ونلاحظ من النموذج الرياضي للحالتين (الخبرة وعدم الخبرة) أن نقطة التقاطع ومعامل الانحدار مختلفة في كلا الحالتين،ولهذا بوجود تداخل فان تأثير المتغير النوعي تتم دراسته بمقارنة دوال الاستجابة لكل فئة من فئاته.

فمثلا لاختبار النموذج أعلاه:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{\beta}_3 (X_1 X_2)$$

فإذا أردنا اختبار تطابق النموذج خطي الانحدار فعندها نختبر الفرضية:

$$H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$$
$$H_1 : \beta_2 \neq \beta_3 \neq 0$$

$$\therefore \quad F = \frac{MSr(x_2 x_3 / x_1)}{MSe(x_1 x_2 x_3)}$$

إذا كانت قيمة F المحسوبة اكبر من قيمة F الجدولية يدل ذلك على إن احدهما أو كلاهما يختلف عن الصفر أي ان خطي الانحدار غير متطابقين

و إذا كانت قيمة F المحسوبة اصغر من قيمة F الجدولية يدل ذلك على كلاهما ليس لهما تأثير على Y أي أن خطي الانحدار متطابقين

وإذا أردنا اختبار أن كلا الخطين لهما معامل الانحدار نفسه أي لايوجد تداخل بينهما ولكن كل واحد له نقطة تقاطع خاصة به فأننا نختبر الفرضية:

$$H_0 : \beta_3 = 0$$
$$H_1 : \beta_3 \neq 0$$

$$\therefore \quad F = \frac{MSr(x_3 / x_1 x_2)}{MSe(x_1 x_2 x_3)}$$

إذا كانت قيمة F المحسوبة اكبر من قيمة F الجدولية يدل ذلك على وجود تداخل بين خطي الانحدار أي لهما معاملات انحدار مختلفة

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{\beta}_3 (X_1 X_2)$$

و إذا كانت قيمة F المحسوبة اصغر من قيمة F الجدولية يدل ذلك على عدم وجود تداخل بين خطي الانحدار أي أن لهما معامل الانحدار نفسه لهذا فأن

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2$$

مثال خاشع ص 410-414

ب-عندما يكون للمتغير النوعي أكثر من فئتين:

1-عند عدم وجود تداخل بين المتغير المستقل النوعي والكمي

لتوضيح هذا النوع من الحالات نفرض أننا أردنا أجراء دراسة عن العلاقة بين الراتب السنوي Y وعدد سنين الخدمة (X_1) والحالة التعليمية (X_2) في احدى المؤسسات فنلاحظ أن X_2 هنا (الحالة التعليمية) هو متغير نوعي ذو ثلاثة فئات(K=3)

الحالة التعليمية

1- شهادة ثانوية

2- شهادة كلية

3- شهادة عليا

لذا يمكن تمثيله بمتغيرين نوعيين (K-1=2) وهما:

$$x_2 = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

1 موظف حاصل على شهادة كلية

0 موظف حاصل على غير ذلك

$$x_3 = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

1 موظف حاصل على شهادة عليا

0 موظف حاصل على غير ذلك

وهنا وضعنا شهادة الثانوية كأساس للمقارنة (لانها اخذت القيمة صفر في كلا المتغيرينX_2 وx_3)وتكون دالة الاستجابة المقدرة عندها:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{\beta}_3 X_3$$

وهنا تكون دالة الاستجابة للشخص الحاصل على شهادة المدرسة الثانوية كما يلي:

$$\begin{aligned}\hat{Y}_i &= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 (0) + \hat{\beta}_3 (0) \\ &= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1\end{aligned}$$

أما دالة الاستجابة للموظف الحاصل على شهادة الكلية فهي

$$\begin{aligned}\hat{Y}_i &= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 (1) + \hat{\beta}_3 (0) \\ &= (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2) + \hat{\beta}_1 X_1\end{aligned}$$

واخيرا وللموضف الحاصل على شهادة عليا فان دالة الاستجابة ستكون:

$$\begin{aligned}\hat{Y}_i &= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 (0) + \hat{\beta}_3 (1) \\ &= (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_3) + \hat{\beta}_1 X_1\end{aligned}$$

ومن النماذج الثلاثة أعلاه نلاحظ بان دالة الاستجابة المقدرة تمثل خطا مستقيما لسنين الخبرة (x1) ولها معامل انحدار واحد $\hat{\beta}_1$ لجميع حملة الشهادات أما $\hat{\beta}_2$ فانها تقيس الفرق في الراتب لموضف خريج كلية مقارنة مع الموظف الحاصل على شهادة ثانوية ،واخيرا فان $\hat{\beta}_3$ يقيس الفرق بالراتب للموظف الحاصل على شهادة عليا نسبة إلى الموظف الحاصل على شهادة الثانوية .

أما الفرق في الراتب الذي يحصل عليه الموظف حاصل على الشهادة العليا نسبة إلى الموظف خريج الكلية فيمثله $(\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_2)$ ، وفيما يلي شكل بياني يوضح معنى معلمات الانحدار في هذه الحالة:

ولاختبار معنوية الانحدار في هذه الحالة يتم باستخدام اختبار F حيث:

$$\therefore \quad F = \frac{MSr(x_1 x_2 x_3)}{MSe(x_1 x_2 x_3)}$$

بعد هذه العملية نقوم باختبار معنوية كل واحد من المتغيرات بثبوت تأثير المتغيرات المثبتة، فإذا نتج $\hat{\beta}_1$ معنوي فهذا يعني معنوية تأثير سنوات الخدمة على الراتب ،أما معنوية $\hat{\beta}_2$ و $\hat{\beta}_3$ فتعني أن خطوط الانحدار لكل الموظفين لها نفس معامل الانحدار $\hat{\beta}_1$ وذات قيمة معنوية ولكن لكل منها نقطة تقاطع تختلف معنويا عن بعضها البعض.

ان معنوية $\hat{\beta}_1$ تعني بان زيادة سنة واحدة في الخدمة سيزيد الراتب السنوي بمقدار $\hat{\beta}_1$ مع بقاء x_2 و x_3 ثابتة .

أما $\hat{\beta}_2$ فهي تمثل الفرق في الراتب لموظف خريج كلية مقارنة مع الموظف الحصل على الشهادة الثانوية.

أما $\hat{\beta}_3$ فهي تمثل الفرق في الراتب لموظف حاصل على شهادة عليا عن موظف خريج ثانوية.

أما $(\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_2)$ فهو الفرق في الراتب السنوي لموظف حاصل على الشهادة العليا عن موظف خريج كلية.

مثال 418-420

ب-عند وجود تداخل بين المتغير المستقل النوعي والمتغير المستقل الكمي:

لنفس الحالة لدينا نفرض أن هناك تداخل بين عدد سنين الخدمة x_1 وبين الحالة التعليمية x_2 و x_3 وعندها تكون دالة الاستجابة:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X_{i2} + \hat{\beta}_3 X_{i3} + \hat{\beta}_4 X_{i4} + \hat{\beta}_5 X_{i5}$$

حيث أن:

$$X_{i4} = X_{i1} X_{i2}$$
$$X_{i5} = X_{i1} X_{i3}$$

وعندها تكون دالة الاستجابة لحامل الشهادة الثانوية:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1}$$

وعندها تكون دالة الاستجابة لحامل الشهادة الكلية:

$$\hat{Y}_i = (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2) + (\hat{\beta}_4 + \hat{\beta}_1) X_{i1}$$

وعندها تكون دالة الاستجابة لحامل الشهادة العليا

$$\hat{Y}_i = (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_3) + (\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_5) X_{i1}$$

فنماذج الانحدار أعلاه تشير إلى أن كل شهادة لها خطها الانحداري الخاص بها،فلكل منها معامل انحدار مختلف عن الاخرون ولكل منها نقطة تقاطع مختلفة أيضا وكما هو موضح في الشكل

ومن معادلة الانحدار الكلية تختبر تطابق خطوط الانحدار من خلال الفرضية :

$$H_0 : \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$$

$$\therefore \quad F = \frac{MSr(x_2 x_3 x_4 x_5 / x_1)}{MSe(x_1 x_2 x_3 x_4 x_5)}$$

إذا كانت معنوي يدل على ان خطوط الانحدار غير متطابقة

وإذا أردنا اختبار التداخل بين المتغير النوعي والكمي فتكون الفرضية وإحصائية F كما يلي

$$H_0 : \beta_4 = \beta_5 = 0$$

$$\therefore \quad F = \frac{MSr(x_4 x_5 / x_1 x_2 x_3)}{MSe(x_1 x_2 x_3 x_4 x_5)}$$

إذا كانت معنوي يعني وجود تداخل بين x_1 وكل من x_2 و x_3 .

مثال ص 421-423