

المحاضرة السابعة: التحويلات الهندسية (Geometric Transformations)

1. مقدمة

- تستخدم التحويلات لتغيير موقع أو حجم أو اتجاه الأشكال في الرسوم الحاسوبية.

- تعتمد على التحويلات الخطية وتمثيل النقاط باستخدام الإحداثيات

المتجانسة (Homogeneous Coordinates).

يمكن تمثيل جميع التحويلات باستخدام مصفوفات 3×3 .

2. أنواع التحويلات الأساسية

1. الترجيف (Translation)

تستخدم لتحريك الشكل من مكان لآخر دون تغيير شكله.

المصفوفة:

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & tx \\ 0 & 1 & ty \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

◆ 2. التدوير (Rotation)

تدوير الشكل حول نقطة الأصل (أو أي نقطة).

المصفوفة:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

◆ 3. التكبير/التصغير (Scaling)

تغيير حجم الشكل أفقيًا وعموديًا.

المصفوفة:

$$S = \begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

◆ 4. الانعكاس (Reflection)

عكس الشكل حول محور معين (X أو Y).

مثال: الانعكاس حول المحور X:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. الإحداثيات المتجانسة

لتمثيل نقطة (x, y) نستخدم الشكل $(x, y, 1)$.

يسهل هذا ضرب المصفوفات وتطبيق التحويلات المركبة.

4. التحويلات المركبة (Composite Transformations)

يمكن دمج عدة تحويلات في مصفوفة واحدة عبر الضرب المتسلسل.

الترتيب مهم (الضرب غير تبادلي):

$$T = T_3 \cdot T_2 \cdot T_1 \cdot PT = T_3 \cdot T_2 \cdot T_1 \cdot PT$$

$$PT = T_3 \cdot T_2 \cdot T_1 \cdot P$$

5. تطبيق عملي في MATLAB

الهدف: 

رسم مثلث وتطبيق مجموعة من التحويلات عليه (ترجمة، تكبير، دوران).

```

clc; clear; close all;

% النقاط الأصلية للمثلث
P = [0 1 0.5;
      0 0 1;
      1 1 1]; % النقطة الثالثة لجعلها إحداثيات متجانسة

% رسم الشكل الأصلي
figure; hold on; axis equal;
fill(P(1,:), P(2,:), 'b', 'FaceAlpha', 0.3);
text(0.5, 1.1, 'Original', 'HorizontalAlignment', 'center');

% مصفوفة الترجمة
T = [1 0 2;
      0 1 1;
      0 0 1];

% مصفوفة التكبير
S = [1.5 0 0;
      0 1.5 0;
      0 0 1];

% مصفوفة التدوير 45 درجة
theta = pi/4;
R = [cos(theta) -sin(theta) 0;
      sin(theta) cos(theta) 0;
      0 0 1];

% تطبيق التحويل المركب
C = R * S * T * P;

% رسم الشكل المحول
fill(C(1,:), C(2,:), 'r', 'FaceAlpha', 0.5);
text(mean(C(1,:)), mean(C(2,:))+0.2, 'Transformed',
      'HorizontalAlignment', 'center');

title('تحويلات هندسية: ترحيف + تكبير + تدوير');
grid on;

```

