استخراج مجموع المربعات المصحح

$$SSR(x_1, x_2 \dots x_m) = SSR(x_1, x_2 \dots x_m / x_0) = SSR(x_1, x_2 \dots x_m) - SSR(x_0)$$
$$= \underline{\hat{\beta}}' X' \underline{y} - n\bar{y}^2$$

but

$$\underline{\hat{\beta}}' X' \underline{y} = \underline{\hat{\beta}}' X' X \underline{\hat{\beta}}$$
$$= \underline{\hat{\beta}}' C^{-1} \underline{\hat{\beta}}$$

$$= \left[\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \quad \hat{\beta}_2 \dots\dots\dots \hat{\beta}_m \right] * \begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} \dots\dots\dots C_{0m} \\ C_{10} & C_{11} \dots\dots\dots C_{1m} \\ . & \\ . & \\ . & \\ C_{m0} & C_{m1} \dots\dots\dots C_{mm} \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ . \\ . \hat{\beta}_m \end{bmatrix}$$

$$= SSR(x_0, x_1, x_2 \dots x_m)$$

$$\therefore SSR(x_1, x_2 \dots x_m) = SSR(x_0, x_1, x_2 \dots x_m) - n\bar{y}^2$$

$$= \left[\hat{\beta}_1, \quad \hat{\beta}_2 \dots\dots\dots \hat{\beta}_m \right] * \begin{bmatrix} C_{11} C_{12} \dots C_{1m} \\ C_{11} C_{12} \dots C_{1m} \\ . \\ . \\ . \\ C_{m1} \dots C_{mm} \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ . \\ . \hat{\beta}_m \end{bmatrix}$$

$$= \underline{\hat{\beta}}' X' \underline{y} - n\bar{y}^2$$
$$= \underline{\hat{\beta}}' C^{-1} \underline{\hat{\beta}}$$

أي أننا لكي نجد مجموع مربعات المصحح نشطب كل ما يتعلق ب $\hat{\beta}_0$ من متجه $\underline{\hat{\beta}}$

ومن مصفوفة $(XX)^{-1}$

$$note: \quad C^{-1} = \left[(XX)^{-1}\right]^{-1} = XX$$

مجموع المربعات الإضافي Additional Sum of Squares :

لتوضيح المقصود بهذا المجموع نفرض أن أحد الباحثين قام بدراسة حول العوامل المؤثرة على درجة الطالب فأختار x_1 الحالة الاقتصادية وx_2 بعد السكن وx_3 مجموع درجات الإعدادية ثم أراد بعد فترة إضافة متغيرين آخرين هما x_4 عدد ساعات الدراسة وx_5 عدد ساعات الغياب

فالنموذج كان :

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X_{i2} + \hat{\beta}_3 X_{i3}$$
$$\hat{Y}_i = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \hat{\beta}_4 X_{i4} + \hat{\beta}_5 X_{i5}$$

فمجموع المربعات الإضافي سيصبح

$$SSR(x_4, x_5 / x_1, x_2, x_3)$$

ويقصد به مجموع المربعات الناتج عن إضافة X_4 X_5 إلى نموذج كان يحتوي على X_1 X_2 X_3

او هو مجموع المربعات الناتج من تأثير التغير الحاصل بسبب X_4 X_5 على y علما أن تأثير المتغيرات الأخرى X_1 X_2 X_3 ثابت

$$SSR(x_4, x_5 / x_1, x_2, x_3) = SSR(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) - SSR(x_1, x_2, x_3)$$

$$where \quad \hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X_{i2} + \hat{\beta}_3 X_{i3} + \hat{\beta}_4 X_{i4} + \hat{\beta}_5 X_{i5}$$

$$SSR(x_1, x_2, x_3) \quad \triangleright \quad \hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X_{i2} + \hat{\beta}_3 X_{i3}$$

$$SSR(x_4, x_5) \quad \triangleright \quad \hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_4 X_{i4} + \hat{\beta}_5 X_{i5}$$

$$\therefore SSR(x_4, x_5/x_1, x_2, x_3) = SSR(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) - SSR(x_1, x_2, x_3)$$
$$= \underline{\hat{\beta}}' C^{-1} \underline{\hat{\beta}} \quad - \quad \underline{\hat{\beta}}' C^{-1} \underline{\hat{\beta}}$$

وهذا ما يسمى بإيجاد مجموع المربعات الإضافي بالطريقة العامة المطولة

إيجاد مجموع المربعات الإضافي بالطريقة المختصرة:

بالنسبة للمثال السابق لو تم إضافة X_4 X_5 إلى النموذج يحوي X_1 X_2 X_3 وان مصفوفة ال C تحتوي على فان :

$$\therefore SSR(x_4, x_5/x_1, x_2, x_3) = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_4 & \hat{\beta}_5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C_{44} & C_{45} \\ c_{54} & C_{55} \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} \hat{\beta}_4 \\ \hat{\beta}_5 \end{bmatrix}$$

$$\therefore SSR(x_1, x_3/x_2, x_4, x_5) = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 & \hat{\beta}_3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C_{11} & C_{13} \\ c_{31} & C_{33} \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_3 \end{bmatrix}$$

إما إذا أردنا إيجاد

$$SSR(x_3/x_1, x_2)$$

فلا يمكن إيجاده من النموذج أعلاه باستخدام هذه الدراسة بل أن له النموذج الخاص به

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X_{i2} + \hat{\beta}_3 X_{i3}$$

أي أن SSR يجب أن تحتوي كل المتغيرات

$$X_1 \rightarrow X_5$$

بمعنى أن النموذج الكلي يحتوي ثلاث متغيرات

اختبار الفرضيات وجدول تحليل التباين:

نفرض أننا ندرس تأثير X_3 التسميد وx_2 الحرارة وx_1 الرطوبة على نمو النباتات

نفرض أننا نختبر التسميد والرطوبة على نمو النبات

فتكون الفرضية:

ليس للتسميد والرطوبة من تأثير على نمو النبات $H_0 : \beta_1 = \beta_3 = 0$

يوجد للتسميد والرطوبة من تأثير على نمو النبات $H_1 : \beta_1 \neq \beta_3 \neq 0$

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_3 X_{i3}$$

وعندها نجد $SSR(x_1, x_3)$ أي أن النموذج الأساسي الذي يحتوي X_1 X_2 X_3 يغير نهائيا أي $\hat{\beta}_0$ $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_3$ سوف تتغير جميعها أي انه نموذج اخر وهو ليس جزء من النموذج السابق أي ان

$SSR(x_1, x_3/x_2) \rightarrow x_2$ تثبيت

$SSR(x_1, x_3) \rightarrow x_2$ الغاء

2- اختبار الفرضية

$$H_0 : \beta_1 / \beta_2 \beta_3 = 0$$
$$H_1 : \beta_1 / \beta_2 \beta_3 \neq 0$$

وهنا نجد $SSR(x_1/x_2 x_3)$ ويكون

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X_{i2} + \hat{\beta}_3 X_{i3}$$

3-اختبار

$$H_0 : \beta_3 = 0$$
$$H_1 : \beta_3 \neq 0$$

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_3 X_{i3}$$

4-اختبار

$$H_0 : \beta_1 / \beta_2 = 0 \quad \text{or} \quad H_0 : \beta_1 = 0$$
$$H_1 : \beta_1 / \beta_2 \neq 0 \qquad H_1 : \beta_1 \neq 0$$