جامعة الموصل

كلية الآداب

القسم:

عنوان المحاضرة: **نظرية** دالات القضايا والأسوار

المادة الدراسية: المنطق الرياضي

المرحلة الدراسية: الثالثة

مدرس المادة: ا.م.د. هجران عبد الاله الصالحي

العام الدراسي: 2025-2026

الفصل الرابع

الأنساق المنطقية ودالات القضايا والأسوار والمنهج البرهاني

تمهيد

يمثل الانتقال من منطق القضايا إلى منطق المحمولات مرحلة متقدمة في تطور المنطق الرياضي، إذ لم يعد الاهتمام مقتصراً على دراسة القضايا بوصفها وحدات مستقلة ذات قيم صدقية محددة، بل أصبح التركيز موجهاً نحو تحليل البنية الداخلية للقضية والكشف عن العناصر التي تتكون منها والعلاقات التي تربط بين أجزائها. وقد أدى هذا التطور إلى ظهور أنساق منطقية أكثر قدرة على التعبير عن العلاقات المعقدة التي تعجز عنها الصيغ البسيطة في منطق القضايا.

ويُقصد بالنسق المنطقي مجموعة من الرموز والتعريفات والقواعد المنظمة التي تُستخدم لبناء العبارات المنطقية واستخراج النتائج منها بطريقة دقيقة ومتسقة. فالنسق المنطقي لا يمثل مجرد مجموعة من الرموز، بل يعد بناءً فكرياً متكاملاً يهدف إلى تنظيم عمليات التفكير والاستدلال وفق مبادئ محددة. وتتمثل أهميته في أنه يوفر لغة صورية تسمح بتحليل القضايا بعيداً عن الغموض الذي يميز اللغة الطبيعية.

وقد أدى تطور الأنساق المنطقية إلى ظهور مفهوم دالات القضايا، وهو من أهم المفاهيم في المنطق الرياضي الحديث. فالقضية العادية تمتلك قيمة صدقية محددة، أما دالة القضية فهي تعبير رمزي يحتوي على متغير أو أكثر، ولا يمكن الحكم عليه بالصدق أو الكذب إلا بعد تعويض هذه المتغيرات بقيم أو أفراد معينين. فإذا قلنا: "س إنسان"، فإن هذه العبارة لا تعد قضية كاملة ما دام الرمز (س) غير محدد، لكنها تتحول إلى قضية ذات قيمة صدقية عندما نستبدل المتغير باسم معين مثل: "علي إنسان."

ومن هنا أصبح من الممكن تحليل المحتوى الداخلي للقضايا بصورة أكثر دقة، إذ لم تعد القضية تُعامل كوحدة مغلقة، بل بوصفها تركيباً يتألف من موضوع ومحمول وعلاقة تربط بينهما. وقد أتاح هذا التحليل الكشف عن البنى المنطقية العميقة التي تكمن وراء العبارات اللغوية المختلفة، كما مكّن المناطقة من دراسة العلاقات العامة والخصائص المشتركة بين الأفراد والأشياء.

وترتبط دالات القضايا ارتباطاً وثيقاً بمفهوم المتغيرات. فالمتغير هو رمز يمكن أن يشير إلى عدد غير محدد من الأفراد أو الأشياء، ويُعد أداة أساسية في التعبير عن العمومية والتجريد داخل المنطق الرياضي. وقد أدى استخدام المتغيرات إلى توسيع قدرة المنطق على التعبير عن القوانين العامة والأحكام الكلية التي لا يمكن تمثيلها من خلال القضايا المفردة وحدها.

ولكي يتم تحديد مجال المتغيرات واستعمالها بصورة دقيقة، استُخدمت الأسوار المنطقية التي تعد من أهم الابتكارات في منطق المحمولات. فالسور الكلي يعبر عن شمول الحكم لجميع أفراد المجال، بينما يعبر السور الجزئي عن وجود فرد واحد على الأقل تتحقق فيه الصفة أو العلاقة المعنية. وقد أسهمت الأسوار في تحويل الأحكام العامة والجزئية إلى صيغ رمزية واضحة يمكن إخضاعها للتحليل المنطقي والبرهنة الرياضية.

وتنبع أهمية الأسوار من قدرتها على التعبير عن القضايا الكلية والوجودية بطريقة دقيقة. فحين نقول: "كل إنسان فانٍ" فإننا نستخدم حكماً كلياً يشمل جميع أفراد فئة الإنسان، أما حين نقول: "بعض الطلاب مجتهدون" فإننا نعبّر عن وجود أفراد معينين تنطبق عليهم الصفة دون أن يشمل الحكم جميع الأفراد. وقد مكّن هذا التمييز المناطقة من بناء أنساق أكثر تطوراً لدراسة العلاقات المنطقية بين الأحكام المختلفة.

ومن خلال دراسة الأسوار برز التمييز بين المتغير الحر والمتغير المقيد. فالمتغير الحر هو الذي يظهر في دالة القضية من دون أن يخضع لسور منطقي يحدد مجاله، بينما يكون المتغير مقيداً عندما يقع ضمن نطاق سور كلي أو جزئي. ويعد هذا التمييز أساسياً لفهم البنية المنطقية للقضايا المركبة ولتحديد المعنى الدقيق للعبارات الرمزية.

إن العلاقة بين القضايا ودالات القضايا تمثل أحد أهم الموضوعات في المنطق الرياضي. فالقضية يمكن النظر إليها بوصفها حالة خاصة من دالة قضية أُعطيت فيها المتغيرات قيماً محددة. أما دالة القضية فتمثل الصيغة العامة التي يمكن أن تنتج عدداً كبيراً من القضايا المختلفة تبعاً للقيم التي تسند إلى متغيراتها.

ومن هنا أصبحت دالات القضايا أداة فعالة في التعبير عن القوانين العامة والنظريات العلمية والعلاقات الرياضية.

وقد أدى هذا التطور إلى بناء منظومة متكاملة من المبرهنات والقواعد الاستنتاجية التي تسمح باشتقاق النتائج من المقدمات وفق أسس منطقية صارمة. فالمبرهنة هي قضية يتم إثبات صدقها استناداً إلى مجموعة من التعريفات والمسلمات وقواعد الاستنتاج المعترف بها داخل النسق المنطقي. وتكتسب المبرهنات أهميتها من كونها تمثل نتائج ضرورية مترتبة على مبادئ أولية لا يُفترض فيها الخطأ أو التناقض.

وتعتمد عملية البرهنة على سلسلة من الخطوات المنطقية المنظمة التي تبدأ من مقدمات معطاة وتنتهي إلى نتيجة لازمة عنها. ويشترط في البرهان أن يكون متسقاً وخالياً من المغالطات وأن يستند إلى قواعد استنتاج صحيحة. ومن خلال هذه القواعد يمكن الانتقال من القضايا الجزئية إلى الأحكام العامة أو العكس، كما يمكن الكشف عن العلاقات الخفية التي تربط بين المفاهيم المختلفة.

وقد أسهم تطبيق أنساق التعريفات في تطوير المنهج البرهاني داخل المنطق الرياضي، إذ أصبح من الممكن بناء المفاهيم بطريقة دقيقة وتحديد خصائصها الأساسية قبل استخدامها في الاستدلال. فالتعريف المنطقي ليس مجرد شرح لغوي للمفهوم، بل هو أداة صورية تحدد مجال المفهوم وحدوده والعلاقات التي تربطه بالمفاهيم الأخرى. ومن هنا أصبحت التعريفات جزءاً أساسياً من البناء المنطقي لأي نسق علمي أو فلسفي.

ولم تقتصر أهمية هذه المفاهيم على المنطق وحده، بل امتدت إلى الرياضيات وعلوم الحاسوب والذكاء الاصطناعي واللسانيات والفلسفة التحليلية. فالبرمجة الحاسوبية الحديثة تعتمد بصورة كبيرة على المتغيرات والدوال والأسوار المنطقية، كما أن نظم الذكاء الاصطناعي تستند إلى قواعد الاستنتاج والبرهنة في معالجة المعلومات واتخاذ القرارات.

وهكذا يتضح أن دراسة الأنساق المنطقية ودالات القضايا والأسوار والمبرهنات تمثل مرحلة متقدمة من مراحل المنطق الرياضي، لأنها تكشف عن البنية الداخلية للتفكير الإنساني وتوفر أدوات دقيقة لتحليل العلاقات والاستدلالات التي تقوم عليها مختلف العلوم. ومن خلال هذه الأدوات أصبح المنطق الرياضي قادراً على تجاوز حدود منطق القضايا التقليدي والانتقال إلى مستوى أكثر عمقاً وشمولاً في دراسة الفكر واللغة والمعرفة.