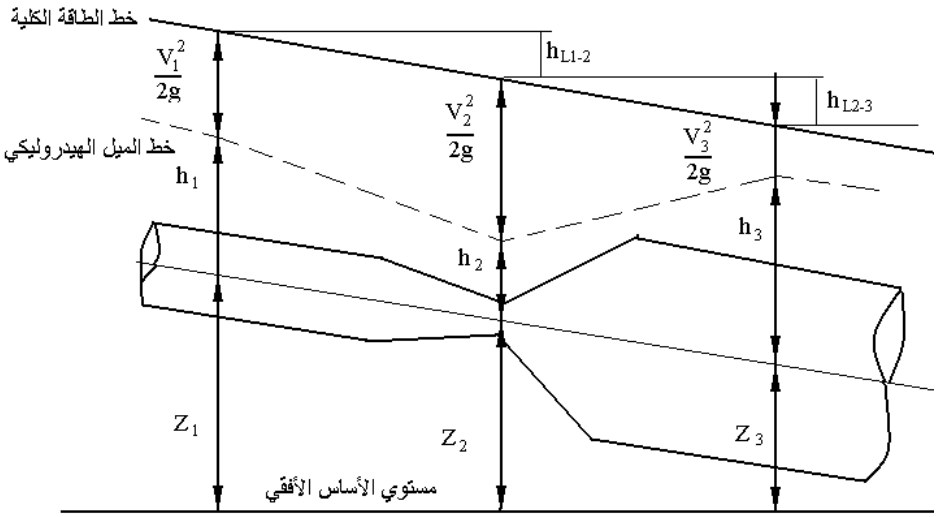
يعرف خط الميل الهيدروليكي بأنه الخط المار بجميع النقط التي تمثل مجموع طاقتي الضغط والوضع فقط لمائع يتدفق خلال أنبوبة وذلك بالنسبة لمستوي أساس أفقي (أو خط مقارنة أفقي) أما إذا كان خط المقارنة هو محور الأنبوبة التي يتدفق خلالها المائع فإن خط الميل الهيدروليكي في هذه الحالة يعرف بأنه الخط المار بجميع النقط التي تمثل طاقة الضغط فقط بالنسبة لمحور الأنبوبة.

والأشكال التالية تمثل خط الطاقة الكلية وخط الميل الهيدروليكي لمائع مثالي Ideal fluid وآخر حقيقي Real fluid

أولاً: خط الطاقة الكلية وخط الميل الهيدروليكي لمائع مثالي.



أولاً: خط الطاقة الكلية وخط الميل الهيدروليكي لمائع حقيقي.



التمرين السادس

1) يتدفق ماء خلال أنبوبة قطرها 30 سم وبسرعة 20 متر/ثانية فإذا علمت أن الضغط عند نقطة A, B هي 34.335 نيوتن/سم^2 و 29.43 نيوتن/سم^2 علي الترتيب وارتفاع نقطة A عن مستوي المقارنة هو 25 متر وارتفاع نقطة B هو 28 متر

احسب الفاقد في الضاغط الكلي بين النقطتين A, B ؟

Ans.: 2 m

2) يتدفق سائل كثافته النسبية 0.8 خلال أنبوبة بتغير قطرها من 300 مم عند نقطة A إلي 500مم عند نقطة B فإذا علمت أن نقطة B ترتفع 5 متر عن نقطة A والضغط عند A هو 19.62 نيوتن/سم^2 والضغط عند B 14.91 نيوتن/سم^2 ومعدل تصرف السائل هو 150 لتر/ثانية

احسب الفاقد في الضاغط الكلي بين النقطتين A, B ؟ وكذلك اتجاه السريان

3) ارسم خط الطاقة الكلية وخط الميل الهيدروليكي لكل من المسألة رقم 1 ورقم 2

الفصل الخامس

سريان الموائع خلال المواسير والمجاري

Fluids Flow in Pipes and Ducts

سريان الموائع خلال المواسير والمجاري

Fluids Flow in Pipes and Ducts

الهدف العام: التعرف على سريان الموائع خلال المواسير والمجاري

الأهداف:

1. ان يتعرف الطالب ما المقصود برقم رينولدز
2. ان يتعرف الطالب علي الأسس الفيزيائية لرقم رينولدز
3. ان يتعرف الطالب ما المقصود بالهبوط في الضغط ومعامل الاحتكاك
4. ان يتعرف الطالب ما المقصود بمخطط مودي
5. ان يتعرف الطالب ما المقصود بهبوط الضغط خلال وصلات المواسير Pressure Drop in Fittings
6. ان يتعرف الطالب ما المقصود بالمضخات ومتطلبات الضخ Pumps And Pumping Requirements
7. ان يتعرف الطالب ما المقصود بهبوط الضغط فى مجاري الهواء Pressure Drop In Air Duct Flow
8. ان يتعرف الطالب علي كيفية اختيار حجم المروحة
9. ان يتعرف الطالب كيفية تقدير الفقد الكلي للضغط فى مجرى (مسلك) هوائي

سريان الموانع خلال المواسير والمجاري

Fluids Flow in Pipes and Ducts

مقدمة:

تحتاج أنظمة التكيف والتبريد والتدفئة إلى المراوح والمضخات لضخ الهواء والماء في هذه الأنظمة ولاختيار وتحديد هذه الأجهزة نحتاج لحساب ضغوطها وفقدان الضغط خلال المواسير والمجاري. هذه المسائل والتساؤلات ذات العلاقة بها مثل سريان الموائع في كثير من المعدات في المصانع المختلفة يمكن حلها باستخدام قوانين سريان المائع. يندفع المائع في الأنبوب بسبب الضغط المؤثر عليه من مصدر ما. لو قسنا الضغط على امتداد الأنبوب من المد خل إلى المخرج لوجدناه يتناقص كلما ابتعدنا عن مصدر الضغط وبالتالي فإنه يفقد بعضا من طاقته وهذا الفقد في الطاقة والذي غالبا ما يعبر عنه كهبوط في الضغط يعود سببه إلى الاحتكاك أو المقاومة التي تبديها جدران الأنبوب وكذلك نتيجة للمقاومة الناتجة من إجهاد القص على الأسطح ومن قوة اللزوجة الناتجة من سريان طبقات السائل (رقائقي — دوامي). ولمعرفة نوع السريان فقد أجرى عالم يدعى رينولدز تجربة استطاع بها تحديد نوع السريان. وبالتالي صار لمعرفة نوع السريان لابد من حساب رقم عرف برقم ذلك العالم وهو رينولدز.

الأسس الفيزيائية لرقم رينولدز:

عندما يسري مائع في أنبوب بسرعة محددة ولتكن v يلاحظ وجود نوعين من القوى تؤثر على هذا المائع، قوة استمرارية السريان تسمى قوة القصور الذاتي وهي تتناسب مع الكثافة ومربع السرعة، وقوة أخرى تقاوم إجهاد القص وهي ما يعرف بالقوة اللزجة وتتناسب هذه القوة طرديا مع السرعة واللزوجة وعكسيا مع قطر الأنبوب. والنسبة بين قوى القصور الذاتي إلى قوى اللزوجة هي ما عرف برقم رينولدز. وعليه فان رقم رينولدز يعطى بالمعادلة التالية:

$$R_e = \frac{\rho \times v \times D}{\mu} \qquad (3.38)$$

حيث:

ρ : هي كثافة المائع.

d : قطر الأنبوب.

v: سرعة جريان المائع.

μ : هي لزوجة المائع

واضح أنه كلما زادت قوى القصور الذاتي نسبة لقوى اللزوجة كلما اقترب سريان المائع من حالة الاضطراب وكلما زادت قوة اللزوجة على حساب قوى القصور الذاتي كلما كان السريان هادئا واقترب من السريان الرقائقي ولذلك كثيرا ما يسمى السريان الرقائقي بالسريان اللزج. تحدد قيمة رقم رينولدز نوع انسياب المائع. فعندما تكون قيمة رقم رينولدز أصغر من أو تساوي 2100 يكون الانسياب رقائقيا. وعندما تكون قيمة رقم رينولدز أكبر من أو تساوي 10000 فان الانسياب يسمى انسيابا مضطربا أو دوامي. وعندما يكون رقم رينولدز أكبر من 2100 وأصغر من 10000 فان الانسياب يسمى انسيابا انتقاليا أي بين الرقائقي والمضطرب.

مثال (٣- ٢٠):

احسب معدل سريان مائع في ماسورة حديد قطرها 5 سم إذا كانت كثافة المائع 1050 كجم/متر مكعب ولزوجته تساوي $\mu = 995*10^{-6}$ Pa.sec. خذ رقم رينولدز 10000.

الحل:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \times v \times D}{\mu} = 10000$$

$$\therefore v = \frac{\mu \times 10000}{\rho \times D} = \frac{995 \times 10^{-6} \times 10000}{1050 \times 0.05} = 0.1895 \ {}^{m}/_{\sec}$$

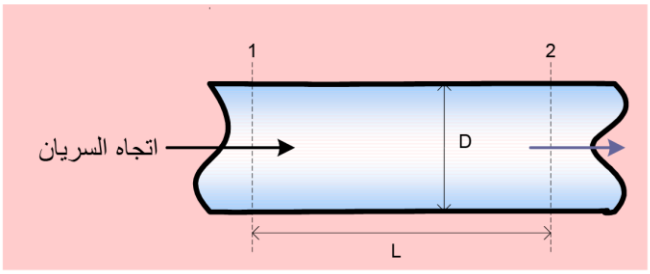
$$Q = A \times v = \tfrac{\pi}{4} \times (0.05)^2 \times 0.1895 = 3.72 \times 10^{-4} \ {}^{m^3}/_{\sec}$$

$$\therefore Q = 0.372 \ {}^{lit}/_{\sec} = 22.3 \ {}^{lit}/_{\min}$$

الهبوط في الضغط ومعامل الاحتكاك:

وكما ذكرنا أن هناك هبوطاً في ضغط المائع وهو من التأثيرات التي لابد للمضخة في حالة الماء (سوائل) أو المروحة في حالة الهواء (غازات) أن تتغلب عليها. وعليه لابد من حساب ذلك الهبوط في الضغط على امتداد طول الأنبوب أو المجري عند سريان مائع خلال ماسورة فإن القوى التي يجب التغلب عليها تأتي من عدة مصادر فبالإضافة لقوى الاحتكاك الناتجة من إجهاد القص عند الأسطح، هناك قوة الجاذبية وقوة تغيير اتجاه المائع. القوى الناتجة من الاحتكاك تختلف باختلاف رقم رينولدز وما يسمى بخشونة السطح surface roughness.

قوي الاحتكاك تفقد المائع الذي يسري بعضا من طاقته. هذه الطاقة غالبا ما يعبر عنها كهبوط في الضغط pressure drop أو فقدان في عمود الطاقة energy head loss ويعرف هذا الهبوط أو الفقدان بفاقد الاحتكاك أو عمود الاحتكاك friction head loss.



شكل (٣ - ٢٣) كيفية حساب الهبوط في الضغط خلال مقطع من ماسورة

إذا أخذنا مقطعا من أنبوب ما كما هو موضح في الشنكل (٣- ٢٣) فإن الهبوط في الضغط بين المقطعين (1) و (2) يعطى بواسطة المعادلة التالية:

$$p_1 - p_2 = f \times \frac{l}{D} \times \frac{v^2}{2} \times \rho \qquad (3-39)$$

حيث f هو معامل الاحتكاك، v هي سرعة المائع، و ρ هي كثافة المائع.

الجدير بالملاحظة هنا أن الهبوط في الضغط في هذه المعادلة وحداته N/m^2

يمكن كتابة معادلة الهبوط في الضغط كعمود ضغط H كالتالي:

$$H_f = \frac{p_1 - p_2}{\rho \times g} = f \times \frac{l}{D} \times \frac{v^2}{2g} \qquad (3-16)$$

ووحدات عمود الضغط كما نعرف هي m.

ولمعرفة هذا الهبوط في الضغط يجب معرفة أو حساب:

- رقم رينولدز $R_e = \frac{\rho \times v \times D}{\mu}$
- الخشونة النسبية للأسطح (Relative roughness) وهي نسبة الخشونة المطلقة إلى قطر الماسورة $\frac{\epsilon}{D}$ (انظر الجدول)
- معامل الاحتكاك (f)

المادة (material)	$\frac{\epsilon}{mm}$
فولاذ البرشام Riveted Steel	0.9-9
الخرسانة Concrete	0.3-3
حديد زهر Cost Iron	0.26
حديد مجلفن Galvanized Iron	0.15
حديد زهر مسفلت Asphalted Cast Iron	0.12
فولاذ تجاري Commercial Steel	0.046
أنابيب مسحوبة Drawn Tubing	0.0015
زجاج Glass	Smooth

جدول (٣ - ٢) الخشونة المتوسطة لبعض المواسير التجارية

مخطط مودي

هذا المخطط (Moody Diagram) نسبة إلى مصممه مودي (1944) عبارة عن تمثيل عام لكل عوامل هبوط الضغط في أنواع المواد المستخدمة في المجاري والمواسير لسريان المائع (أو الموائع) كمعامل الاحتكاك Friction Factor ورقم رينولدز Reynolds Number وخشونة الأسطح وهناك عدة ظواهر يمكن ملاحظتها عن هذا المخطط:

- إذا كان رقم رينولدز صغيرا جدا، أي أن الانسياب رقائقي:

$$R_e \leq 2\times10^3$$

فإن معامل الاحتكاك لا يعتمد على الخشونة النسبية وعلاقته خطية مع رقم رينولدز ويمكن حسابه من المعادلة التالية:

$$f = \frac{64}{\mathrm{Re}} \qquad (3.41)$$

- في حالة الانسياب الدوامي إذا كان رقم رينولدز $\mathrm{Re} \geq 4\times10^3$ والخشونة النسبية أقل من 0.001 أي أن الماسورة ملساء Smooth Pipe يمكن حساب معامل الاحتكاك من المعادلة:

$$f = \frac{0.316}{\mathrm{Re}^{0.25}} \qquad (3.42)$$

- إذا كان عدد رينولدز كبيرا جدا فإن معامل الاحتكاك لا يعتمد على رقم رينولدز والسريان يكون دواميا وهذا الجزء من مخطط مودي يعرف بمنطقة الماسورة الخشن Rough Pipe Zone.
- بين الحالتين السابقتين يوجد جزء يكون فيه معامل الاحتكاك دالة في عدد رينولدز والخشونة النسبية

(الخشونة النسبية هي نسبة الخشونة المطلقة (ϵ) إلى قطر الماسورة D)

وهذه المنطقة تعرف بالمنطقة الانتقاليةTransitional Zone انظر الشكل لمخطط مودي والخشونة النسبية.

مثال:

أوجد الهبوط في الضغط في أنبوب طوله 15m وقطره 6mm يحمل زيتاً هيدروليكيا لزوجته μ=0.014 Pa.sec وسرعته خلال الأنبوب 2 m/sec وكثافته $848\ kg/m^3$.

الحل:

نحسب رقم رينولدز

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \times v \times D}{\mu} = \frac{848 \times 2 \times 0.006}{0.014} = 727$$

ولأن رقم رينولدز أقل من 2100 فالانسياب رقائقي.

إذن يمكن حساب معامل الاحتكاك من المعادلة:

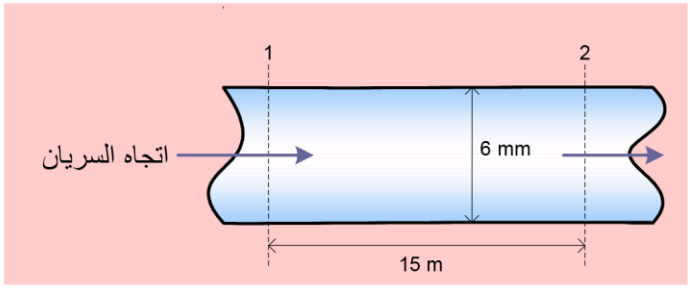
$$f = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

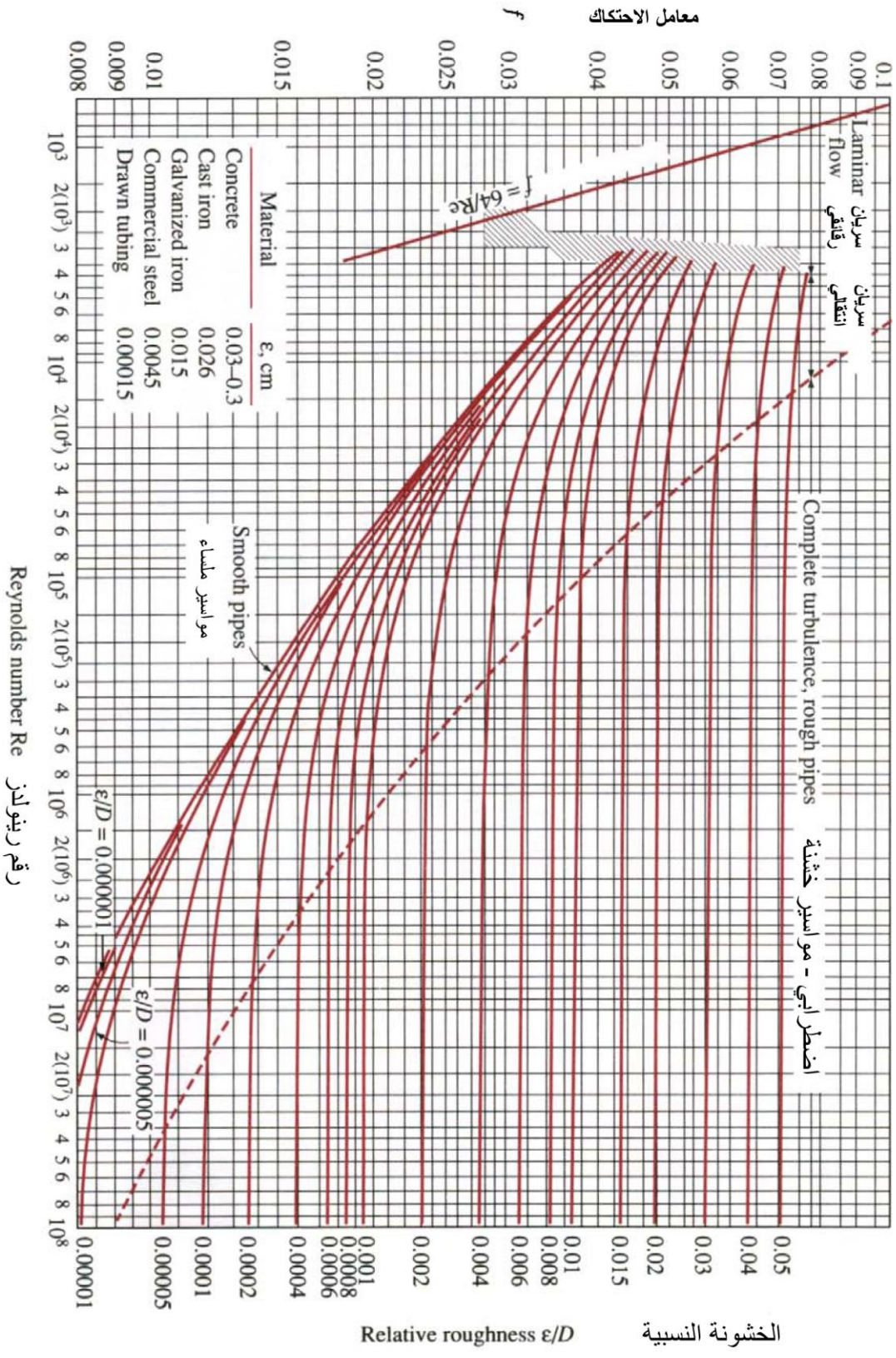
$$f = \frac{64}{727} = 0.088$$

وبالتالي يمكن حساب الهبوط في الضغط نتيجة الاحتكاك من القانون:

$$p_1 - p_2 = f \times \frac{l}{d} \times \frac{v^2}{2} \times \rho$$

$$p_1 - p_2 = \Delta p = 0.088 \times \frac{15}{0.006} \times \frac{2^2}{2} \times 848 = 373.12\ kpa$$





شكل (٣- ٢٤) مخطط مودي Moody Diagram

مثال (٢):

احسب هبوط الضغط (ΔP) في ماسورة صرف صحي طولها 10m إذا كان معدل السريان Q = 20 l /min قطرها 3.81cm وكثافة السائل $1030kg/m^3$ ولزوجته $\mu = 50\times10^{-3}Pa.sec$

الحل:

نحسب السرعة:

$$Q = 20\ {}^{l}\!/_{min} \quad = 0.02\frac{m^3}{min} \quad = \frac{0.02}{60}\ {}^{m^3}\!/_{sec} \quad = 3.333\times10^{-4}\ {}^{m^3}\!/_{sec}$$

ولكن:

$$Q \quad = A\times v$$

$$\therefore v \quad = \frac{Q}{A} = \frac{3.333\times10^{-4}}{\frac{\pi}{4}\times(0.0381)^2} \quad = 0.292\ {}^{m}\!/_{sec}$$

$$= 0.292\ \frac{m}{\sec}$$

نحسب رقم رينولدز لتحديد نوعية الانسياب

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\times v\times D}{\mu} \quad = \frac{1030\times0.292\times0.0381}{50\times10^{-3}} \quad = 229.2$$

$$\because \quad \mathrm{Re} \leq \quad 2100$$

إذن الانسياب رقائقي Laminar Flow

$$\Delta p = f\ \frac{l}{D}\ \frac{V^2}{2}\rho$$

في حالة الانسياب الرقائقي $f = \frac{64}{\mathrm{Re}}$

$$f = \quad \frac{64}{229.2} \quad = 0.279$$

نحسب الهبوط في الضغط

$$\Delta p = \quad 0.279\times\frac{10}{0.0381}\times\frac{(0.292)^2}{2}\times1030 = 3215.5\ Pa$$

مثال (٣):

احسب هبوط الضغط عندما تسري 3 L/sec من الماء عند درجة حرارة 80°C خلال ماسورة فولاذ تجاري قطرها 52.5mm وطولها 40m

خذ كثافة الماء عند درجة 80°C تساوي $971.64\ kg/m^3$

ولزوجة الماء عند درجة 80°C تساوي $0.358*10^{-3}\ Pa.sec$

الحل:

$$Q = 3\ {}^{L}\!/_{\sec} = 0.003\ {}^{m^3}\!/_{\sec}$$

نحسب سرعة الماء

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.003}{\frac{\pi}{4}(0.0525)^2} = 1.386\ {}^{m}\!/_{\sec}$$

نحسب عدد رينولدز

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \times v \times D}{\mu} = \frac{971.64 \times 1.386 \times 0.0525}{0.358 \times 10^{-3}} = 197500 \approx 200000$$

بما أن رقم رينولدز أكبر من 40000 إذن الانسياب دوامي.

لذا نحسب الخشونة النسبية ونستخدم مخطط مودي.

خشونة الفولاذ التجاري تساوي $\varepsilon = 0.000046$ m

إذن الخشونة النسبية للفولاذ التجاري.

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.000046}{0.0525} = 0.000876$$

إذن باستخدام مخطط مودي عند $\mathrm{Re} = 197500$ والخشونة النسبية 0.000876

$$f = 0.0208$$

يمكن حساب الهبوط في الضغط

$$\therefore \Delta p = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2} \rho$$

$$= 0.0208 \times \frac{40}{0.0525} \frac{(1.386)^2}{2} \times 971.64 = 14.8\ kPa$$

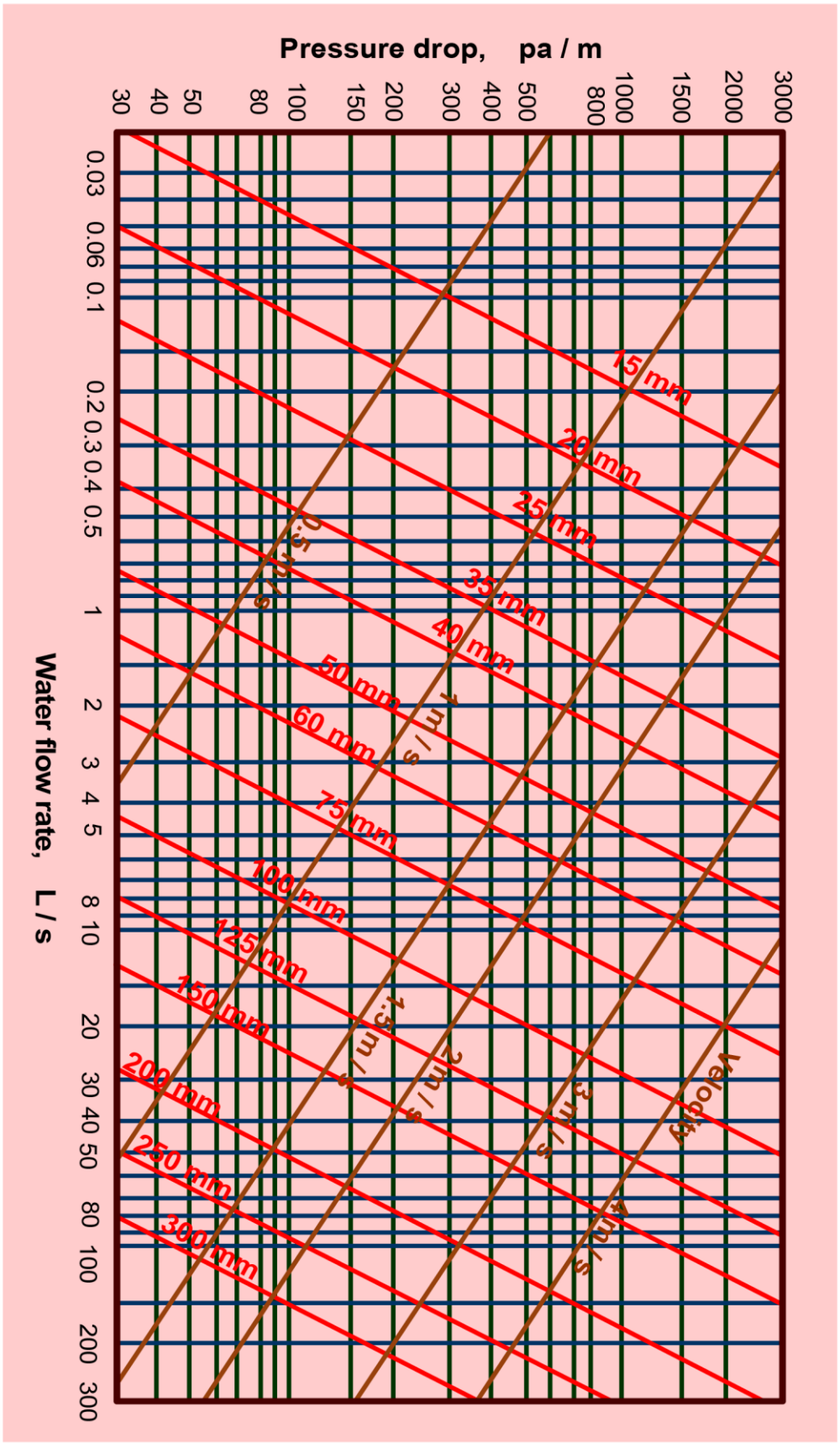
هناك بعض المصممين الذين أنشأوا مخططاتهم الخاصة لهبوط الضغط في المتر الواحد للماء عند درجة حرارة معينة وذلك بمعرفة معدل السريان الحجمي وسرعة السريان وقطر الماسورة للفولاذ التجاري. ولكي يتمكنوا من معرفة هبوط الضغط عند درجات حرارة أخرى أنشأوا مخططا آخر لتعديل هبوط الضغط في درجة الحرارة المعينة. ومعامل التصحيح Correction Factor أو التعديل هو دالة في درجة الحرارة وسرعة سريان السائل وهو ما يتضح في الشكل (٣- ٢٥) و (٣- ٢٦).

ففي المثال السابق إذا كان قطر الماسورة 50mm يمكن قراءة هبوط الضغط في المتر الواحد 425pa/m ويمكن تصحيح هذا الرقم في الشكل (٣- ٢٤) عند $80°C$ وسرعة 1.386m/sec بمعامل قدره 0.88.

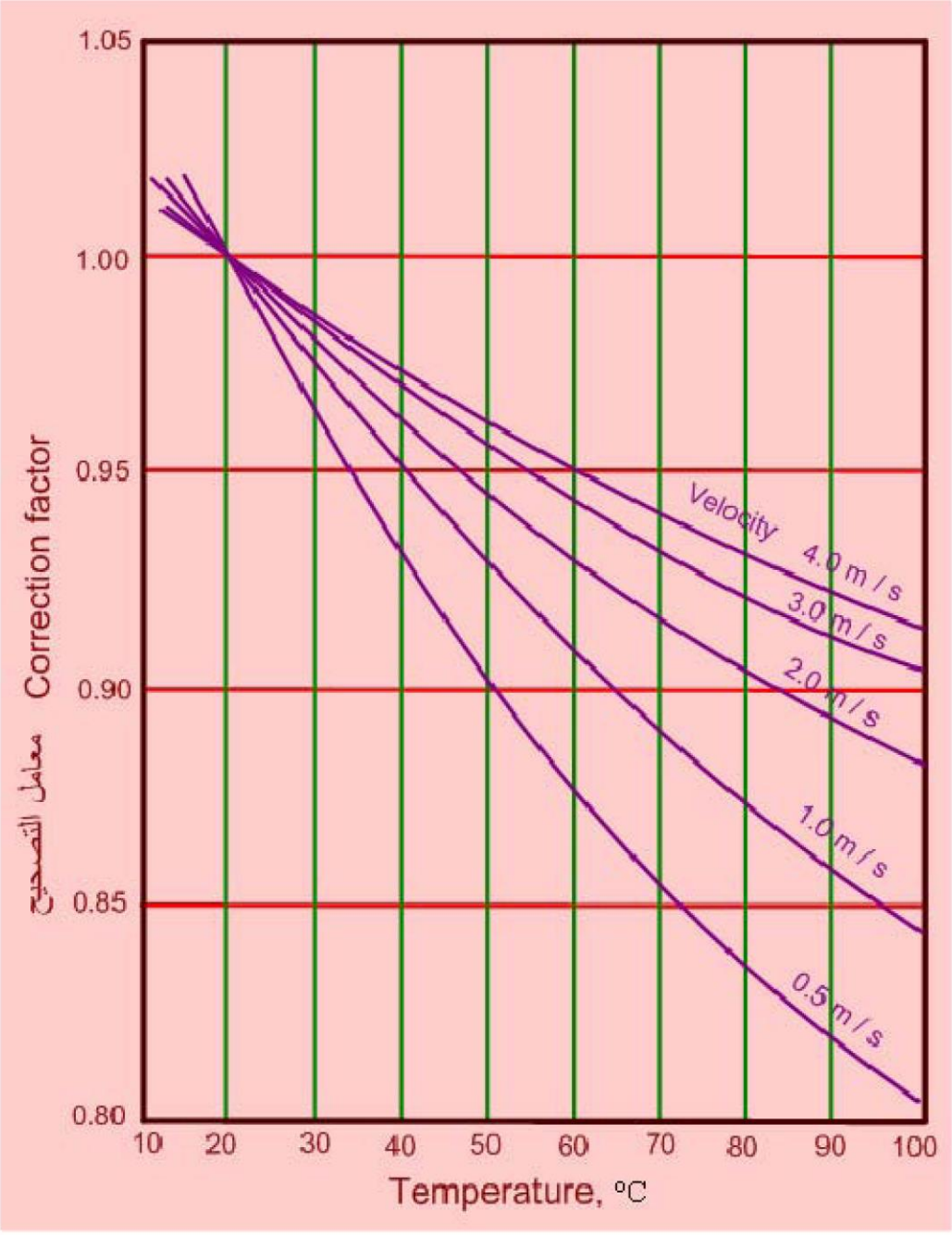
$$\therefore \frac{\Delta p}{m} = 425 \times 0.88 = 374 Pa/m$$

التعديل في هبوط الضغط لـ 40 m

$$\therefore \Delta P \text{ for } 40\text{m} \quad = 374 \times 40 = 15\, kPa$$



شكل (٣ ٢٥) هبوط الضغط للماء عند درجة حرارة 20°C خلال ماسورة فولاذ صاري



شكل (٣-٢٦) معامل التصحيح لهبوط الضغط في الشكل السابق (درجات حرارة مختلفة)

هبوط الضغط خلال وصلات المواسير: Pressure Drop in Fittings

يوجد عدد كبير من وصلات الأنابيب تستخدم لربط الأنابيب بعضها ببعض في شبكات توزيع الماء والهواء في أنظمة التكييف وفي مختلف المصانع. وتضم عادة شبكة الأنابيب تفرعات وتغيرات في الحجم عديدة مما يستوجب توفير الوصلات المتنوعة بأحجام قياسية تلائم حجم الأنابيب المختلفة. الشكل يوضح مجموعة من هذه الوصلات.

إن من أبرز الطرق لحساب هبوط الضغط في وصلات المواسير (كوع، تي، صمام....) هي إعطاؤها بعدا طولياً يسبب نفس الهبوط في الضغط خلال الوصلة، أو بمعنى آخر يحسب الهبوط في الضغط خلال الوصلة بالتجربة، ومن ثم يحسب البعد الطولي الذي يتسبب في نفس المقدار من هبوط الضغط. والجدول التالي يبين بعض الوصلات والبعد الطولي الذي أعطي لها. (الأطوال بالمتر)

القطر الاسمي (mm)	القطر الحقيقي (mm)	كوع		تي T		صمام كروي (فاتح)	صمام بوابي
		90°	45°	فرعية	مستقيمة		
15	15.80	0.6	0.4	0.9	0.2	5	0.2
20	20.93	0.8	0.5	1.2	0.2	6	0.25
2.5	26.46	0.9	0.6	1.5	0.3	8	0.28
35	34.04	1.2	0.7	1.8	0.4	11	0.42
40	40.90	1.5	0.9	2.1	0.5	14	0.51
50	52.51	2.1	1.2	3.0	0.6	17	0.65
60	62.65	2.4	1.5	3.7	0.8	20	0.79
75	77.92	3.0	1.8	4.6	0.9	24	0.90
100	102.3	4.3	2.4	6.4	1.2	38	1.27
125	128.2	5.2	3.0	7.6	1.5	43	1.70
150	154.1	6.1	3.7	9.1	1.8	50	2.00

جدول (٣ - ٣) الأطوال الموازية لملحقات المواسير

مثال:

في منظومة مواسير مياه — إذا كانت المواسير قطرها الاسمي 75mm وتحتوي على تسعة أكواع من نوع 90° وثلاثة صمامات بوابية فاذا كان طولها 30m ، احسب الطول المستقيم الإجمالي (المكافئ) وهبوط الضغط إذا علمت أن معدل سريان الماء هو 6 L/sec. خذ كثافة

الماء $998.21\ kg/m^3$ ولزوجة الماء $1.008\times10^{-3}\ Pa\ /\ sec$. وان الماسورة مصنعة من فولاذ نجاري.

الحل:

الطول المستقيم الموازي للكوع الواحد (90°) $= 3.0\ m$

طول تسعة أكواع $= 9\times3 = 27 m$

الطول المستقيم الموازي لصمام بوابي $= 0.90\ m$

الطول المكافئ لثلاثة صمامات يساوي 2.7 m

الطول المستقيم للماسورة $30\ m$

∴ الطول الإجمالي (المكافئ) $L = 30 + 27 + 2.7$

$= 59.7\ m$

سرعة سريان الماء $$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.006}{\frac{\pi}{4}(0.07792)^2}$$

$$= 1.258\ m/\sec$$

حساب عدد رينولدز:

$$\mathrm{Re} = \frac{p \times v \times D}{\mu} = \frac{998.21 \times 1.258 \times 0.07792}{1.008 \times 10^{-3}}$$

$$= 97071$$

إذن السريان مضطرب أو دوامي.

الخشونة النسبية $$\frac{\in}{D} = \frac{0.00046}{0.07792} = 0.0006$$

معامل الاحتكاك (باستخدام مخطط مودي) $f = 0.0208$

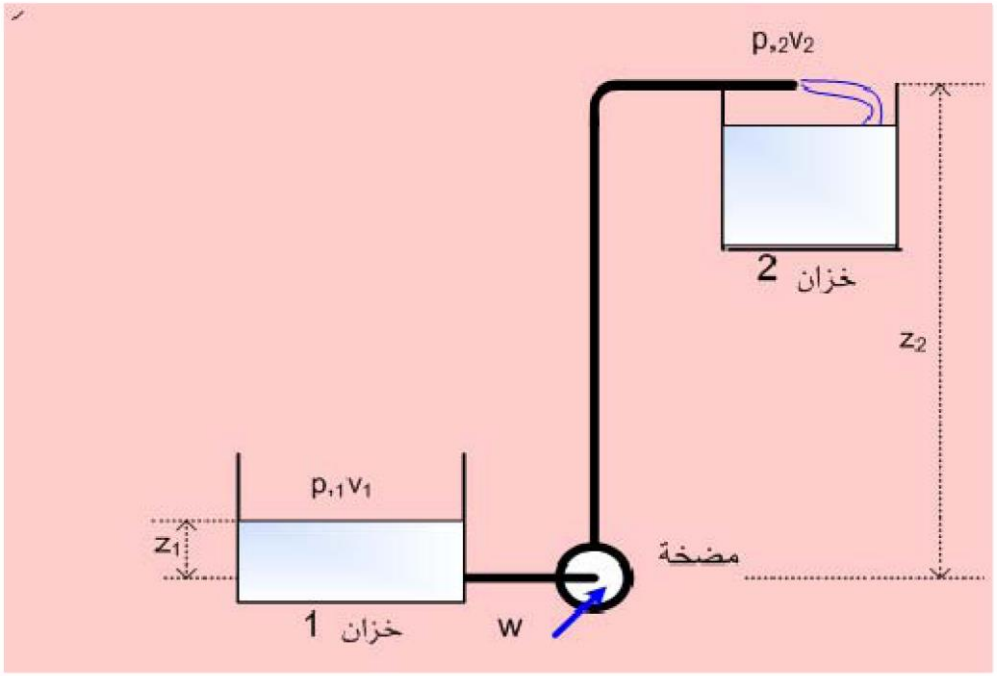
هبوط الضغط $$\Delta p = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2} \times \rho$$

$$= 0.0208 \times \frac{59.7}{0.07792} \times \frac{(1.258)^2}{2} \times 998.21$$

$$= 12587\ Pa = 12.587\ kPa$$

المضخات ومتطلبات الضخ: Pumps And Pumping Requirements

المضخة هي الجهاز المسؤول عن ضخ السائل عبر مواسير من مكان لآخر. وهي جهاز ميكانيكي يعطي السائل الطاقة اللازمة للتغلب على مقاومة **سريان** السائل في مواسير المنظومة. والمضخة تصنف على الطريقة التي تطور بها هذا الضغط وأشهرها وأكثرها استخداما مضخات الطرد المركزي ومضخات الإزاحة الموجبة. إن أهم ما يميز أداء المضخة هو عمود الضغط (pressure head) الذي تطوره المضخة ومعدل سريان (flow rate) السائل الذي تعطيه والقدرة (power) التي تحتاجها وكفاءة المضخة (efficiency). وتسمى هذه بخصائص المضخة وغالبا ما تضمن هذه الخصائص في منحنيات لكل مضخة.



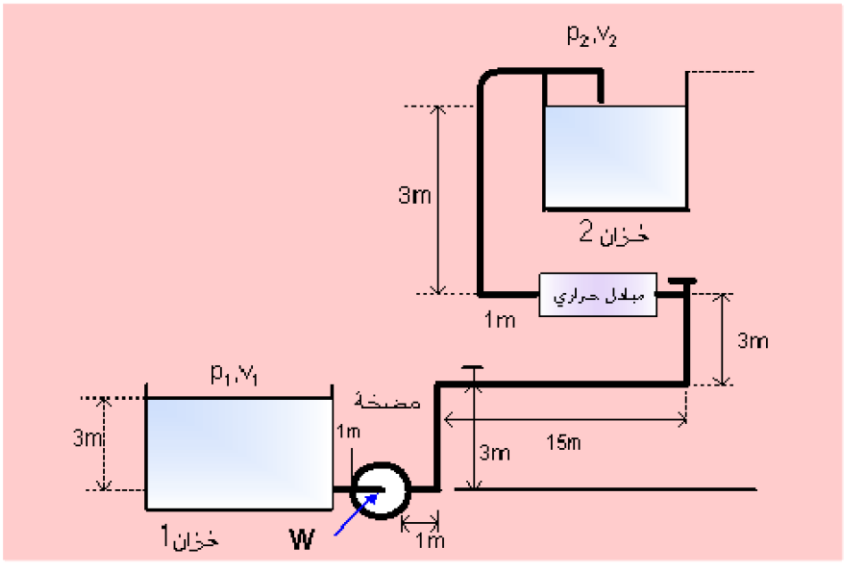
الشكل (٣ - ٢٧) المضخة

بتطبيق معادلة برنوللي بين النقطة (١) والنقطة (٢) ـ انظر الشكل (٢٧):

$$\frac{p_1}{\rho}+\frac{v_1^2}{2}+z_1 g+w=\frac{p_2}{\rho}+\frac{v_2^2}{g}+z_2 g+\frac{\Delta p_{frict}}{\rho} \qquad (3.43)$$

مثال:

مائع كثافته 1100 kg/m^3 و لزوجته 2.1×10-4 Pa sec ، يراد ضخه من الخزان الأسفل إلى الخزان العلوي خلال ماسورة قطرها 52.51mm وبمعدل سريان قدره 50 kg/min احسب طاقة المضخة (W). الأطوال موضحة على الرسم وهناك ستة أكواع 90° وواحد وصلة حرف T واثنان صمام بوابي ومبادل حراري فقدان الضغط خلاله يساوي 30 kPa .(شكل٣- ٢٨).



شكل (٢٨) المثال

بتطبيق معادلة برنوللي

$$\frac{p_1}{\rho}+\frac{v_1^2}{2}+z_1g+w=\frac{p_2}{\rho}+\frac{v_2^2}{g}+z_2g+\frac{\Delta p_{frict}}{\rho}$$

السرعة عند مدخل الخزان (١) تساوي صفرا ، الضغط عند (١) و(٢) هو الضغط الجوي. عليه فإن المعادلة السابقة تختصر إلى الآتي:

$$w=\frac{v_2^2}{2}+z_2g-z_1g+\frac{\Delta p_{frict}}{\rho}$$

ولكن فقدان الضغط يساوي فقدان الضغط نتيجة الاحتكاك + فقدان الضغط في التوصيلات + فقدان الضغط في الأجهزة.

لحساب فقدان الضغط نتيجة الاحتكاك والتوصيلات:

نحسب أولا عدد رينولدز:

$$Re=\frac{\rho\times v\times D}{\mu}=\frac{1100\times v\times 0.0508}{2.1\times10^{-4}}$$

نحسب السرعة:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{50}{1100 \times 60 \times (\frac{\pi}{4}(0.05251)^2)} = 0.35 \, {}^{m}/_{sec}$$

$$Re = \frac{\rho \times v \times D}{\mu} = \frac{1100 \times 0.35 \times 0.05251}{2.1 \times 10^{-4}} = 96268 \rangle \; 2100$$

إذن الانسياب مضطرب.

لحساب معامل الاحتكاك f نفترض أن مادة الماسورة حديد مجلفن (راجع جدول(٣- ٧))

$$\frac{\in}{D} = \frac{0.15}{52.51} = 0.00286$$

ومن مخطط مودي شكل (٣- ٢٣) يمكن قراءة معامل الاحتكاك بمعلومية رقم رينولدز ومعامل الخشونة النسبية

f= 0.027

هبوط الضغط نتيجة الاحتكاك والتوصيلات:

$$\Delta p = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2} \times \rho$$

$$L = 1 + 1 + 3 + 2 + 15 + 3 + 1 + 3 + 6 \times 2.1 + 1 \times 0.6 + 2 \times 0.65$$

$$L = 29 + 12.6 + 0.6 + 1.3 = 43.5 \; m$$

$$\Delta p = 0.027 \times \frac{43.5}{0.05251} \times \frac{(0.35)^2}{2} \times 1100 = 1507 \; Pa$$

هبوط الضغط نتيجة الاحتكاك والتوصيلات والأجهزة:

$$\Delta p_{tot} = 1507 + 30000 = 31507 \; Pa$$

طاقة (هبوط) الضغط:

$$\frac{\Delta p_{tot}}{\rho} = \frac{31507 \, {}^{N}/_{m^2}}{1100 \, {}^{kg}/_{m^3}} = 28.64 \, {}^{J}/_{kg}$$

ولإيجاد شغل المضخة نعوض في المعادلة

$$w = \frac{v_2^2}{2} + z_2 g - z_1 g + \frac{\Delta p_{frict}}{\rho}$$

$$w = \frac{0.35^2}{2} + 9 * 9.81 - 3 * 9.81 + 28.64$$

$$w = 87.5 \; J / kg$$