

### بعض البيانات الخاصة :

**المسار (walk):** ليكن  $G = (V, E)$  بيانا، يقال أن مسار  $W$  من الرأس  $v_0$  إلى الرأس  $v_n$  في

البيان  $G$  إذا كان  $W$  متتابعة متناوبة منتهية من رؤوس وحافات بالصيغة

$(v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n)$  إذ أن  $v_0$  هو الرأس الابتدائي (initial vertex)

وأن  $v_n$  هو الرأس النهائي (terminal vertex) للمسار  $W$  وأن  $e_i = v_{i-1}v_i$  لكل

$i = 1, 2, 3, \dots, n$  ، ويقال لعدد الحافات  $n$  أنها طول المسار  $W$  . إذ أنه يمكن أن يكتب

المسار  $W$  بشكل متتابعة من الرؤوس فقط أو متتابعة من الحافات فقط وذلك للسهولة. ونلاحظ

من تعريف المسار أنه لا يشترط عدم تكرار الحافات وبالطبع لا يشترط عدم تكرار الرؤوس

أيضا. وكما أن المسار  $W$  يكون مغلقا إذا كان  $(v_0 = v_n)$  ، ويكون مفتوحا إذا

كان  $(v_0 \neq v_n)$  .

**الدرب (path):** الدرب في البيان  $G$  هو مسار مفتوح حافته مختلفة ويمكن أيضا أن نعبر عن

الدرب  $(v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n)$  ، كمتتابعة للرؤوس فقط أي

$(v_0, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}, v_n)$  ، أو متتابعة للحافات فقط  $(e_1, e_2, \dots, e_n)$  .

**الدرب البسيط (simple path):** هو درب كافة رؤوسه  $(v_0, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}, v_n)$  تكون

مختلفة، ويمكن أن يرمز له بـ  $(v_0 - v_n)$  -درب. وأن الدرب الأقصر بين رأسين غالبا ما يطلق

عليه (geodesic).

ويقال لبيان  $G$  أنه بيان درب (path graph) إذا كان البيان  $G$  مكونا من درب واحد فقط،

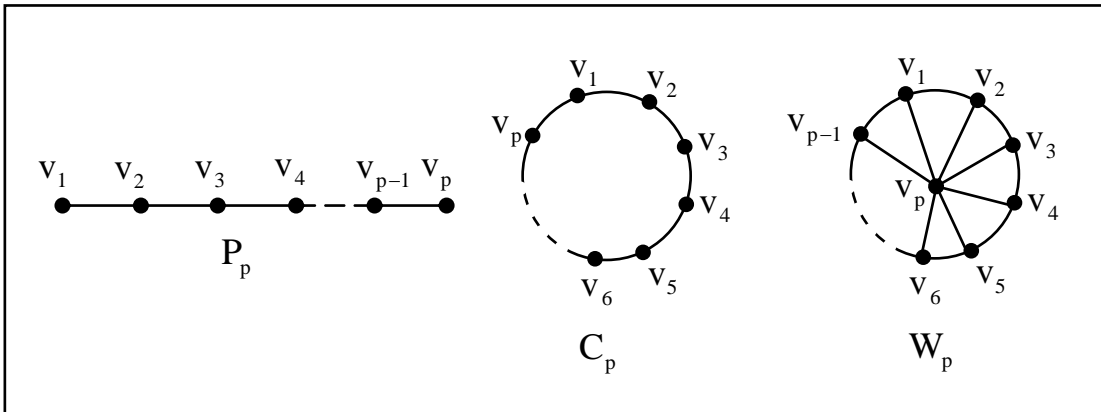
وعندما تكون رتبته  $p$  نرمز له بـ  $P_p$  . ( لاحظ الشكل (5-1)).

الدائرة (cycle): الدارة في البيان  $G$  هي  $(v_0 - v_n)$  -درب مع الحافة التي تصل الرأسين  $v_0$  و  $v_n$  لكل  $n \geq 2$  .

أي أن الدارة  $(v_0, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}, v_n)$  هي درب مغلق ، ونلاحظ أن الدارة التي عدد رؤوسها  $n$  تسمى  $n$ -دائرة (n-cycle) ، وأن طول الدارة  $C$  والذي يرمز له بـ  $\ell(C)$  يمثل عدد حافاتها ، وبصورة خاصة عندما يكون طول الدارة 3 تسمى مثلثية (triangle) .

ويقال لبيان  $G$  أنه بيان دائرة (cycle graph) إذا كان البيان  $G$  مكونا من دائرة واحدة فقط وعندما تكون رتبته  $p$  نرمز له بـ  $C_p$  . ( لاحظ الشكل (1-5) ).

العجلة (wheel): هو بيان من رتبة  $p$  يتكون من بيان دائرة  $C_{p-1}$  مع رأس آخر متجاور مع كل رؤوس  $C_{p-1}$  ،  $p \geq 4$  ، ونرمز للعجلة بـ  $W_p$  . ( لاحظ الشكل (1.5) ).



الشكل (1-5)

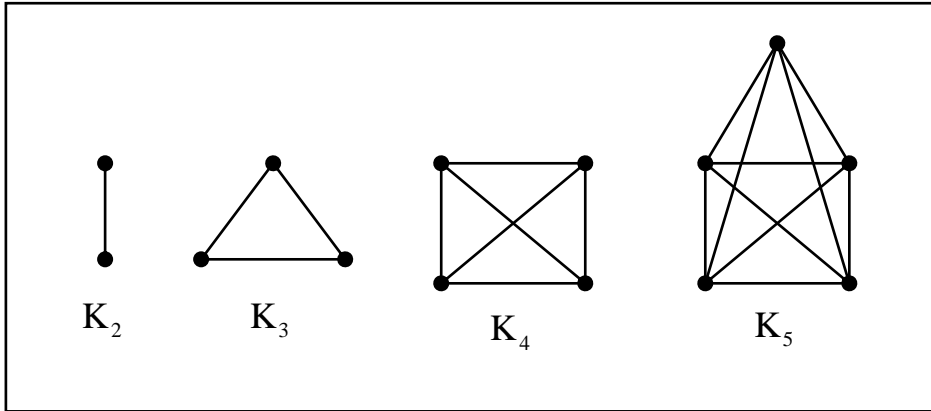
البيان التام (complete graph): يقال للبيان  $G$  أنه بيان تام إذا كان  $G$  بياناً فيه كل رأسين مختلفين متجاورين، ويرمز عادة للبيان التام الذي عدد رؤوسه  $p$  بالرمز  $K_p$ . ونلاحظ أن

$$\text{عدد حافات البيان التام } K_p \text{ هو } \frac{1}{2}p(p-1) . \text{ ( لا حظ الشكل (2-5)).}$$

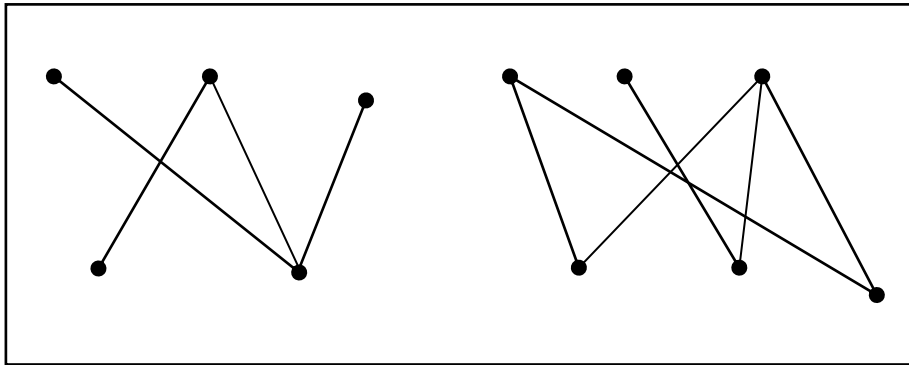
ويقال لبيان  $G$  أنه بيان ذو تجزئة  $n$  إذا أمكن تجزئة مجموعة رؤوسه  $V$  إلى مجموعات جزئية غير خالية  $V_1, V_2, \dots, V_n$  بحيث لا يوجد أي حافة في  $G$  تصل رأسين في المجموعة الجزئية نفسها ، ويمكن أن نرمز له بالرمز  $G = (V_1, V_2, \dots, V_n; E)$ .

وبصورة خاصة إذا كان  $n = 2$  فإن لدينا البيان الثنائي التجزئة (bipartite graph) ، أي أن البيان  $G$  يكون بياناً ثنائي التجزئة إذا أمكن تجزئة المجموعة  $V(G)$  إلى مجموعتين جزئيتين  $V_1$  و  $V_2$  بحيث أن كل حافة في  $E(G)$  تصل رأساً من  $V_1$  برأس من  $V_2$  ، ولا يوجد رأسان متجاوران في  $V_1$  (أو في  $V_2$ ) ، ويمكن أن نرمز له بالرمز  $G = (V_1, V_2; E)$  . (لاحظ الشكل (3-5)).

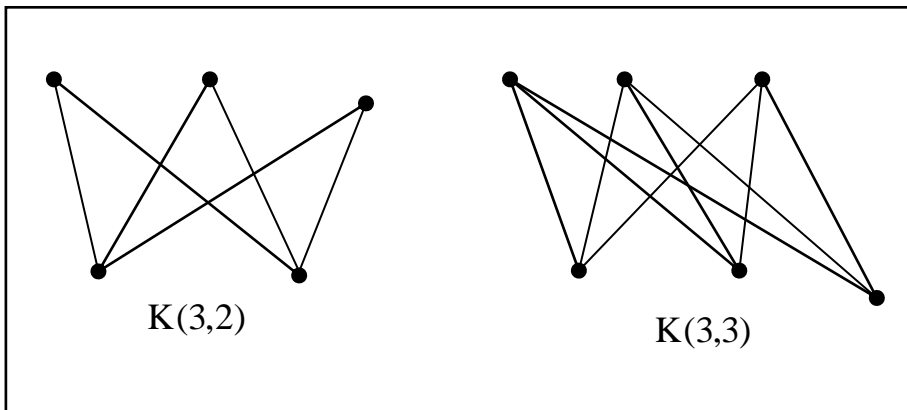
البيان الثنائي التجزئة التام (complete bipartite graph): يقال للبيان الثنائي التجزئة  $G = (V_1, V_2; E)$  أنه تام، إذا كان كل رأس في  $V_1$  متجاور مع كل رأس في  $V_2$  ، فإذا كان عدد رؤوس  $V_1$  هو  $m$  ( $|V_1| = m$ ) وعدد رؤوس  $V_2$  هو  $n$  ( $|V_2| = n$ ) ، فعندئذ نرمز للبيان الثنائي التجزئة التام بالرمز  $K_{m,n}$  أو  $K(m,n)$  ، ونلاحظ أن رتبته هي  $p = m + n$  وأن حجمه هو  $q = mn$  . ( لاحظ الشكل (4-5)).



الشكل (2-5) بيان تام

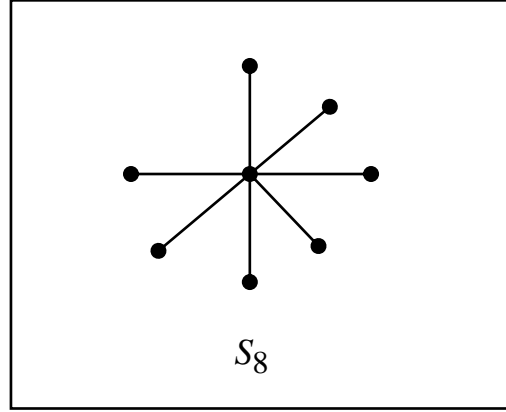


الشكل (3-5) بيان ثنائي التجزئة



الشكل (4-5) بيان ثنائي التجزئة تام

النجمة (star): هي بيان فيه  $(p-1)$  من الرؤوس بدرجة واحد والرأس الأخير يكون بدرجة  $(p-1)$ ، (أي متجاور مع كل الرؤوس بدرجة واحد) ونرمز لها بالرمز  $S_p$ ، أنظر الشكل (6-5) .



الشكل (6-5) البيان  $G$

### تمارين :

1. إعط مثالا مع الرسم لكل من البيات التالية :
  - أ. بيان بسيط ثنائي التجزئة منتظم من الدرجة الرابعة .
  - ب. بيان بسيط  $G$  بحيث يكون متشاكل مع  $I(G)$  .
2. هل يمكن إيجاد بيان  $G$  بحيث أن  $I(G)$  نجمة .
3. متى يكون البيان ذو التجزئة  $n$  هو بيان تام .
4. جد متتابعة المسار للبيان التام من الرتبة 5 .
5. ما الفرق بين المسار والدرب والدرب البسيط .