بند (16) الدفعات المتساوية بفائدة مركبة Annuities

عرفنا سابقاً بأن الدفعات المتساوية هي مبالغ متساوية تدفع في بداية أو نهاية فترات زمنية متساوية وبانتظام (regular). وفي موضوع الفائدة البسيطة يتم التعاكل مع الدفعات المتساوية التي مدتها سنة أو تزيد قليلاً أما الدفعات التي تزيد مدتها على ذلك ولأجل طويل فتعامل على أساس الفائدة المركبة وهناك أنواع ثلاثة من الدفعات المتساوية هي:

1- دفعات متساوية مؤكدة Annuity Certain: وهي الدفعات التي تبدأ مدة استثمارها وتنتهي في تواريخ معلومة.

2- دفعات متساوية غير مؤكدة: وهي الدفعات التي يكون تاريخ استثمار الدفعة الأولى أو الأخيرة غير معلوم.

3- دفعات متساوية مؤكدة Annuity Certain: وتقسم بدورها إلى نوعين:

أ- دفعات عادية (Ordinary Annuities): وهي عبارة عن دفعات متساوية تدفع في نهاية الفترة الزمنية.

ب- دفعات فورية Annuities Due: وهي دفعات متساوية تدفع في بداية الفترة الزمنية وتسمى أيضاً دفعات (غير عادية).

Copyright © 2013. dar al-yazori. All rights reserved. May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under U.S. or applicable copyright law.

بند (17): جملة الدفعات المتساوية

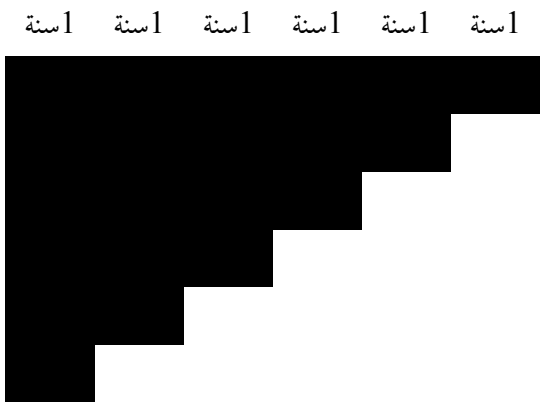
1- جملة الدفعات المتساوية في نهاية المدة الزمنية

لو فرضنا أن جملة الدفعات المتساوية في نهاية المدة هي (جـم) فمبلـغ الدفعـة (م) وسعر الفائدة (ر) وعدد الدفعات المتساوية (ن) فإنه يمكن كتابة قانون جملة الدفعات المتساوية بفائدة مركبة في نهاية المدة على النحو الآتي:

$$\text{جم} = \frac{\text{أ}(1+\text{ر})^{\text{ن}} - 1}{\text{ر}} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

فلإيجاد جملة دفعات مبلـغ (1000) دينـاراً أودع في مصرـف بفائـدة مركبـة بمعدل 6٪ سنوياً في نهاية كل سنة ولمدة 6 سنوات.

$$\text{عدد الدفعات} = \frac{\text{المدة الكلية}}{\text{مدة الدفعة الواحدة}} = \frac{6}{1} = 6$$



جـ1 = $1000 (1 + 0.06)^5$

جـ2 = $1000 (1 + 0.06)^4$

جـ3 = $1000 (1 + 0.06)^3$

جـ4 = $1000 (1 + 0.06)^2$

جـ5 = $1000 (1 + 0.06)^1$

جـ6 = $1000 (1 + 0.06)^{صفر}$

Copyright © 2013. dar al-yazori. All rights reserved. May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under U.S. or applicable copyright law.

∴ جـ = جـ1 + جـ2 + جـ3 + جـ4 + جـ5 + جـ6

∴ جـ = [1000 + ... + ^{4}(0.06 + 1) 1000 + ^{5}(0.06 + 1) 1000]

وبإخراج (1000) عامل مشترك

∴ 1000 [^{5}(1.06) + ^{4}(1.06) + ^{3}(1.06) + ^{2}(1.06) + (1.06) + 1]

المقادير داخل القوس تمثل متوالية هندسية (Geometric – Series) حدها الأول والأخير معلومان وكذلك عدد حدودها يمكن كتابتها.

$$\text{جم} = \frac{\text{أ}(\text{ر}^{\text{ن}} - 1)}{\text{ر} - 1}$$

$$\therefore \text{جم} = \frac{(1 - {}^{6}1.06)\ 1000}{1 - 1.06}$$

$$\therefore \text{جم} = \frac{(1 - {}^{6}1.06)\ 1000}{0.06}$$

ومنه:

$$\text{جم} = \frac{\text{أ}(1+\text{ر})^{\text{ن}} - 1}{\text{ر}}$$

Copyright © 2013. dar al-yazori. All rights reserved. May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under U.S. or applicable copyright law.

مثال (1): ما جملة (15) دفعة سنوية مقدار كل منهـا (300) دينـار اسـتثمرت بفائدة مركبة بمعدل 3٪ في نهاية كل سنة في مصرف الرشيد؟

الحل:

م = 300 (مبلغ الدفعة الواحد)

ن = 15 دفعة

ع = 3٪

$$\therefore \text{جم} = \frac{\text{م} \times (1+\text{ر})^{\text{ن}} - 1}{\text{ر}}$$

$$\therefore \text{جم} = \frac{300 \times (1+0.03)^{15} - 1}{0.03} = 15546 \text{ ديناراً}$$

Copyright © 2013. dar al-yazori. All rights reserved. May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under U.S. or applicable copyright law.