Testing of Hypothesis
اختبار الفرضيات

تطرقنا سابقاً لنظرية التقدير مع عرض لاهم الصفات التي يجب أن يتمتع بها المقدر الجيد. كذلك تم عرض اهم الطرق التي من شأنها التوصل لذلك المقدر بالاضافة الى استعراض لفترات الثقة واسلوب تكوينها. هنا سوف نتطرق الى موضوع اختبار الفرضيات الذي يعتبر الشق الثاني المكمل لنظرية التقدير في موضوع الاستدلال الاحصائي

Statistical Inference
- Estimation of Parameters
- Testing of Hypothesis

*General Cocepts and Definitions: (عامة ومفاهيم وتعاريف)

Stulistical Hypothesis: الفرضية الاحصائية:

هي ادعاء أو تصريح يتعلق بالتوزيع الاحتمالي (المجتمع الاحصائي) لمتغير عشوائي.

A hypothesis, is a statement (تعبير) or claim (ادعاء) about the probability distribution (parameter) of the random variable.

*هناك نوعين من الفرضيات الاحصائية وهي

١- الفرضية البسيطة Simple hypothesis

في هذا النوع من الفرضية يحدد بشكل كامل معالم التوزيع اي تكون فيها علامة (=) في الفرضية. اي توصف العلاقة بنقطة

مثلاً: $H_0: M=M_0$, $\sigma^2=\sigma_0^2$ هنا تم تحديد معلمي التوزيع بنقطة

هذه تمثل فرضية بسيطة

٢- الفرضية المركبة Composite hypothesis

في هذا النوع من الفرضية لا يحدد بشكل كامل معالم التوزيع اي توجد علامة اكبر (>) أو أصغر (<) أو (≠) في احدى الفرضيات

مثلاً: $H_0: M=M_0$, $\sigma^2>\sigma_0^2$

Scanned with CamScanner

In general, a hypothesis $H: \theta \in w$ is called simple hypothesis if w cosists of a single point while if w has more than one element, H is composite

def:
A test of hypothesis: is a rule which, when the experimental sample values have obtained, leads to a decision to accept or to reject the hypothesis under consideration.

Remark:
To distinguish between the two hypothesis considered we will call one of them the null hypothesis, denoted by H_0, and the other, the alternative hypothesis, denoted by H_1, To test H_0 versus H_1, the rule must, for any possible observed sample values, tell us which of the two hypothesis to accept. Thus:-
"accept H_0" is equivalent to "reject H_1" and vice versa. [often, the null hypothesis is a hypothesis of "no difference"].

ملاحظة حول الفرضيات البسيطة والمركبة
اذا كان التوزيع معروف وعينة الحملة معروفة (الفرضية بسيطة)
وبخلاف ذلك تسمى الفرضية (فرضية مركبة).

Remark: اختبار الفرضيات

In testing hypothesis we could make two different possible errors

عند اختبار الفرضيات، يمكن انه نقع بنوعين مختلفين من الاخطاء

	H_0 is true	H_0 is False
Accept H_0	No error	Type II error
reject H_0	Type I error	No error

عند اختبار اي فرضية يمكن انه نقع باخطأ من النوع الاول (Type I error) يعني نرفض فرضية العدم مع العلم انها صحيحة . او نقع بخطأ من النوع الثاني (Type II error) يعني نقبل فرضية العدم وهي خاطئة .

def.

α = size of type I error حجم الخطأ من النوع الاول

= P(type I error) احتمالية الوقوع بخطأ من النوع الاول

= P(reject H_0 | H_0 true) احتمالية رفض H_0 وهي صحيحة

= the significant level of the test of a statistical hypothesis H_0. مستوى المعنوية لاختبار فرضية العدم

Thus, the quantity α, is the probability of rejecting the hypothesis, H_0, when it is true.

β = "size of type II error" حجم الخطأ من النوع الثاني

= p(type II error) احتمالية الوقوع بخطأ من النوع الثاني

= p(accept H_0 | H_1 true) احتمالية قبول H_0 وهي خاطئة

Therefor, the quantity $\beta = p(II)$, is the probability of accepting the hypothesis H_0 when it is false.

*Critical Region المنطقة الحرجة

The region in which the value of test statistic lies is called critical region. This means the region of rejecting H_0.

The size of critical region is α (probability of type I error), also called level of significance of the test

* خطوات اختبار الفرضية

*Procedure:-

The following steps are followed when we testing a hypothesis

1) Set up null hypothesis (H_0) and the alternative hypothesis (H_1)

2) Point out critical region

3) Compute test statistic

4) Decision make a suitable decision to reject or accept H_0 in favor of H_1.

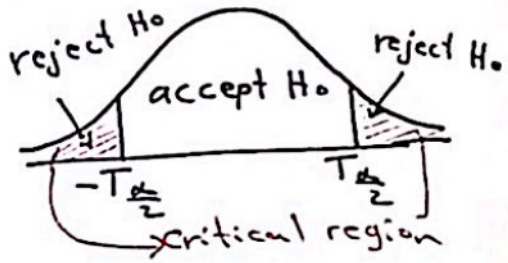
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Scanned with CamScanner

ملاحظة :- اختبار الفرضيات اما يكون من جانب واحد أو من جانبين وكالاتي :-

Two-sided test :-

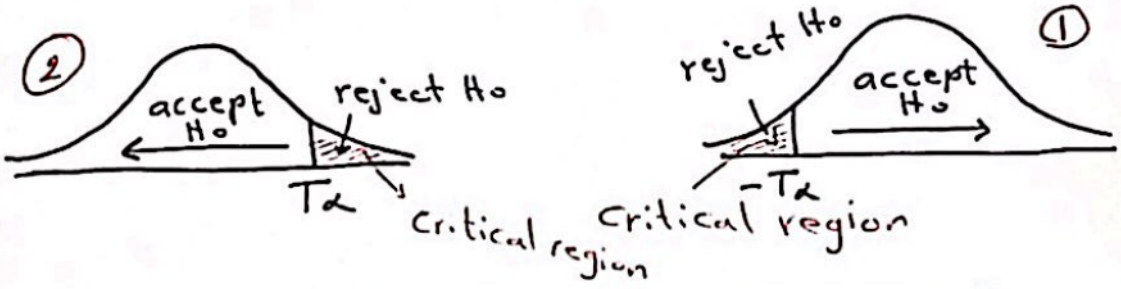
If for example we test the null hypothesis $H_0 : \theta = \theta_0$ against the alternative hypothesis $H_1 : \theta \neq \theta_0$



One-sided test :-

If we test ① $H_0 : \theta = \theta_0$ against $H_1 : \theta < \theta_0$

or ② $H_0 : \theta = \theta_0$ against $H_1 : \theta > \theta_0$



① Tests Concerning means :- اختبار فرضيات حول المتوسط

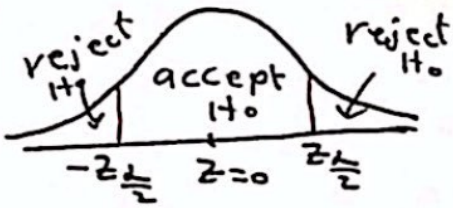
Ex: Suppose that it is known from experience (بخبرة) that the standard deviation of 8-ounce bread- (وحدة وزن شائعة ٢٢٦ غرام) (خبز) bake of cookies made by a certain bakery (مخبز) is (0.16) ounce. To check (للتأكد) wether its production (المنتوج) is under control (تحت السيطرة) on a given day, namely, to check wether the average weight is 8 ounces he selected a r.s. of 25 units and found that $\bar{x} = 8.112$ ounces. Use a level of significant $\alpha = 0.01$ $(z_{0.005} = 2.575)$

Solu:
Here we use two sided test because if $\mu > 8$ the bakery loses and if $\mu < 8$, the customer loses

نلاحظ يجب أن يكون الاختبار من جانبين لأنه اذا كان متوسط وزن الرغيف أكبر من 8 تخسر المخبز واذا كان متوسط وزن الرغيف أقل من 8 تخسر الزبون (المشتري).

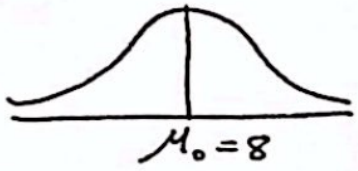
$H_0: \mu = \mu_0 = 8$

$H_1: \mu \neq 8$



Critical Region: $|Z| \geq z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.005} = 2.575$

* نستخدم اختبار z لأنه الانحراف المعياري للمجتمع معلوم بالرغم من ان حجم العينة صغير $(n<30)$ اما في حالة عدم معرفة الانحراف المعياري نستخدم اختبار t.



Scanned with CamScanner

Where $Z_{cal} = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

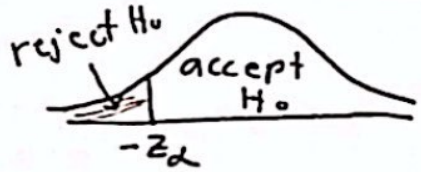
$\bar{X} = 8.112$, $\sigma = 0.16$, $n = 25$, $\mu_0 = 8$

$Z_{cal} = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \dfrac{8.112 - 8}{0.16/\sqrt{25}} = 3.5 > 2.575$

$\because Z_{cal} > Z_{tab}$ ∴ ترفض فرضية العدم

We reject H_0 because the test statistics value inside the critical region.

Ex: صاحب معمل A manufactor of tires production الاطارات انتاج claims that the average life time of his product (22000) معدل العمر الزمني لمنتوجه miles. To check his claims, a random sample of (100) tires has taken and it is found that on average it lasted (21431) miles with standard deviation (1295) miles using level of significant (α = 0.05), test his claims.



Solu:

$H_0: \mu = 22000$

$H_1: \mu < 22000$

C.R: $Z_{cal} \leq -Z_{0.05} = -1.645$

where $Z_{cal} = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$

$\bar{X} = 21431$, $n = 100$, $S = 1295$

$$Z_{cal} = \frac{21431 - 22000}{1295/\sqrt{100}} = -4.39 < -1.645$$

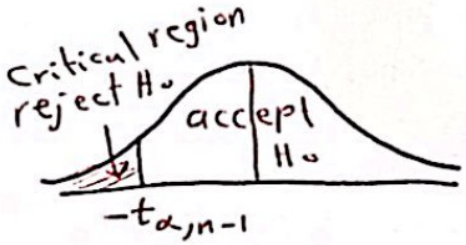
Decision

We reject H_0, because $Z_{cal} < Z_{tab}$

this means that the average life time of tires < 22000

Ex:

Suppose that the specifications for a certain kind of ribbon for mean breaking strength is (185) pounds, and (5) pieces randomly selected from different rolls have a mean strength (183.1) pounds with ($S.d = 8.2$) pounds Assuming that we can took upon the data as a random sample from normal population, test the above claim that the mean breaking strength (185) using $\alpha = 0.05$



Solu:

$H_0: \mu = 185$

$H_1: \mu < 185$

$$C.R: t_{cal} \leq -t_{\alpha,n-1} = -t_{0.05,4} = -2.132$$

$$t_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} = \frac{183.1 - 185}{8.2/\sqrt{5}} = -0.49 > -2.132$$

Decision: We accept H_0.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Scanned with CamScanner