الانحدار الغير الخطي البسيط Simple Non-Linear(curvilinear)Regression

وهو أيضا عبارة عن انحدار متغير معتمد y على متغير مستقل واحد x1 ولكن الانحدار يكون على شكل منحني وليس خط مستقيم ، أما معادلته هي:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X^2_{i2} + \ldots + \hat{\beta}_m X^m_{im}$$

$$= \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^{m} \hat{\beta}_j X^j_{i1}$$

$j=1 \Rightarrow \hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1}$ *linear*

$j=2 \Rightarrow \hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X^2_{i1}$ *quadratic*

$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X^2_{i1} + \hat{\beta}_3 X^3_{i1}$ *Qubic*

$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X^2_{i1} + \hat{\beta}_3 X^3_{i1} + \hat{\beta}_4 X^4_{i1}$ *Quartic*

$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X^2_{i1} + \hat{\beta}_3 X^3_{i1} + \hat{\beta}_4 X^4_{i1} + \hat{\beta}_4 X^4_{i1}$ *Quintic*

ويتم تنظيم البيانات في الانحدار غير الخطي البسيط كما يلي

y_i	x_{i1}	x^2_{i1}	.....	x^m_{i1}
y_1	x_{11}	x^2_{12}	.....	x^m_{1m}
y_2	x_{21}	x^2_{22}	.....	x^m_{2m}
.	.	.		.
.	.	.		.
y_n	x_{n1}	x^2_{n2}	.....	x^m_{nm}

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x^2_{12} & \ldots\ldots x^m_{1m} \\ 1 & x_{21} & x^2_{22} & \ldots\ldots x^m_{2m} \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ 1 & x_{n1} & x^2_{n2} & \ldots\ldots x^m_{nm} \end{bmatrix}_{n(m+1)}$$

$$\underline{X}'\underline{X} = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} X_{i1} & . & . & \sum_{i=1}^{n} X^{m}{}_{1} \\ \sum_{i=1}^{n} X_{i1} & \sum_{i=1}^{n} X^{2}{}_{i1} & . & . & \sum_{i=1}^{n} X_{1}^{m+1} \\ . & . & & & . \\ . & . & & & . \\ . & . & & & . \\ \sum_{i=1}^{n} X_{1}^{m} & \sum_{i=1}^{n} X_{1}^{m+1} & . & . & \sum_{i=1}^{n} X_{1}^{m+m} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'\mathrm{Y}$$

***اختبار الفرضيات:**

1- إذا كان النموذج من الدرجة معينة وجب احتواء ذلك النموذج على كافة الدرجات الاقل منها،أي مثلا قبلنا من الدرجة الرابعة فيجب قبول الدرجة الاولى والثانية والثالثة بغض النظر عما إذا كانت معنوية أم غير معنوية

2- عند اختبار فرضية باستخدام اختبار F أو t حول درجة معينة وجب قبول الفرضية القائلة بأن الدرجات الأعلى ليس لها أهمية في تفسير التغيرات الحاصلة في y أي قبول الفرضية التالية

$$H_0 : \beta_3 = 0 \qquad \Rightarrow H_0 : \beta_3 / \beta_1\beta_2 = 0$$
$$H_1 : \beta_3 = 0 \qquad H_1 : \beta_3 / \beta_1\beta_2 \neq 0$$

إذا يجب قبول الفرضية :

$$H_0 : \beta_4 = \beta_5 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \beta_m = 0$$

وسنختبر الفرضيات باستخدام اختبار F أو t :

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \ldots\ldots\ldots = \beta_m = 0$$
$$H_1 : \beta_1 \neq \beta_2 \neq \ldots\ldots\ldots \neq \beta_m \neq 0$$

وفيما يلي بعض الأمثلة عن اختبار الفرضيات

$$H_0 : \beta_1 = 0$$
$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

$H_0 : \beta_1 = 0$
$H_1 : \beta_1 \neq 0$

s.o.v	Df	Ss
$R(x_1)$ $E(x_1)$	1 n−2	$SSR(x_1) = \underline{\beta}' X' \underline{y} - n\bar{y}^2$ $SSe = SST - SSR(x_1)$ $= \underline{y}'\underline{y} - \underline{\beta}' X' \underline{y}$
Total	**n−1**	

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$
$H_1 : \beta_1 \neq \beta_2 \neq 0$

s.o.v	Df	Ss
$R(x_1 x_1^2)$ $E(x_1 x_2^2)$	**2** **n−3**	$SSR(x_1^2/x_1) = \frac{\hat{\beta}_2^2}{C_{22}} + SSR(x_1)$ $SSe = SST - SSR(x_1 x_1^2)$

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \ldots\ldots\ldots = \beta_m = 0$
$H_1 : \beta_1 \neq \beta_2 \neq \ldots\ldots\ldots \neq \beta_m \neq 0$

S.O.V	D.F	SS	MS	Cal.F
Due to regression $R(x_1, x^2_1 \ldots x^m_m)$ **Error**	M n-(m+1)	$SSR = \underline{\beta}' X' \underline{y} - n\bar{y}^2$ $SSe = SST - SSR$ $= \underline{y}'\underline{y} - \underline{\beta}' X' \underline{y}$	$\frac{SSR}{m}$ $\frac{SSe}{n-(m+1)}$	$\frac{MSR}{MSe}$
Total		$SST = \underline{y}'\underline{y} - n\bar{y}^2$		

$H_0 : \beta_2 / \beta_1 = 0$
$H_1 : \beta_2 / \beta_1 \neq 0$

تختبر ب F و t

$H_0 : \beta_1 / \beta_2 = 0$
$H_1 : \beta_1 / \beta_2 \neq 0$

لايمكن إجراء هذا الاختبار فلا يجوز اختبار درجة بوجود درجة أعلى

$H_0 : \beta_3\beta_5 / \beta_1\beta_2\beta_4 = 0$
$H_1 : \beta_3\beta_5 / \beta_1\beta_2\beta_4 \neq 0$

يمكن اجرائه