نماذج السلاسل الزمنية

قبل البدأ بدراسة فصل مركبات السلسلة الزمنية ينبغي صياغة نموذج رياضي يربط بين قيم الظاهرة المدروسة وقيم مركبات السلسلة الزمنية وفي الواقع هناك العديد من النماذج الرياضية التي تصف سلوك السلسلة الزمنية ولكن اكثرها استخداماً من حيث السهولة في التعامل مايلي:

1-النموذج الجمعي Additive Model

يفترض النموذج الجمعي بان قيمة الظاهرة (Y) عند الزمن (t) هي عبارة عن حاصل جمع المركبات الاربعة للسلسلة الزمنية عند تلك الفترة الزمنية ويتم توصيف ذلك رياضياً على النحو الاتي:

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + R_t$$

وللسهولة التطبيقية يتم حذف رمز الزمن (t) ليأخذ النموذج الشكل الاتي:

$$Y = T + S + C + R$$

ويتم فصل مركبات السلسلة الزمنية بعضها عن البعض الاخر بواسطة عملية الطرح فعلى سبيل المثال عند تجريد قيم الظاهرة (Y) من اثر التغيرات الاتجاهية (T) فان ذلك يتم كالاتي:

$$Y - T = S + C + R$$

ويشترط عند استخدم النموذج الجمعي ان تكون مركبات السلسلة الزمنية مستقلة عن بعضها البعض الاخر بمعنى ان حدوث احد المركبات يجب ان لا يؤثر في حدوث مركبات السلسلة الزمنية الاخرى.

2-النموذج الضربي Multiplicative Model

يفترض النموذج الضربي بان قيمة الظاهرة (Y) عند الزمن (t) هي عبارة عن حاصل ضرب المركبات الاربعة للسلسلة الزمنية عند تلك الفترة الزمنية ويتم توصيف ذلك رياضياً على النحو الاتي:

$$Y_t = T_t \times S_t \times C_t \times R_t$$

وللسهولة التطبيقية يتم حذف رمز الزمن (t) ليأخذ النموذج الشكل الاتي:

$$Y = T \times S \times C \times R$$

ويتم فصل مركبات السلسلة الزمنية بعضها عن البعض الاخر بواسطة عملية القسمة فعلى سبيل المثال عند تجريد قيم الظاهرة (Y) من اثر التغيرات الاتجاهية (T) فان ذلك يتم كالاتي:

$$\frac{Y}{T} = \frac{T \times S \times C \times R}{T} = S \times C \times R$$

وباستخدام نفس الاسلوب يتم تجريد قيم الظاهرة من اثر مركبات السلسلة الزمنية الاخرى بعد تقدير كل مركبة من المركبات على الانفراد.

مثال: الجدول الاتي يمثل سلسلة زمنية فصلية لأربع سنوات للفترة من (2005−2008) والقيم الاتجاهية تزداد بوحدة واحدة لكل فصل وكذلك تأثير الموسم ثابت خلال كل فصل للسنوات وقد علمت قيم كل عنصر بكل فصل للكل من تأثير التغيرات الدورية والعشوائية المطلوب ايجاد قيم الظاهرة للمدة المذكورة وفق النموذج الجمعي.

السنة	الفصل	T	S	C	R	Y=T+S+C+R
2005	Q_1	140	5	-13	-2	140+5+(-13)+(-2)=130
	Q_2	141	-10	-12	8	141+(-10)+(-12)+8=127
	Q_3	142	-3	-10	6	142+(-3)+(-10)+6=135
	Q_4	143	8	-5	-6	143+8+(-5)+(-6)=140
2006	Q_1	144	5	-2	-15	144+5+(-2)+(-15)=132
	Q_2	145	-10	-1	-5	129
	Q_3	146	-3	0	2	145
	Q_4	147	8	2	1	158
2007	Q_1	148	5	4	-4	153
	Q_2	149	-10	8	-1	146
	Q_3	150	-3	12	5	164
	Q_4	151	8	16	-5	170
2008	Q_1	152	5	12	1	170
	Q_2	153	-10	9	0	152
	Q_3	154	-3	5	3	159
	Q_4	155	8	4	1	168

قياس الاتجاه العام Measure The General Trend

الاتجاه العام هو اهم مركبة من مركبات السلسلة الزمنية ويمثل التغير طويل الأجل في السلسلة وقياسه مهم لأسباب ثلاثة وهي:

1- يمكننا من معرفة الكيفية التي تتطور بها الظاهرة على المدى الطويل.
2- يساعد في التنبؤ بما سيكون عليه حال القيم المستقبلية.
3- يستخدم في حذف اثر الاتجاه العام من السلسلة ومن ثم يمكن دراسة التغيرات الاخرى بشكل افضل.

تتفاوت طرق تعيين الاتجاه العام المختلفة في سهولة تطبيقها ومدى دقتها حيث هناك نوعين من الاتجاه العام التي يمكن قياسهما وهما (الاتجاه العام الخطي والاتجاه العام غير الخطي). فان من طرق قياس الاتجاه العام الخطي:

1- طريقة متوسطي نصفي السلسلة.
2- طريقة المربعات الصغرى.
3- طريقة المتوسطات المتحركة.

اولاً: طريقة متوسطي نصفي السلسلة Half Middle-Series Method

تعد طريقة متوسطي نصفي السلسلة من ابسط الطرق المستخدمة في تقدير معادلة خط الاتجاه العام وتستند هذه الطريقة على فكرة تقسيم السلسلة الزمنية الى نصفين متساويين في عدد المشاهدات مع ملاحظة اذا كان عدد مشاهدات السلسلة الزمنية فردياً فيتم في هذه الحالة حذف قيمة المشاهدة المناظرة للسنة الوسطى في السلسلة الزمنية ولتقدير معادلة خط الاتجاه العام الممثلة بالصيغة الاتية يتم اتباع الخطوات الاتية:

$$\hat{y} = a + bt$$

1- تقسيم مشاهدات السلسلة الزمنية الى نصفين متساويين.
2- اعطاء تسلسل لسنوات لسلسلة الزمنية (t=1,23,…).

3- ايجاد الوسط الحسابي لتسلسل السنوات لكل نصف اي $(\overline{t_1}\ ,\overline{t_2})$.

4- ايجاد الوسط الحسابي لمشاهدات كل نصف اي $(\overline{y_1}\ ,\overline{y_2})$.

5- تحديد نقطة النصف الاول $(\overline{t_1}\ ,\overline{y_1})$ ونقطة النصف الثاني $(\overline{t_2}\ ,\overline{y_2})$.

6- تقدير معادلة الاتجاه العام وفقاً للصيغة الاتية:

$$\frac{y-\overline{y_1}}{t-\overline{t_1}} = \frac{\overline{y_2} - \overline{y_1}}{\overline{t_2} - \overline{t_1}}$$

مثال: فيما يلي بيانات عن قيمة المبيعات (بالألف الدولارات) من احدى السلع التي ينتجها احد المصانع في السنوات الموضحة بالجدول الاتي:

1- تقدير معادلة خط الاتجاه العام باستخدام طريقة متوسطي نصفي السلسلة ومن ثم رسم خط الاتجاه العام.

2- التنبؤ بقيمة المبيعات (y) لسنة 2000.

السنوات	قيمة المبيعات	t	$\bar{t}$	$\bar{y}$	المطلوب: تعيين النقاط
1990	12	1	$\overline{t_1} = \frac{1+2+3+4+5}{5}$ $\overline{t_1} = 3$	$\overline{y_1} = \frac{12+8+6+7+5}{5}$ $\overline{y_1} = 7.6$	$(\overline{t_1}\ ,\overline{y_1}) = (3,7.6)$
1991	8	2			
1992	6	3			
1993	7	4			
1994	5	5			
1995	6	6	$\overline{t_2} = \frac{6+7+8+9+10}{5}$ $\overline{t_2} = 8$	$\overline{y_2} = \frac{6+9+8+10+9}{5}$ $\overline{y_2} = 8.4$	$(\overline{t_2}\ ,\overline{y_2}) = (8,8.4)$
1996	9	7			
1997	8	8			
1998	10	9			
1999	9	10			

$$\frac{y-\overline{y_1}}{t-\overline{t_1}} = \frac{\overline{y_2}-\overline{y_1}}{\overline{t_2}-\overline{t_1}}$$

$$\frac{y-7.6}{t-3} = \frac{8.4-7.6}{8-3}$$

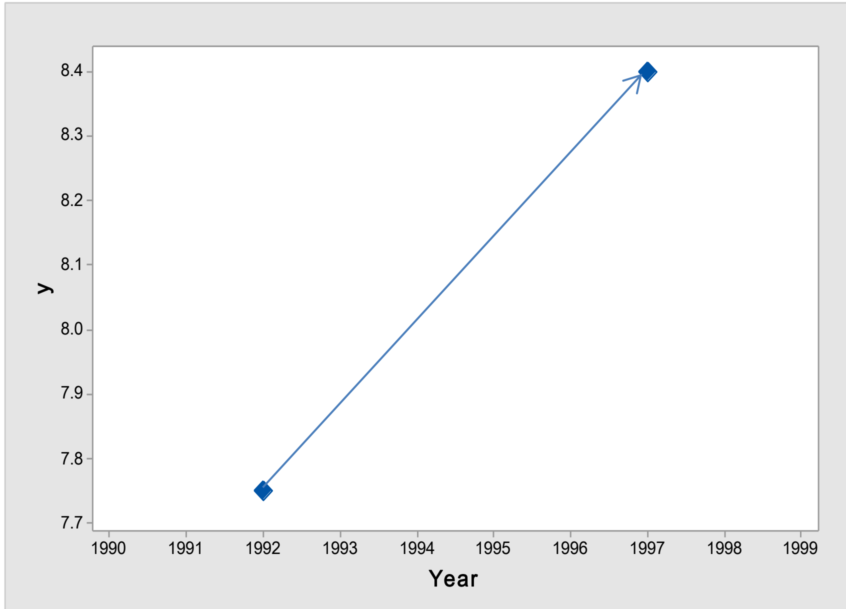
$$\frac{y-7.6}{t-3} = \frac{0.8}{5} = 0.16$$

$$y-7.6 = (t-3)\times 0.16$$

$$y-7.6 = 0.16t-0.48$$

$$y = 0.16t-0.48+7.6$$

$$\hat{y} = 7.12+0.16t$$



$$\hat{y}_{2000} = 7.12+0.16(11) = 8.88 \approx 9$$

عيوب طريقة متوسطي نصفي السلسلة

1- يتوقف حساب ميل خط الاتجاه العام على الوسطين الحسابين المحسوبين وكل من هذين الوسطين يتأثران بالقيم الشاذة اي الشديدة الارتفاع او الشديدة الانخفاض فاذا كان احد القسمين يحتوي على قيم مرتفعة او منخفضة اكثر من القسم الاخر فان ذلك يؤثر على قيمتي الوسطين الحسابيين وبالتالي لا يكون خط الاتجاه العام المحسوب يمثل الحالة بدقة.

2- تقل الدقة كلما قصر طول السلسلة.

3- ان العمل بهذه الطريقة يقصر على الحالات التي يكون فيها الاتجاه العام مستقيماً او قريباً من الاستقامة.

4- على الرغم من ان هذه الطريقة بسيطة الحساب الا ان النتائج التي نحصل عليها لا تكون دقيقة.