الاتجاه العام غير الخطي

هنالك بعض الظواهر التي تخضع للاتجاه العام غير الخطي اي ان بيانات هذه الظواهر تؤخذ اشكالاً مختلفة غير خطية والاشكال غير الخطية التي ستتناولها هي:

1- المنحنيات من الدرجة الثانية والثالثة.

2- المعادلة نصف لوغارتمية (الدالة الاسية)

اولاً: المنحنيات من الدرجة الثانية والثالثة: The curves are of the second and third order

لاشك ان توفيق خط الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى يؤدي الى نتائج اكثر دقة بالمقارنة مع جميع الطرائق التي سبق الاشارة اليها الا ان الدقة نتائجها تتوقف الى حد كبير على تحديد الاتجاه العام للخط البياني الذي يناسب تطور الظاهرة في الفترة موضوع الدراسة اي على تحديد درجة المعادلة التي تصلح لتنفيذ الاتجاه العام للظاهرة موضوع الدراسة اذ قد يكون الاتجاه العام الذي تأخذه الظاهرة يتفق اكثر مع معادلة المنحني من الدرجة الثانية (القطع المكافئ) وشكل المعادلة من الدرجة الثانية هو:

$$\hat{y} = a + bt + ct^2$$

حيث ان: $\hat{y}$: تمثل القيمة التقديرية للظاهرة. a,b,c عبارة عن ثوابت.

ويمكن تقدير معادلة المنحنى من الدرجة الثانية بطريقة المربعات الصغرى وذلك بتقدير المعاملات (a,b,c) من خلال المعادلات الطبيعية اللازمة وهي:

$$\hat{y} = a + bt + ct^2 \qquad \dots (أ)$$

بضرب المعادلة (أ) بـ $\sum$ نحصل على:

$$\sum y_i = na + b\sum t_i + c\sum t_i^2 \qquad \dots (1)$$

بضرب المعادلة (أ) بـ $\sum t_i$ نحصل على:

$$\sum t_i y_i = a\sum t_i + b\sum t_i^2 + c\sum t_i^3 \qquad \dots (2)$$

بضرب المعادلة (أ) بـ $\sum t_i^2$ نحصل على:

$$\sum t_i^2 y_i = a\sum t_i^2 + b\sum t_i^3 + c\sum t_i^4 \qquad \dots (3)$$

وبحل المعادلات الثلاثة انياً نحصل على قيم (a,b,c).

ولتبسيط تلك المعادلات نستخدم نفس المفاهيم التي ذكرت في المعادلة من الدرجة الاولى بتغير نقطة الاصل والتي تعتمد فيها على عدد السنوات زوجياً او فردياً عند النقطة الوسطية للفترة الزمنية للسلسلة حيث تكون (صفر) باعتبارها نقطة الاصل وبذلك تصبح المعادلات الثلاثة كما يلي:

$$\sum y_i = na + b(0) + c\sum t_i^2$$

$$\sum y_i = na + c\sum t_i^2 \qquad \dots (1)$$

$$\sum t_i y_i = a(0) + b\sum t_i^2 + c(0)$$

$$\sum t_i y_i = b\sum t_i^2$$

$$b = \frac{\sum t_i y_i}{\sum t_i^2} \qquad \dots (2)$$

$$\sum t_i^2 y_i = a\sum t_i^2 + b(0) + c\sum t_i^4$$

$$\sum t_i^2 y_i = a\sum t_i^2 + c\sum t_i^4 \qquad \dots (3)$$

ان المعادلة من الدرجة الثانية لا تعطي اتجاهاً عاماً معيناً حيث ان المنحني يعني ان معدل التغير يختلف من نقطة الى اخرى ولمعرفة القيمة الاتجاهية لاي من السنوات التي تتضمنها السلسلة الزمنية هي متأثرة فقط باتجاهها العام فنعوض عن (t) في المعادلة الاتجاه العام بما يساويها وحسب الترتيب فنحصل على معدل التغير في هذه السنة.

مثال: البيانات الاتية تمثل سلسلة زمنية للانتاج السنوي للسماد للفترة من 1970−1980 المطلوب تقدير المعادلة من الدرجة الثانية والتنبؤ بالانتاج لعام 1981.

السنوات	الانتاج	t	t*y	t^2	t^2*y	t^4
1970	250	-5	-1250	25	6250	625
71	295	-4	-1180	16	4720	256
72	334	-3	-1002	9	3006	81
73	350	-2	-700	4	1400	16
74	361	-1	-361	1	361	1
75	373	0	0	0	0	0
76	362	1	362	1	362	1
77	349	2	698	4	1396	16
78	341	3	1023	9	3069	81

79	339	4	1356	16	5424	256
80	334	5	1670	25	8350	625
المجموع	**3688**	**0**	**616**	**110**	**34338**	**1958**

$$\hat{y} = a + bt + ct^2$$
$$b = \frac{\sum t_i y_i}{\sum t_i^2} = \frac{616}{110} = 5.6$$
$$\sum y_i = na \;\; + c\sum t_i^2 \qquad \dots(1)$$
$$\sum t_i^2 y_i = a\sum t_i^2 + c\sum t_i^4 \qquad \dots(2)$$

$3688 = 11(a) + 110(c)$ ...(1)

$34338 = 110(a) + 1958(c)$ ...(2)

بضرب المعادلة (1) في الرقم (10) نحصل على:

$36880 = 110(a) + 1100(c)$ ...(1)

$34338 = 110(a) + 1958(c)$ ...(2)

بالطرح

$2542 = -858(c) \longrightarrow c = -2542/858 = -2.963$

وبتعويض قيمة (c) في المعادلة (1) نحصل على قيمة (a)

$3688 = 11(a) + 110(c)$

$3688 = 11(a) + 110(-2.963)$

$a=364.9$

$$\hat{y} = 364.9 + 5.6t - 2.963t^2$$
$$\hat{y}_{1981} = 364.9 + 5.6(6) - 2.963(6)^2 = 291.832$$