2- رمز الضرب π:

إن الرمز π يستخدم لتمثيل عملية الضرب, حيث أن له الخواص والاستخدامات التالية:

افترض أن $X_1, X_2, \dots, X_n$ تمثل عناصر سلسلة من البيانات للمتغير X وان $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ تمثل عناصر سلسلة من البيانات (مشاهدات) للمتغير Y وان a,b ثابتين حقيقيين فان:

-1

$$\underset{i=1}{\overset{n}{\pi}} a = a^n$$

-2

$$\underset{i=1}{\overset{n}{\pi}} aX_i = a^n \underset{i=1}{\overset{n}{\pi}} X_i$$

-3

$$\underset{i=1}{\overset{n}{\pi}} abX_iY_i = (ab)^n \underset{i=1}{\overset{n}{\pi}} X_i \underset{i=1}{\overset{n}{\pi}} Y_i$$

-4

$$\underset{i=1}{\overset{n}{\pi}} \frac{1}{X_i} = \frac{1}{\underset{i=1}{\overset{n}{\pi}} X_i}$$

-5

$$\log \underset{i=1}{\overset{n}{\pi}} X_i = \sum_{i=1}^{n} \log X_i$$

البرهان:

$$\begin{aligned}\log \underset{i=1}{\overset{n}{\pi}} X_i &= \log(X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n) \\ &= \log X_1 + \log X_2 + \dots + \log X_n \\ &= \sum_{i=1}^{n} \log X_i\end{aligned}$$

6-

$$\prod_{i=1}^{n} \sqrt{X_i} = \sqrt{\prod_{i=1}^{n} X_i}$$

7-

$$\prod_{i=1}^{n} X_i^a = \left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)^a$$

البرهان:

$$\begin{aligned}\prod_{i=1}^{n} X_i^a &= X_1^a \cdot X_2^a \cdot \ldots\ldots \cdot X_n^a \\ &= \left(X_1 \cdot X_2 \cdot \ldots \cdot X_n\right)^a \\ &= \left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)^a\end{aligned}$$

8-

$$\log \prod_{i=1}^{n} X_i^{a_i} = \sum_{i=1}^{n} a_i \log X_i$$

البرهان:

$$\begin{aligned}\log \prod_{i=1}^{n} X_i^{a_i} &= \log\left(X_1^{a_1} \cdot X_2^{a_2} \cdot \ldots \cdot X_n^{a_n}\right) \\ &= a_1 \log X_1 + a_2 \log X_2 + \ldots + a_n \log X_n \\ &= \sum_{i=1}^{n} a_i \log X_i\end{aligned}$$

9-

$$\prod_{i=1}^{n} \frac{X_i}{Y_i} = \frac{\prod_{i=1}^{n} X_i}{\prod_{i=1}^{n} Y_i}$$

ملاحظة:

نستنتج أن الرمز π يتوزع على عمليتي الضرب والقسمة ويدخل الجذر والأس ولكن لا يتوزع على عمليتي الجمع والطرح.

مثال: إذا كانت البيانات التالية تمثل قيم الظاهرتين X,Y :

X_i: 2,3,4,5
Y_i: 1,2,3,4

جد:

$$\pi_{i=1}^{6} 3,\quad \pi_{i=1}^{n} X_i,\quad \pi_{i=1}^{n} 5X_i,\quad \pi_{i=1}^{n} X_i^{Y_i},\quad \pi_{i=1}^{n} \frac{1}{X_i},\quad \pi_{i=1}^{n} 3X_iY_i,\quad \log \pi_{i=1}^{n} X_i,\quad \pi_{i=1}^{n} \frac{X_i}{Y_i}$$