♦ المنوال The mode:

يعرف بأنه تلك القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها من بين مجموعة من القيم أو أنها القيمة الشائعة من بين مجموعة من القيم ويرمز له بالرمز M_o ويسمى أيضا القمة.

طرق حساب المنوال:

أ. لبيانات غير مبوبة:

إذا كانت $X_1, X_2, ..., X_n$ تمثل قياسات عينة من المشاهدات قوامها n. فإن المنوال لهذه المشاهدات هو المشاهدة أو القيمة الأكثر تكراراً بين هذه المشاهدات.

ملاحظة:

في بعض الأحيان يتضح بأنه قد يكون هنالك منوالاً واحداً (قمة واحدة) لهذه المشاهدات وعندها يسمى التوزيع وحيد القمة أو وحيد المنوال أو يكون لها منوالين (قمتين) وعندها يسمى التوزيع ذو قمتين وقد يكون لها أكثر من منوالين في بعض الأحيان كما انه قد لا يوجد منوال للمشاهدات.

مثال:

أوجد المنوال لكل من البيانات الآتية:

أ.

$$X : 5,2,6,5,9,5,8,3,6$$

المشاهدة 5 هي أكثر المشاهدات تكراراً إذن المنوال هو $M_o = 5$

ب.

$$X : 51.6,47.7,50.3,49.5,48.9$$

لا يوجد لهذه المشاهدات منوال.

ب. لبيانات مبوبة:

إذا كانت $X_1, X_2, ..., X_m$ تمثل مراكز فئات توزيع تكراري عدد فئاته m، وإن $f_1, f_2, ..., f_m$ تمثل التكرارات المقابلة لفئات هذا التوزيع عندئذ فإن المنوال لهذا التوزيع يمثل قيمة مركز الفئة التي تقابل أكبر تكرار للتوزيع وفي حالة وجود فئتين أو أكثر يقابلها نفس التكرار عندئذ فإن التوزيع هذا النوع سوف يمتلك أكثر من قيمة واحدة للمنوال كل منها تمثل مركز تلك الفئة التي تقابل ذلك التكرار. في حالة متغير متقطع

مثال:

الآتي توزيع تكراري يمثل توزيع 40 عائلة فلاحية حسب ملكيتها من عدد أشجار البرتقال، المطلوب إيجاد المنوال لهذا التوزيع.

مركز الفئة X_i	التكرار	الفئات
67	8	60-74
82	10	75-89
97	14	90-104
112	6	105-119
127	2	120-134

إن أكبر تكرار هو التكرار المقابل للفئة الثالثة (14) لذا فإن المنوال يمثل مركز الفئة الثالثة أي $M_o = 97$ شجرة برتقال.

في حالة المتغيرات المستمرة

لنفترض أن هنالك توزيعاً تكرارياً عدد فئاته m وإن f_k يمثل أكبر تكرار في هذا التوزيع، في هذه الحالة فان المنوال هو الفئة التي تحوي أعلى تكرار.

وأن f_{k-1} =التكرار السابق لتكرار فئة المنوال

و f_{k+1} = التكرار اللاحق لتكرار فئة المنوال

وهذا يعني أن $f_{k-1}<f_k<f_{k+1}$

وإن h_k = طول فئة المنوال و L_k يمثل الحد الأدنى لفئة المنوال

عندئذ يمكن حساب المنوال للتوزيع المستمر من خلال الصيغة التالية:

$$Mo = L_k + \frac{f_k - f_{k-1}}{(f_k - f_{k-1}) + (f_k - f_{k+1})} \times h_k$$

فاذا كان f_k يمثل أكبر تكرار في هذا التوزيع، عندئذ فان فئة المنوال هي الفئة L_k-L_{k+1}.

مثال:

الاتي توزيع تكراري لأطوال عينة من الأشخاص البالغين حجمها 50 شخص. يطلب حساب القيمة الشائعة لطول الشخص في هذه العينة (أيجاد المنوال للتوزيع).

عدد الأشخاص	فئات الطول
8	150-
12	160-
15	170-
9	180-
6	190-200

الحل:

بما أن أكبر تكرار في التوزيع هو 15، فان فئة المنوال هي 170-180، أي الفئة الثالثة.

$15=f_3=f_k$ يمثل اكبر تكرار، f_{k-1} = التكرار السابق = $f_2=12$

التكرار اللاحق لتكرار فئة المنوال = $f_4 = f_{k+1}=9$

L_k=الحد الأدنى لفئة المنوال=$L_3=170$، h_k=طول فئة المنوال=h_3

$$Mo = L_k + \frac{f_k - f_{k-1}}{(f_k - f_{k-1}) + (f_k - f_{k+1})} \times h_k$$

$$Mo = 170 + \frac{15-12}{(15-12)+(15-9)} \times 10$$

$$= 170 + \frac{3}{3+6} \times 10 = 173.33$$

♦ العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:

إذا كان التوزيع التكراري (متماثل أو قريب من التماثل) ففي هذه الحالة فقط يمكن ربط الوسط الحسابي والوسيط والمنوال بعلاقة رياضية واستخراج أحد هذه المقاييس الثلاثة في حالة توفر المقياسين الآخرين وتعذر الحصول على الثالث وهذه العلاقة هي:

$$\bar{X} - M_e = \frac{1}{3}(\bar{X} - M_o)$$

$$\therefore\ \bar{X} = \frac{3M_e - M_o}{2}$$

يستخدم هذه القانون في حالة تعذر الحصول على $\bar{X}$ خصوصاً في حالة التوزيعات المفتوحة من طرف واحد أو طرفين.

$$\therefore M_e = \frac{2\bar{X} + M_o}{3}$$

$$\therefore M_o = 3M_e - 2\bar{X}$$

أما في حالة كان التوزيع متماثل تماماً فيكون $(\bar{X} = M_e = M_o)$.

مثال:

تعذر في احد التوزيعات القريبة من حالة التماثل الحصول على قيمة للوسط الحسابي في حين أمكن الحصول على قيمة المنوال والوسيط حيث كانتا $M_o = 53$, $M_e = 52$ ، جد قيمة الوسط الحسابي.

الحل:

$$\overline{X} = \frac{3M_e - M_o}{2} = \frac{3(52) - 53}{2} = \frac{156 - 53}{2} = 51.5$$

$$\therefore \overline{X} = 51.5$$