مسار التفكير الرياضي (مراحل تطور الفكر الرياضي) :

1. رياضيات ما قبل إقليدس .

2. رياضيات إقليدس .

3. رياضيات العرب والمسلمين .

4. أزمة المثل .

5. الرياضيات المعاصرة .

1. رياضيات ما قبل إقليدس :(رياضيات وادي الرافدين و وادي النيل)

إن آلاف الأعمال الرياضية نشأت مجهولة البداية ومجهولة المكان فالترقيم والعد نشأ مجهولين الأصل في جميع بقع العالم التي تواجد بها الإنسان. وكانت وليدة الحاجة إذ وظفها الإنسان لكي يتعرف على عدد ممتلكاته ليعلم فيما إذا نقصت أو زادت ولا يعرف العدد المجرد إنما يعرف عدد المواشي مثلا من خلال علاقة ذلك بأصابعه وأجزاء جسمه فيمثل العنصر الأول من الماشية بأحد أصابعه والثاني بالإصبع الثاني وهكذا.....

إن الحاجة إلى الرياضيات النظرية قليلة في ذلك الوقت، ومن الممكن تغطية حلول مسائل الحاجات الاجتماعية والاقتصادية بحدس خاص متصلة بالحكمة. فقد كانت فيضانات النيل دافعا لحساب مساحات الحقول والمزارع لتنظيم قنوات الري والزراعة وكانت الحاجة لبناء الأهرام دافعا لدراسة الخطوط والمستقيمات وحساب مساحة بعض الأشكال الهندسية مثل المثلث المتساوي الساقين ومساحة نصف كرة وحجم الهرم المربع القائم وخاصية الوتر بالمثلث القائم الزاوية واستعمال الكسور خصوصا التي بسطها العدد واحد، واستخدموا العمليات الأربعة بوساطة رد عمليتي الضرب والقسمة إلى عمليتي الجمع والطرح فضلا عن تمكنهم من حل معادلات من الدرجة الأولى.

أما العراقيون القدماء فإنهم استعملوا الحساب والهندسة بشكل يفوق استخدامات المصريين خصوصا في الجبر ، فقد استخدموا الرياضيات في حساب حركة النجوم والكواكب ، وقياس الزمن، وتنظيم الملاحة والفلاحة والري وانتبهوا إلى النسبة الثابتة وحسبوها بشكل تقريبي. فقد كان اهتمامهم في الجبر عجيبا حيث أنهم توصلوا إلى حل معادلات آنية من الدرجة الثانية، والدرجة الثالثة ، وعرفوا نظرية فيثاغورس المشهورة قبل فيثاغورس بأكثر من ألف سنة.

وبشكل عام فأن رياضيات وادي الرافدين و رياضيات وادي النيل وما قدمه الهنود والصينيون القدماء (رياضيات ما قبل إقليدس) تعد من الرياضيات التي اعتمدت منهج الحدس الخاص في حل المسائل ، وارتبطت بالتطبيقات العملية المجردة ، وغلب على منهج تفكيرها الحدس المميز لمباحثها، مرتبطة بقضايا حسية خاصة تعكس نوعية الحاجات اقتصادية كانت أم اجتماعية . ولم يكن الاقتناع بالإجراءات عن طريق التسبب ألاستنتاجي الواضح ، ولم يمتلك إخراج المعلومات الرياضية نسقا واحدا.

2. إقليدس: 1820

عاش إقليدس في القرن الثالث قبل الميلاد، وعرف من خلال مؤلفه المشهور كتاب الأصول المكون من ثلاثة عشر فصلا. الستة الأولى تبحث في الهندسة المستوية، والأربعة التي تليها في الحساب ونظرية الأعداد، والثلاثة الباقية تبحث في الهندسة المجسمة. احتوت الفصول الستة الأولى على ثمانية وأربعين نظرية مسلسلة بشكل منطقي متين مع براهينها معتمدة على ثلاثة وعشرين تعريفا وخمس بديهيات وخمس مسلمات. لقد أثار كتاب الأصول وما ترتب على طابع تأليفه المنطقي المجرد جدلا بين العلماء والباحثين والمؤرخين عن الكيفية التي ظهر بها الكتاب وهل هو من بنات أفكار إقليدس وحده ؟ أم إنه امتداد لكتب لم تصلنا عبر العصور ؟ وبالرغم من أن تاريخ تطور الفكر الرياضي يقدم مدرستين يونانيتين مدرسة حسية أفلاطونية ومدرسة برهانية منطقية أرسطية إقليدية، إلا أن هناك من يعتقد أن كتاب الأصول هو إعادة صياغة لكتاب ألفه أفلاطون.

يعد كتاب الأصول أول المنعطفات في الفكر الرياضي الإنساني، الانعطاف من الاعتماد على الحدس الخاص والقضايا الحسية العملية الخاصة إلى تقديم رياضيات مجردة برهانية تعتمد على العقل العام في توظيف مفاهيمها الذهنية.كما أثار اختياره للمسلمات والبديهيات نقاشات حادة استمرت ألفين من السنين كانت نتائجها الانعطاف الثاني الذي ثبتت حدوده بنشر مقالة بولياي سنة 1823 ولذلك سوف نقدم قائمة البديهيات الخمس والمسلمات الخمس التي وردت وبعض المكافئات.

البديهيات:

1. الأشياء المساوية لشيء واحد متساوية فيما بينها.
2. أذا أضيفت كميات متساوية إلى أخرى متساوية تكون النتائج متساوية.
3. أذا طرحت كميات متساوية إلى أخرى متساوية تكون النتائج متساوية.
4. الأشياء المتطابقة متساوية.
5. الكل اكبر من الجزء.

المسلمات:

1. من الممكن الوصل بين أي نقطتين بخط مستقيم.
2. يجوز مد قطعة المستقيم من جهتيها إلى غير حد.
3. يمكن رسم دائرة إذا عرف مركزها ونصف قطرها.
4. جميع زوايا القوائم متساوية.
5. إذا قطع مستقيمان بمستقيم ثالث بحيث كان مجموع الزاويتين الداخليتين الواقعتين على جهة واحدة من القاطع أقل من قائمتين، فأن المستقيمان يتلاقيان في تلك الجهة من القاطع إذا مد إلى غير حد.

لقد عدت البديهيات والمسلمات من العبارات الصادقة صدقا مطلقا في هذه الحقبة، وإن احد مصادر صدق الرياضيات وقوة البرهان وسموه صدق المسلمات والبديهيات، ولذلك أثير نقاش كبير حول المسلمة الخامسة التي لم يستطيعوا التأكد

من صدقها بسبب اعتمادها على مد المستقيمين إلى غير حد (مد لا متناهي) وهذا صعب التطبيق وبالتالي يصعب قبول صدقه المطلق.

لم يتوصل أحد إلى التأكد من صدق المسلمة الخامسة أو بطلانها، إلا أن مكافئات منطقية ظهرت أثناء المحاولات ((يقال أن العبارتين متكافئتين إذا كانت كل واحدة تحتوي الأخرى منطقيا أي إذا كانت كل واحدة هي استنتاج منطقي للأخرى، وأن كل واحدة تعد شرطا كافيا وضروريا للأخرى)).

المكافئات:

1. لا يمكن رسم أكثر من مواز واحد لمستقيم من نقطة خارجة عنه.
2. إذا قطع مستقيم احد مستقيمين متوازيين فإنه يقطع الآخر.
3. البعد بين مستقيمين متوازيين ثابت لا يتغير.
4. مجموع زوايا المثلث يساوي قائمتين.
5. المستقيم العمود على منصف زاوية من نقطة مفروضة عليه يقطع ضلعيها.
6. يوجد زوج من المثلثات المتشابهة.
7. المستقيمات المتوازية لنفس المستقيم تكون متوازية فيما بينها.
8. من الممكن إمرار دائرة بثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.
9. إذا احتوى الشكل الرباعي على ثلاث زوايا قوائم فان زاويته الرابعة قائمة.
10. من نقطة داخل زاوية أقل من ثلثي القائمة يمكن رسم مستقيم يقطع ضلعي تلك الزاوية

وأخيرا الذي يتأمل روعة الفكر الرياضي وإمكاناته الفذة يلاحظ إن الرياضيات تقدم فن صياغة العبارة نفسها بعدة طرق مختلفة بجدارة، لا يمكن أن يرى الفرد تكافؤ تلك الصياغات إلا بعيون المنطق، والرياضيات المكافئات العشر خير مثل على ذلك.

3. دور العرب والمسلمين في هذه الحقبة:

لقد نقل العرب والمسلمون كتاب الأصول إلى العربية، وقد بقى هذا الكتاب أكثر من ألفي سنة كتابا مدرسيا يستعمل في مدارس أوربا و أفريقيا و أمريكا ثم أخذ الأوربيون هذا الكتاب من العرب أي من الترجمة العربية للكتاب وأهم وأشهر الترجمات هي ترجمة نصير الدين الطوسي وقد أضافوا إلى الترجمات شروحا وتعليقات كثيرة، وثمة بين العرب والمسلمين من حاول برهان صدق المسلمة الخامسة ، وهم عمر الخيام، ونصير الدين الطوسي و أثير الدين الأبهري وقدموا مكافئات مهمة لتلك المسلمة.

أما الإبداعات والابتكارات والأصالة في الرياضيات التي شهدها العقل العربي الإسلامي في هذه الحقبة تعود لكثير من العلماء الذين فقدت جل آثارهم أمثال الخوارزمي الذي عاش في القرن التاسع عشر الميلادي وهو مؤلف كتاب **الجبر والمقابلة**، وقد استعمل المجهول كلمة والمعادلات على شكل جمل ولم يجعل المجهول حرفا، واستخدم صيغة الدستور وحل المعادلات الكسرية وأمور كثيرة أخرى. وآخرون كثيرون ممن مهدوا الطريق لرياضيات ما بعدهم وما يؤكد ذلك هو ترجمة ونقل الكتب العربية والمؤلفات إلى أوربا وأمريكا و دخول المصطلحات والرموز و الأرقام العربية إلى الثقافة الغربية، ليس في ذلك الوقت فحسب وإنما استمر ذلك حتى وقتنا الحاضر. فقد أدخلت في القواميس الأجنبية كلمة **(algorithm)** حديثا وربما بعد الستينات من القرن العشرين لتعني **الخوارزم** وليس كلمة اللوغارتم كما يعتقد البعض لتدل على وصف دقيق ومنسق لعمليات حسابية أو تخطيطية قام بها الخوارزمي قبل ما يزيد على ألف عام.

أما العراقيون القدماء والمصريون القدماء فقد قدموا الكثير من الرياضيات ليحقق اليونانيون الخطوة الأولى من التجريد ويحقق ديكارت الخطوة الثانية من التجريد. إن الفضل لتقدم التجريد والتعميم والرياضيات بشكل عام في فترة بين الخطوتين بين العهد الاقليدي والعهد الديكارتي يعود للعلماء العرب و المسلمين فقد

عد العرب و المسلمون الموضوعات الرياضية تجريدات ذهنية وليست كائنات قائمة بذاتها كما تصور اليونانيون و لم ينسبوا إليها وجودا موضوعيا وهذه سمة تبين إنها متطورة جدا لأنها تتفق مع ما يعتقده علماء الرياضيات الحديثة بأن الأعداد و المستقيمات والسطوح كائنات لا وجود لها و أن الرياضيات خالية من مادة موضوعية، كما أنهم أهملوا جانبها الميتافيزيقي و اهتموا بالجانب المنطقي التجريدي.

ولقد فتح ديكارت آفاقا جديدة في التفكير الرياضي لم يهتدي إليها اليونان بسبب طريقتهم في حدس الكائنات الرياضية على أنها موجودة و معروفة وخالدة فهم لا يفكرون بغير المعروف من الأشياء، والجبر يناقش الكائنات المجهولة أي أن ديكارت و بواسطة ما قدمه العرب والمسلمون قدم فرصة تطور حقيقية لموضوعات ذهنية مثالية يشيدها العقل بوساطة قواعد معينة، إذ قدم اندماج الهندسة بالجبر أو التعبير الهندسي بصيغ جبرية كانت الحافز والأداة لظهور حساب اللانهايات الصغرى على يد العالمين هما نيوتن وليبتر بشكل منفصل سمي الموضوع بحساب التفاضل والتكامل وأصبح بالإمكان دراسة الحركة وحل المشاكل التي تثار في الديناميكا، وأصبح أيضا من الممكن دراسة المعادلات التفاضلية والحصول على معادلات تعبر عن الظاهرة الطبيعية، وأن حل هذا النظام من المعادلات تعرف التصرفات الحركية لتلك الظاهرة.

قام ديكارت باكتشاف طريقة تمكنه من التعبير بحروف جبرية عن الأشكال الهندسية، أي دمجه الهندسة بالجبر ليظهر موضوع الهندسة الجبرية. أن أهمية أعماله في الهندسة التحليلية يتجلى في استبعاده لجميع الأشكال الهندسية بإرجاعها كلها بوساطة التحليل إلى خطوط مستقيمة تحدد شكله بالإحداثيات الديكارتية (الإحداثيات المتعامدة). تترتب على ذلك حل مشكلات في الهندسة بيقين وبسرعة وبوضوح تام. لقد هيأ ديكارت تعاملا مبنيا على قواعد منظمة تطبق بشكل آلي على رموز من دون معرفة قيمتها مما مهد إلى إنشاء كائنات رياضية جديدة يعجز تصورنا الحدسي عن إنشائها، وقد لا يكون لها مقابل في الواقع التجريبي، كما هو شأن الأعداد المركبة التي ظهرت في القرن التاسع عشر. إن الأعداد المركبة تعتمد

على الجذر ألتربيعي للعدد (1−)، إن تعريف الأعداد المركبة لم يكن توسعا لفضاء الأعداد فحسب، وإنما نبه على بناء التحليل كله على فكرة العدد وهنا أصبحت دراسة الأعداد وردها إلى العدد الصحيح الموجب (الأعداد الطبيعية) أمرا في غاية الأهمية. أي تحول الانتباه من الكم المتصل (مفهوم الخط ونظرياته) إلى الكم المنفصل (مفهوم العدد ونظرياته).

لقد شهد العقدان الأول و الثاني من القرن العشرين نقاشات بين عمالقة الرياضيات آنذاك، حتى أصبح الرياضيون كما يقول بوانكرية غير قادرين على إقناع بعضهم بعضا. وبدون شك هناك وجهات نظر مختلفة. لقد صنفت وجهات النظر هذه على ثلاثة أقسام:

1.وجهة النظر منطقية القائلة بأن المنطق هو المنقذ.

2.وجهة النظر الحدسية وأصحابها يعتقدون بأنهم يمتلكون الحلول.

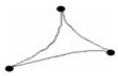
3.وجهة النظر الأكسومية وأصحابها يتفقون مع المنطقين ولكنهم يفترقون في تقييم القضايا الأكسسومية (نظام بديهي للرياضيات يعبر كزوج مرتب على المجموعة ويعتبر أداة إخراج).

4. أزمة المثل:1820−1950

لقد كان بولياي الأب عالما في الرياضيات وشاعرا وقاصا، وقد أراد ابنه أن يدرس الرياضيات بعيدا عن نصيحة الأب إذ كانت نصيحة الأب بأن لا يقترب من المسلمة الخامسة لإقليدس لأنها أضاعت الكثير من وقت الأب و وقت كثير من العلماء فضلا عما أحدثته من مشاكل عقلية لعلماء آخرين. إلا أن بولياي الابن لم يسمع كلام أبيه ودرس المسلمة الخامسة و أبدلها بإحدى نقائضها (من نقطة معلومة ليست على مستقيم معلوم يمكن رسم أكثر من مواز واحد يوازي المستقيم المعلوم). إن بولياي الابن استنتج في سنة 1820م استحالة وجود مشاكل في النظام البديهي الاقليدي وأنه بدء بإنشاء نظام هندسي جديد دون الاعتماد على نظام إقليدس، ولقد نشرت النتائج على شكل ملحق في كتاب أبيه 1832. وقد تبين 1848م أن العالم الروسي لوباتشيفسكي نشر هندسة مماثلة جدا في 1828م بدون

معرفة احدهما للآخر، وان كاوس قد توصل إلى تلك الهندسة بسنوات كثيرة قبلهم لكنه لم يظهرها لأنه لم يجد لها جدوى ولذلك لم ينشرها، وهكذا أصبحت هذه الهندسة تدعى بهندسة بولياي و لوباتشيفسكي.

لقد وجدت جهود بولياي و لوباتشيفسكي امتداد فيما أنجزه اثنان من أعظم علماء الرياضيات كاوس وريمان اللذان برهنا على وجود نوع أساسي ثالث في الهندسة عندما بدلوا المسلمة الخامسة بالنفي الثاني للمسلمة الخامسة لإقليدس (عدم وجود موازي لمستقيم معلوم من نقطة معلومة لا تقع عليه). الجدول التالي يبين بعض الصفات في الهندسيات الأساسية للثلاث.

النظام	الاختلاف في المسلمة الخامسة	مجموع زوايا المثلث	طبيعة الكون	شكل الكون	شكل المثلث
إقليدس	يوجد موازي واحد	180	غير محدود	مسطح	
بولياي و لوباتشيفسكي	عدد غير منتهي من الموازيات	أقل من 180	غير محدود	يشبه السرج	
ريمان	لا يوجد موازي	أكثر من 180	محدود	كروي	

5. الرياضيات المعاصرة: 1950

إن الرياضيات المعاصرة مصطلح له دلالة عامة، فرياضيات عصر معين تكون رياضيات معاصرة لذلك العصر. متمثلة بمجمل اهتمامات علمائه و إنتاجاتهم و مواقفهم الفكرية في الرياضيات، وحسب هذه الدلالة سيكون هناك عدد من الرياضيات بعدد من العصور. نلاحظ في بداية الأمر شيئين **الأول:** هو خيبة أمل العلماء في الأسس التي يعتمدون عليها فبعد أن عدوها صادقة صدقا مطلقا أصبح هناك من الأسس من لا ينتمي إلى دائرة الصدق والكذب. **والثاني:** هو خيبة أمل أخرى في انتماء عباراتهم وكائناتهم للواقع. وتترتب على هذين الأمرين اهتمام العلماء

الشديد بتفحص الأسس بشكل عام، حتى يتكون لديهم اليقين بأن البناء على تلك الأسس متين و متماسك مما جعلهم يناقشون المنهج وأن يعتمدوا الاستنتاج بدل الحدس، ولذلك طغى المنطق على الحدس، ورسمت علامات استفهام على المحتوى **(المحتوى يمثل مفردات المادة العلمية)** والمنهج **(المنهج يمثل طريقة تناول المفردات العلمية أي مجمل العمليات العقلية والخطوات المؤدية إلى قبولها)**، إذ أن المحتوى و المنهج مترابطان يتأثر أحدهما بالآخر. وما قدمته من أفكار و مراجعة للأسس ومنهج و محتوى الرياضيات و أدوات إنشائها أتى الانعطاف الثالث حوالي 1950 ميلادي. عندها استقر الرأي على الرياضيات المعاصرة (رياضيات اليوم) التي لها سمات نستعرض أهمها كنقاط فقط وعلى الطالب كتابة تقرير عنها كملخص لكل سمة **(راجع كتاب فلسفة العلم ومنطق البحث العلمي (الرياضيات))** للأستاذ الدكتور سليم حسن الكتبي.

1. نقطة البدء.
2. نسبية المبادئ.
3. زوال الفروق.
4. اختيار الفروض.
5. قبلية القضايا.
6. العلاقات التشكيلية.
7. البنى والتحويلات.
8. منهج التفكير.
9. الخصوبة والاقتصاد.
10. قبول الأدوار دون المؤثرات.
11. البرهان.
12. آلية العمل.
13. اتساع دائرة الفعاليات.

وهناك سمات عامة للرياضيات تتداول مصطلحاتها المصادر نود الوقوف عندها لبيان صلتها بالرياضيات إذ أن هذه السمات تكمن فيها قوة الرياضيات، وهي تتشاكل مع السمات الفكرية لتكون حزمة متفاعلة تعبر عن طبيعة الرياضيات المعاصرة ومصدر قوتها ومنهج التفكير، ومن أهم هذه السمات:

1. التجريد.
2. التماسك المنطقي.
3. التعميم.
4. الضبط.
5. العمق.
6. الجدية.
7. الأناقة.
8. التضلع.
9. الاقتصاد في التفكير.
10. المغزى.
11. الوضوح.
12. الثبات.

أسئلة:

1. تكلم عن رياضيات وادي الر افدين ووادي النيل.
2. اكتب بصورة مختصرة عما تعرفه عن كتاب الأصول.
3. اذكر خمسا لكل من البديهيات، والمسلمات، والمكافئات لإقليدس.
4. ما هي سمات الرياضيات المعاصرة.
5. ما هو المنهج والمحتوى.
6. تكلم بصورة مختصرة عن أزمة المثل.
7. اذكر بعض أعمال الخوارزمي وديكارت.
8. ما هي الصفات في الهندسيات إقليدس و بولياي و ريمان .
9. ما هي الانعطافات الثلاثة في الرياضيات .
10. ما هي أهم السمات العامة في الرياضيات المعاصرة .