♦ **رموز ومصطلحات رياضية:**

1- رمز الجمع Σ:

غالباً ما نحتاج عند التعامل مع الطرق الإحصائية في التحليل إلى عملية جمع سلسلة من الأعداد والكميات. فعلى سبيل المثال إذا كان المتغير X يمثل أعمار خمسة طلاب وكانت قيم X بالشكل الأتي:

X: 20, 18, 24, 22, 16

حيث نرمز لعدد قيم المتغير بالرمز n وفي مثالنا فان (n=5).

أ. يرمز لمجموع مشاهدات المتغير X بالرمز $\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)$ حيث أن الرمز Σ هو حرف إغريقي يدعى Sigma يعبر عن المجموع وان i تمثل دليل لتسلسل العدد عند عملية الجمع والرقمان (1,n) هما حدود المجموع لذلك فان:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$$

$$\sum_{i=1}^{5} X_i = 20 + 18 + 24 + 22 + 16 = 100$$

ب. يرمز لمجموع مربعات مشاهدات المتغير X بالرمز $\left(\sum_{i=1}^{n} X_i^2\right)$ حيث أن:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i^2 = X_i^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2$$

$$\sum_{i=1}^{5} X_i^2 = 20^2 + 18^2 + 24^2 + 22^2 + 16^2 = 2040$$

ت- يرمز لمربع مجموع مشاهدات المتغير X بالرمز $\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2$ حيث أن:

$$(\sum_{i=1}^{n} X_i)^2 = (X_1 + X_2 + \ldots + X_n)^2$$

$$(\sum_{i=1}^{5} X_i)^2 = (20 + 18 + 24 + 22 + 16)^2 = (100)^2 = 10000$$

ث- يرمز لمجموع مقلوب مشاهدات المتغير X بالرمز $\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{X_i}\right)$ حيث أن:

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}=\frac{1}{X_1}+\frac{1}{X_2}+\cdots+\frac{1}{X_n}$$ $= 0.26$

ج- يرمز لمقلوب مجموع مشاهدات المتغير X بالرمز $\left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}X_i}\right)$ حيث أن:

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}X_i}=\frac{1}{(X_1+X_2+...+X_n)}$$ $= 0.01$

د- يرمز لمجموع لوغارتمات مشاهدات المتغير X بالرمز $\left(\sum_{i=1}^{n}\log X_i\right)$ حيث أن:

$$\sum_{i=1}^{n}\log X_i=\log X_1+\log X_2+...+\log X_n$$

هـ- يرمز لمجموع جذور مشاهدات المتغير X بالرمز $\left(\sum_{i=1}^{n}\sqrt{X_i}\right)$ حيث أن:

$$\sum_{i=1}^{n}\sqrt{X_i}=\sqrt{X_1}+\sqrt{X_2}+...+\sqrt{X_n}$$

خصائص عملية الجمع Σ:

افرض لدينا المتغيرين العشوائيين X و Y كل منها يتكون من n من العناصر وان a,b ثابتين حقيقيين فان:

1- مجموع كمية ثابتة a لـ n من المرات يساوي حاصل ضرب n بقيمة الثابت a أي أن:

$$\sum_{i=1}^{n}a=na$$

البرهان:

$$\sum_{i=1}^{n}a=a+a+a+...+a=na$$

2- مجموع حاصل ضرب الثابت a بمشاهدات المتغير X يمثل حاصل ضرب الثابت a بمجموع مشاهدات المتغير X أي أن:

$$\sum_{i=1}^{n}aX_i=a\sum_{i=1}^{n}X_i$$

البرهان:

$$\sum_{i=1}^{n} aX_i = aX_1 + aX_2 + \ldots + aX_n$$
$$= a(X_1 + X_2 + \ldots + X_n)$$
$$= a\sum_{i=1}^{n} X_i$$

3- مجموع حاصل إضافة أو طرح الثابت a (إلى/ من) مشاهدات المتغير X يمثل مجموع مشاهدات المتغير X مضافاً له أو مطروحاً منه حاصل ضرب الثابت a بعدد المشاهدات n أي أن:

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i \mp a) = \sum_{i=1}^{n} X_i \mp na$$

4- مجموع حاصل جمع أو طرح مشاهدات متغيرين X,Y يمثل حاصل جمع أو طرح مجاميعهما أي أن:

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i \mp Y_i) = \sum_{i=1}^{n} X_i \mp \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

$= (X_1 + Y_1) + \ldots (X_n + Y_n)$

$= (X_1 + \ldots + X_n) \mp (Y_1 + \ldots + Y_n)$

وان:

$$\sum_{i=1}^{n}(aX_i \mp bY_i) = a\sum_{i=1}^{n} X_i \mp b\sum_{i=1}^{n} Y_i$$

5- إن مجموع مشاهدات المتغير (عناصر السلسلة) X يمكن تجزئته إلى حاصل جمع مجموع مجموعتين جزئيتين أو أكثر أي أن:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{i=1}^{k} X_i + \sum_{i=k+1}^{n} X_i \quad , \quad k < n$$

6- مجموع حاصل ضرب مشاهدات المتغيرين X,Y يكون:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i = X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + \ldots + X_n Y_n$$

7- يرمز لحاصل ضرب مجموعين لقيم متغيرين بالرمز

$$\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)$$

ملاحظة1:

يجب التفريق بين بعض الرموز مثل

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{Y_i} \neq \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{\sum_{i=1}^{n} Y_i}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (X_i + a) \neq \sum_{i=1}^{n} X_i + a$$

توضيح للطلبة

$$\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i \neq \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i^2 \neq \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2$$

ملاحظة2:

نستنتج أن الجمع رمز $\sum$ يتوزع على عمليتي الجمع والطرح ولا يتوزع على عمليتي القسمة والضرب.

مثال: إذا كانت البيانات التالية تمثل قيم المتغيرين X,Y :

X_i: 2,4,5,8,3

Y_i: 1,2,3,2,3

جد:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i,\ \sum_{i=1}^{n} Y_i^2,\ \sum_{i=1}^{n} 3X_i,\ \sum_{i=1}^{n} (X_i - 4),\ \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2,\ \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{X_i},\ \sum_{i=1}^{n} \log X_i,\ \sum_{i=1}^{n} (X_i - Y_i),$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i^2,\ \sum_{i=1}^{n} (X_i - 4)(Y_i - 3)$$

تمرين ، ما تأتي من الرقم الأول