

ب. لبيانات مبوية: \bar{X} حالة المتغير المتجمع

إذا كانت X_1, X_2, \dots, X_m تمثل مراكز فئات توزيع تكراري عدد فئاته m ، وإن التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة للفئات هذا التوزيع وافرض أن f_1, f_2, \dots, f_m تمثل التكرارات المقابلة للفئات العليا للفئات وحسب التعريف فإن تسلسل الوسيط

يمثل نصف التكرارات $\frac{\sum_{i=1}^m f_i}{2}$ ولغرض تحديد الوسيط نقوم بمقارنة تسلسل الوسيط أو ترتيب

الوسيط مع تكرار المتجمع الصاعد فإذا كان $F_k < \frac{\sum_{i=1}^m f_i}{2} < F_{k+1}$ عندئذ يقال أن فئة الوسيط هي الفئة التي تسلسلها هو $(k+1)$ وبذلك فإن قيمة الوسيط هي مركز هذه الفئة.

مثال:

الآتي توزيع تكراري لعينة من الأسر حسب أفراد الأسرة، المطلوب حساب الوسيط لعدد أفراد الأسرة.

الفئات	التكرار f_i	مراكز الفئات X_i	الحدود العليا	ت.م.ص F_i
2-4	6	3	4	6
5-7	9	6	7	15
8-10	12	9	10	27
11-13	20	12	13	47
14-16	14	15	16	61
17-19	11	18	19	72
20-22	8	21	22	80
المجموع	80			

$$\frac{\sum_{i=1}^m f_i}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

$$F_3 < \frac{80}{2} < F_4$$

$$27 < 40 < 47$$

إن الفئة الرابعة تمثل فئة الوسيط وعليه فإن الوسيط يمثل مركز الفئة الرابعة أي

$$M_e = X_4 = 12$$

إيجاد الوسيط لبيانات مصنفة (مبوية) لمتغير مستمر:

أ. في حالة التكرار المتجمع الصاعد:

افرض وجود توزيع تكراري عدد فئاته m وان f_m, \dots, f_2, f_1 يمثل التكرارات المقابلة لفئات التوزيع، وافرض أن F_m, \dots, F_2, F_1 تمثل التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة للحدود العليا لفئات التوزيع. وليكن $\frac{\sum_{i=1}^n f_i}{2}$ يمثل ترتيب الوسيط في هذا التوزيع، فإذا كان:

$$F_{k-1} < \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{2} < F_k$$

عندئذ يقال أن فئة الوسيط هي الفئة التي تسلسلها هو "K" ثم يتم حساب قيمة الوسيط وفق الصيغة التالية:

$$M_e = L_k + \frac{h_k}{f_k} \left[\frac{\sum_{i=1}^m f_i}{2} - F_{k-1} \right]$$

حيث أن:

L_k = الحد الأدنى لفئة الوسيط

f_k = تكرار فئة الوسيط

h_k = طول فئة الوسيط

F_{k-1} = التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط.

ملاحظة:

إن هذه الصيغة ممكنة الاستخدام سواء كانت أطوال الفئات للتوزيع متساوية أو غير متساوية وذلك لان قيمة الوسيط تعتمد على فئته التي حددت أصلاً على أساس موقع نصف التكرارات في التوزيع المتجمع الصاعد الذي لا علاقة له بطول الفئة وإنما بالحد الأعلى لها.

مثال:

فيما يلي توزيع تكراري للدخل الشهري لعينة من الأسر حجمها 80 أسرة، جد الوسيط للدخل الشهري للأسرة في هذه العينة.

الفئات	عدد الأسر	الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
100-	3	أقل من 120	3
120-	7	أقل من 140	10
140-	14	أقل من 160	24
160-	20	أقل من 180	44
180-	18	أقل من 200	62
200-	12	أقل من 220	74
220-224	6	أقل من أو يساوي 240	80

→

$k-1$

k خمس

نجد ترتيب الوسيط وهو مساوي إلى نصف التكرارات أي $\frac{\sum_{i=1}^n f_i}{2} = \frac{80}{2} = 40$ ، نقارن

ترتيب الوسيط مع التكرار المتجمع الصاعد حيث نلاحظ أن $24 < 40 < 44$ وعليه فإن فئة الوسيط هي الفئة الرابعة في التوزيع، أي الفئة 160-180، وبذلك فإن:

$$L_k = 160, h_k = 20, f_k = 20, F_{k-1} = 24$$

وعندئذ فإن:

$$M_e = L_k + \frac{h_k}{f_k} \left[\frac{\sum_{i=1}^m f_i}{2} - F_{k-1} \right]$$

$$= 160 + \frac{20}{20} \left[\frac{80}{2} - 24 \right] = 160 + 16 = 176$$

ب. في حالة التكرار المتجمع النازل:

يمكن إيجاد الوسيط من صيغة مشتقة من التوزيع التكراري المتجمع النازل وكما يلي:

$$M_e = L_k + \frac{h_k}{f_k} \left[F_{k-1}^* - \frac{\sum_{i=1}^m f_i}{2} \right]$$

حيث أن:

L_k = تمثل الحد الأدنى لفئة الوسيط

f_k = تكرار فئة الوسيط

h_k = طول فئة الوسيط

F_{k-1}^* = التكرار المتجمع النازل السابق لترتيب الوسيط

مثال:

من بيانات المثال السابق جد الوسيط باستخدام التوزيع التكراري المتجمع النازل.

الحل: نجد التوزيع التكراري المتجمع النازل وكما يلي:

الفئات	التكرار	الحدود الدنيا للفئات	التكرار المتجمع النازل
100-	3	أكبر من أو يساوي 100	80
120-	7	أكبر من أو يساوي 120	77
140-	14	أكبر من أو يساوي 140	70
160-	20	أكبر من أو يساوي 160	56
180-	18	أكبر من أو يساوي 180	36
200-	12	أكبر من أو يساوي 200	18
220-224	6	أكبر من أو يساوي 220	6

عمل

نجد ترتيب الوسيط وهو مساوي إلى نصف مجموع التكرارات إلى 40 وحيث إن $36 < 40 < 56$ ، فان فئة الوسيط هي الفئة الرابعة، أي 160-180.

$$L_k = 160, h_k = 20, f_k = 20, F_{k-1} = 56$$

$$M_e = 160 + \frac{20}{20} \left[56 - \frac{80}{2} \right] = 160 + 16 = 176$$