**جامعة الموصل** **قسم الرياضيات**
**كلية علوم الحاسوب والرياضيات** **المرحلة الثانية**

**الموضوع : فلسفة العلم وتاريخ الرياضيات**

**الكتب المقرر** : 1. فلسفة العلم و منطق البحث العلمي . تأليف أ.د. سليم حسن الكتبي.
2. موجز تاريخ الرياضيات . تأليف هاشم احمد الطيار و يحيى عبد سعيد.

**الكتب المساعدة :**

**باللغة العربية**

- نوابغ علماء العرب والمسلمين في الرياضيات : تأليف **علي عبد الله الدفاع.**
- إسهام علماء المسلمين في الرياضيات : تأليف **علي عبد الله الدفاع.**
- البحث عن الحل : ترجمة **أحمد سليم سعيدان.**
- أصول تدريس الرياضيات: تأليف الدكتورة **نظله حسن احمد.**

**باللغة الانكليزية**

The Foundations of Mathematics : Raymond L. Wilder.

**توزيع الدرجات:**

| | | |
|---|---|---|
| 5% امتحان نظري .<br>2.5% تقرير .<br>2.5% حضور<br>**المجموع : 10%** | **امتحان نصف الكورس 30%** | |
| **درجة السعي: 40 % – درجة الامتحان النهائي : 60%** | | |

**المفردات الدراسية للمادة :**

الفلسفة والإشكاليات الفلسفية في الرياضيات ، الرياضيات ، أهمية الرياضيات ، فروع الرياضيات ، تاريخ تطور الفكر الرياضي ، مسار التفكير الرياضي ( مراحل تطور الفكر الرياضي) : رياضيات ما قبل إقليدس ، رياضيات إقليدس ، رياضيات العرب والمسلمين ، أزمة المثل ، الرياضيات المعاصرة . أدوات بناء الفكر الرياضي: الحدس أداة الخصوبة ، أهمية الحدس ، المنطق أداة اليقين ، أهمية المنطق ، انتماء القضية الرياضية و انتماء القضية العلمية ، الاكسوماتيك ( أداة الإخراج) ، الكلمات الأولية ( اللامعرفات) ، القضايا الأولية ، دراسة الكيانات ، مفاهيم الهندسة وأنوعها ، الحساب وتاريخه ، المجموعات العددية الأساسية ، التعبير عن الأعداد بدلالة الأساس ، العد عند قدماء المصريين ، العد عند قدماء العراقيين ، الحساب عند العرب ، العمليات الحسابية عند المصريين ، العمليات الحسابية عند البابليين ، الحساب عند الإغريق ، الهندسة وتاريخها ، الهندسة عند قدماء العراقيين ، الهندسة عند قدماء المصريين ، الهندسة عند العرب ، الهندسة عند الاغريق ، الجبر وتاريخه ، الجبر عند قدماء العراقيين ، الجبر عند قدماء المصريين ، الجبر عند العرب ، الجبر عند الإغريق .

**المقدمة:**

تقوم الفلسفة على الإيمان بأن ماهية الإنسان وثروته الحقيقية لا تكمن في إشباع الحاجات الضرورية له ولا في أن يصبح الإنسان سيد للطبيعة ومالكها ومسخرها حسب ، بل بمقدرتيه على رؤية الموجود.

إذ أن الفلسفة فعل إنساني يختص به البشر دون غيرهم من الكائنات وهي تسمو به فوق عالم الحياة اليومية الرتيبة والتقليدية وترفعه فوق المنافع الآنية والمباشرة، لذا فان **مهمة الفلسفة تندرج ضمن إطارين عامين:**

**أولهما** : معرفة ميادين معينة في مجال المعرفة والخبرة الإنسانية.
**ثانيها** : البحث في كيفية تداخل وتماسك مختلف فروع المعرفة ومدياتها وصولا إلى تصور عام للمعرفة الإنسانية ككل مترابط .

إن ما يميز الفلسفة عن غيرها من ضروب المعرفة الإنسانية ليس موضوع بحثها بل طريقة تناولها لمباحثها معتنية بالنظرة الكلية التي توحد سائر فروع المعرفة الإنسانية. تعد طريقة تناول الفلسفة لمباحثها أو مناهج البحث وطريقة التفكير من أهم أولوياتها.

**فلسفة الرياضيات** : هي إحدى فروع الفلسفة التي تدرس الافتراضات الفلسفية للرياضيات، والأسس والنتائج المترتبة علي النظريات الرياضية وتحاول الإجابة عن أسئلة تتعلق بطبيعة الكائنات الرياضية وتتسائل عن كيفية تجريد الكائنات الرياضية من الطبيعة ثم استخدامها في فهم الطبيعة ذاتها. إن الهدف من فلسفة الرياضيات هو تقديم سردا عن طبيعة الرياضيات ومنهجها العلمي ودورها في حياة الإنسان. إن الطبيعة المنطقية والهيكلية للرياضيات في حد ذاتها يجعل هذه الدراسة واسعة وفريدة من نوعها بين نظرائه الفلسفية.

**الفلسفة والرياضيات الجبرية واستخدام الآلية ذاتها :**

يظهر ارتباط الفلسفة بالرياضيات في استخدام الآلية ذاتها في العمليات ، فالرياضيون يعبرون عن الأفكار الحسابية بلغة رمزية مجردة من القيم ، تستخدم فيها العمليات الجبرية المعروفة ومن ثم يفسرون النتائج بمدلولاتها الواقعية وهذا ما يفعله الفلاسفة أيضاً فيحولون أفكارهم إلى جمل منطقية تبنى النتائج فيها على المسلمات ثم النتائج على النتائج التي أصبحت مثبتة ، وهكذا... حتى الوصول إلى النتيجة المراد تفسرها ، فكلاً من الفلسفة والرياضيات تبني معلوماتها على حقائق مجردة تفسر لاحقاً بالوقائع اليومية والأفكار المرتبطة بالواقع المحسوس ، ونرى أن الفلسفة قد أثرت في الرياضيات في طريقة البرهان المنطقي ( نتائج على مسلمات ، نتائج على نتائج مثبتة )، وأثرت الرياضيات في الفلسفة في التعامل مع النتائج والبراهين كرموز مجردة.

**الفلسفة والمجالات العلمية :**

عندما نبحث في علماء الفلسفة نجد كثيراً من المتفلسفين رياضيين في الأساس أو العكس ، والرياضيات والمنطق شقان متكاملان لا يمكن فصل أحدهما عن الآخر. الفلسفة خصوصاً علم متداخل مع كثير من العلوم إن لم نستطع القول أنه مرتبط بالعلوم جميعا فكل العلوم ترمي أولاً وأخيراً إلى اكتشاف الحقائق والبحث عن أصول الأشياء وماهيتها ولعل من أبرز الشواهد ظهور فلاسفة من كبار الفلاسفة قد برعوا في ميادين العلوم الأخرى كابن سينا وابن حيان في الطب وآينشتاين في الفيزياء وفي الرياضيات كان الخوارزمي من أهم علماء المسلمين الذين دمجوا بين الفلسفة والرياضيات.

أن التمعن في هذا العلم يفرز جملة من الإشكاليات الفلسفية التي سنحاول معالجة بعضها هنا.

**المشكلة الأولى : نشأة المفاهيم الرياضية:**

إن المفهوم الرياضي( أي الكم ) سواء كان جبريا أو هندسيا، هو مفهوم عقلي مجرد . فمن أين أتى إلى للعقل؟ هل هو فطري سابق على التجربة؟ أم أنه مكتسب من التجربة؟

1. **موقف النظرية المثالية** :إن المفاهيم الرياضية ليست وليدة التجربة، بل هي وليدة العقل الذي يمتلكها على سبيل الفطرة.

مثال : عندما تقول هذه ثلاثة أقلام ، فأنت ترى الأقلام لكنك لا ترى العدد 3 .

**أفلاطون ( اليوناني ):**

من أين أتى لك إذن العدد3 ؟ يجيب أفلاطون أن هذا المفهوم هو" ماهية " عقلية ، تسترجعها النفس من عالم المثل الذي كانت تعيش فيه قبل أن تنزل إلى العالم الحسي.

**ديكارت ( الفرنسي ) :**

إن المعاني الرياضية فطرية، فمفهوم اللانهاية لا يمكن أن يكون مكتسبا من التجربة لأن التجربة متناهية، و عليه فمصدره كائن لا متناه و هو الله الذي وضعه في عقولنا على سبيل الفطرة.

**إمانويل كانط ( الألماني ):**

المكان و الزمان هما مفهومان رياضيان وصورتان قبليتان للعقل لم يستمدهما من التجربة، و الدليل على ذلك أن المكان التجريبي له سمك متباين و محدود بينما المكان الرياضي مستو و متجانس و غير متناه.

**النقد : لو كانت المفاهيم الرياضية فطرية، كما تدعي النظرية المثالية، لوجدناها عند الطفل الصغير بطابعها المجرد، لكن الواقع يبين أن الطفل لا يفهم المعنى الرياضي إلا إذا استعان بأشياء محسوسة. مثلا : استعمال الأصابع للعد.**

2. **موقف النظرية التجريبية** :إن المفاهيم الرياضية مكتسبة من التجربة الحسية.

**جون استيوارت مل :**

إن النقاط و الخطوط و الدوائر التي في أذهاننا هي نسخ للنقاط والخطوط و الدوائر المعروفة في التجربة ."و هكذا فالنجمة توحي بفكرة النقطة، و سطح البحر يوحي بفكرة المكان المستوي...

**ملاحظة :**

1. علم النفس يبين أن الطفل الصغير يفهم الأعداد على أنها كيفيات (صفات) و لا يفهمها على أنها كميات.

2. تاريخ العلم يدل على أن علم الهندسة نشأ من عملية مسح الأراضي عند قدماء المصريين، و علم الحساب نشأ من العد اليومي...

**النقد : إن القول بأن المعاني الرياضية هي أشياء حسية هو إنكار لقدرة العقل على الإبداع .فالعدد 0 مثلا لا يوجد ما يقابله في الواقع، و العدد الجذري كذلك...**

3. **موقف النظرية الإجرائية** :المفاهيم الرياضية ناتجة عن عملية إنشاء العقل.

إن العدد ليس ماهية عقلية خالصة كما يدعي المثاليون ، و ليس شيئا متحققا في العالم الحسي كما يدعي التجريبيون، بل هو عملية بناء أو إنشاء بدأت تجريبية حسية ثم أصبحت مجردة خالصة و هكذا، فالعدد 2 ليس ماهية أو شيئا قائما بذاته بل هو دائما 1+1 ، أو 1−3 ، أو 4−2 أو 3+1− ، ... الخ ، أي أنه دائما عملية و ليس ماهية ثابتة. من العدد الصحيح إلى العدد الكسري إلى العدد الأصم إلى العدد الخيالي.

**النتيجة : تبدو النظرية الإجرائية أقرب النظريات إلى الصحة، فالمعاني الرياضية جملة من العمليات التي بدأت حسية ثم أصبحت مجردة عن طريق تأثير العقل و التجربة معا.**

**المشكلة الثانية: قيمة الاستدلال الرياضي**

الاستدلال الرياضي هو إرجاع حقيقة مجهولة إلى مقدمة معلومة، فهل هذا يعني أن الاستدلال هو مجرد تكرار و بالتالي فهو عقيم و لا يأتي بشيء جديد؟ أم أنه استدلال إبداعي يتميز بالخصوبة الفكرية؟ .

**1. الاستدلال الرياضي مجرد تكرار:**

بما أن الاستدلال الرياضي هو إرجاع حقيقة مجهولة جديدة (أي قضية نريد إثباتها) إلى حقيقة معروفة (أي إحدى المبادئ الرياضية)، فهذا يعني أننا نثبت فيه عدم تناقض الأولى مع الثانية، ( أي إننا نثبت أن القضية المجهولة مطابقة للقضية المعروفة، و بالتالي فنحن لا نأتي بشيء جديد، و إنما نكرر ما كان معروفا لدينا فقط، و هكذا فالاستدلال الرياضي تحصيل حاصل على حد تعبير الفيلسوف شوبنهاور) .

لقد ذهب بعض الفلاسفة إلى أن الاستدلال الرياضي هو نوع من القياس المنطقي، باعتبار أن كل منهما ينتقل من مقدمات إلى نتيجة ، وأن هناك تماسك قوي بين المقدمات و النتيجة، فإذا كان الأمر كذلك، يكون الاستدلال الرياضي عقيما مثل القياس باعتبار النتيجة فيه لا تأتي بشيء جديد مقارنة بالمقدمات.

**2. الاستدلال الرياضي استدلال خصب:**

يرى بعض الفلاسفة أن السبب في هذه الخصوبة هو كون الاستدلال الرياضي ليس فقط استنتاجا ينتقل من العام إلى الخاص أو من العام إلى العام، بل وهو كذلك استقراء أي ينتقل من مقدمات خاصة إلى نتيجة عامة، و بالتالي فالنتيجة أوسع و تأتي بجديد مقارنة بالمقدمات. فقد ذهب هنري بوانكريه، الرياضي و الفيلسوف الفرنسي الشهير، أن الاستدلال الرياضي استقراء و يتجلى ذلك في البرهان بالتكرار، حيث نبرهن أنه إذا كانت علاقة ما صحيحة بالنسبة إلى ن=م فإنها كذلك صحيحة بالنسبة إلى ن=م+1 ، و ن=م+2، و ن =م+3 ... إلخ ، فهي برهنة تنتقل من الخاص إلى العام.

و قد ذهب العالم المنطقي غوبلو إلى أن الاستدلال الرياضي خصب، لأنه عملية عقلية إنشائية كما يتجلى ذلك في البرهان التركيبي.

**النتيجة : إن خصوبة الاستدلال الرياضي تتجلي في صورته أكثر من مضمونه، أي في طريقة البرهنة أكثر من محتوى البرهنة، وكذلك في مختلف تطبيقاته.إن العالم الرياضي عالم مبدع باعتباره ينشأ مفاهيم و قضايا جديدة، ويتخيل طرقا و أساليب شتى يثبت بها المطلوب... .**

**المشكلة الثالثة : الرياضيات و معرفة العالم**

إذا كانت الرياضيات علما عقليا يدرس الكميات العقلية المجردة، فهل معنى ذلك أنها لا صلة لها بالعالم المحسوس؟ هل يمكن للرياضيات أن تساهم في فهم عالم المحسوسات أي عالم الظواهر الطبيعية؟ و بعبارة أخرى هل هناك علاقة بين العلوم الرياضية المجردة و العلوم التجريبية؟.

**1. في العصور القديمة** : لا صلة للرياضيات بالعلوم التجريبية لقد اعتقد أرسطو أن الرياضيات هي علوم الكم، بينما الفيزياء هي علم الكيفيات الحسية، و من هنا فإن العلوم التجريبية هي علوم وصفية. و قد بقيت الرياضيات مدة طويلة مفصولة عن علوم الطبيعة، فالتفكير الرياضي تفكير منطقي يثبت صرامته الفكرية من جهة، بينما التفكير في مجال الطبيعة تفكير وصفي و كيفي . و إذا كان الفيثاغوريون قد حاولوا إيجاد صلة بين العالم الرياضي و العالم الطبيعي بقولهم الشهير أن " الأعداد تحكم العالم "، إلا أنهم كانوا يعطون للمفاهيم الرياضية معنى سحريا، كقولهم مثلا أن العدد 5 هو الزواج لأنه يتكون من أول عدد مذكر و هو 3 و أول عدد مؤنث و هو2) .

**2. في العصر الحديث** : غزو الرياضيات للعلوم الأخرى:

لكن الفيزياء الحديثة استعملت الرياضيات في التعبير عن قوانينها مع العلماء :كيبلر و غاليلي و نيوتن و ديكار . فقد اكتشف العالم كيبلر المدار الإهليليجي للمريخ، وصاغ غاليلي قانون سقوط الأجسام صياغة جبرية، و استعمل ديكارت العلاقات

المثلثية للتعبير عن قوانين انكسار الأشعة...و هكذا، أصبح العلم الحديث يصوغ قوانينه صياغة رياضية كمية، و أصبحت الأعداد لا تحكم العالم كما ادعى الفيثاغوريون بل تترجمه و تعبر عن قوانينه ترجمة تعبر عن مدى تطبيقه للرياضيات. فكأنما الرياضيات لغة كونية يتحدثها كل من الفيزيائي و الكيميائي و البيولوجي بل و حتى العالم النفساني و العالم الاجتماعي بدرجة أقل، و في ذلك يقول العالم الرياضي الفرنسي الشهير هنري بوانكاريه إن الرياضيات هي فن إعطاء اسم واحد لأشياء مختلفة.

**النتيجة: أن تطبيق العلوم التجريبية للرياضيات أمر نسبي، إذ أن هناك ظواهر إنسانية لا تقبل التعبير الرياضي الكمي ) مثلا :لا يمكن قياس درجة الشعور بالمتعة أثناء مشاهدة مقابلة رياضية .(إن الرياضيات، بالنسبة للعقل هي مدرسة صارمة ساهمت في فهم جزء كبير من الظواهر بشتى أنواعها، لكنها لا تستطيع أن تعبر عن جميع نواحي الثقافة الإنسانية ) .**

**<u>أسئلة</u>** :

1. عرف الفلسفة، وعلى ماذا تقوم؟ وما هما الإطارين الذين تندرج عليهما مهمة الفلسفة؟.
2. عرف فلسفة الرياضيات وما هو الهدف منها ؟ .
3. تكلم عن الإشكاليات الفلسفية الثلاثة بشكل مختصر.