5-اختبار تأثير درجة الحرارة على نمو النبات، فإذا أردنا اختبار تأثير الرطوبة مع درجة الحرارة فإننا نستخدم الفرضية

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$$
$$H_1 : \beta_1 \neq \beta_2 \neq 0$$

وهنا طبعا ستقبل فرضية العدم لأننا نفرض أن الحرارة تؤثر على نمو النبات حيث تقبل الفرضية البديلة إذا كان على الأقل احدهم يؤثر، لذا فان الفرضية الأفضل

$$H_0 : \beta_1 / \beta_2 = 0$$
$$H_1 : \beta_1 / \beta_2 \neq 0$$

## كيفية إيجاد مجموع المربعات:

مثلا

$$SSR(x_1x_2x_3) = SSR(x_1x_2) + SSR(x_3/x_1x_2)$$
$$SSR(x_1x_2) = SSR(x_1x_2x_3) - SSR(x_3/x_1x_2)$$

أو

$$SSR(x_1x_2x_3) = SSR(x_1x_2) + SSR(x_3/x_1x_2)$$
$$SSR(x_2/x_1) = SSR(x_1x_2) - SSR(x_1)$$
$$SSR(x_1x_2x_3) = SSR(x_2/x_1) + SSR(x_1) + SSR(x_3/x_1x_2)$$
$$SSR(x_2/x_1) = SSR(x_1x_2x_3) - SSR(x_3/x_1x_2) - SSR(x_1)$$
$$SSR(x_2/x_1) = SSR(x_2x_3/x_1) - SSR(x_3/x_1x_2)$$

**قاعدة:** نثبت الموجود من الكل- نثبت الثابت لدينا من الكل

3-

$$SSR(x_1x_2x_3x_4) = SSR(x_1x_2/x_4) + SSR(x_4) + SSR(x_3/x_1x_2x_4)$$

$$SSR(x_1x_2/x_4) = SSR(x_1x_2x_3x_4) - SSR(x_4) - SSR(x_3/x_1x_2x_4)$$
$$= SSR(x_1x_2x_3/x_4) - SSR(x_3/x_1x_2x_4)$$

4- $$SSR(x_2/x_4) = SSR(x_1x_2x_3x_5/x_4) - SSR(x_1x_3x_5/x_2x_4)$$

وجدول تحليل التباين لخمسة متغيرات سيكون

| s.o.v | df |
|---|---|
| $SSR(x_1x_2x_3x_4x_5)$ | **5** |
| $SSR(x_2x_4)$ | **2** |
| $SSR(x_1)$ | **1** |
| $SSR(x_2/x_4)$ | **1** |
| $E(x_1x_2x_3x_4x_5)$ | **n−6** |
| $E(x_2x_4)$ | **n−3** |
| $E(x_1)$ | **n−2** |

**ملاحظة/**لايمكن كتابة مجموع المربعات خطأ بتثبيت بعض المتغيرات أي مثلا $E(x_1x_2x_3x_4/x_5)$ لا يجوز لأنه لا يوجد خطأ جزئي، مثلا نختبر $H_0:(\beta_1=\beta_3)/\beta_2\neq 0$ تعني هناك أهمية لِ $x_1$ أو $x_3$ أو كليهما في نموذج يحتوي على $x_2$.

**طريقة لإيجاد SSE:** نفرض أن لدينا نماذج بمتغير واحد ومتغيرين وثلاث متغيرات:

(1)

| s.o.v | df |
|---|---|
| $SSR(x_1x_2x_3)$<br>$E(x_1x_2x_3)$ | **3**<br>**n−4** |
| **Total** | **n−1** |

(2)

| s.o.v | df |
|---|---|
| $SSR(x_1x_3)$<br>$E(x_1x_3)$ | **2**<br>**n−3** |
| **Total** | **n−1** |

(3)

| s.o.v | df |
|---|---|
| $SSR(x_1)$<br>$E(x_1)$ | **1**<br>**n−2** |
| **Total** | **n−1** |

ويوجد شئ مشترك بين هذه الجداول 1 و2 و3 وحول الTotal لأنه مأخوذ من y وهو ثابت للجميع حيث:

$$SST=\underline{y'y}-n\bar{y}^2$$

أي أنه:

$$SSR(x_1x_2x_3)+SSE(x_1x_2x_3)=SSR(x_1x_3)+SSE(x_1x_3)$$

$$SSE(x_1x_3)=SSR(x_1x_2x_3)+SSE(x_1x_2x_3)-SSR(x_1x_3)$$
$$=SSR(x_2/x_1x_3)+SSE(x_1x_2x_3)$$

$SSR(x_2/x_1x_3)=SSE(x_1x_3)-SSE(x_1x_2x_3)$ = الخطأ للكل – الخطأ للثابت

**مثال:** ليكن لدينا النموذج يحتوي على خمسة متغيرات

$$SSR(x_2x_4 / x_1) = SSR(x_2x_3x_4x_5/x_1) - SSR(x_3x_5/x_1x_2x_4)$$
$$SSE(x_1x_2x_4) = SSR(x_3x_5/x_1x_2x_4) + SSR(x_1x_2x_3x_4x_5)$$

$$SSR(x_1) = SSR(x_1x_2x_3x_4x_5) - SSR(x_2x_3x_4x_5/x_1)$$
$$SSE(x_1) = SSR(x_2x_3x_4x_5/x_1) + SSE(x_1x_2x_3x_4x_5)$$

**م/مما سبق نلاحض مايلي**

1- كلما زاد عدد المتغيرات قل SSE وزادSSR لان SST ثابت

2- عندما نجد SSR نطرح وعندما نجد SSEنجمع

3- قاعدة

$$SSR(\text{موجود} / \text{ثابت}) = SSR(\text{لكل}) - SSR(\text{للثابت})$$
$$= SSE(\text{للثابت}) - SSE(\text{للكل})$$

**مثال:** من مثال (2) جد

1- اختبار الفرضية التالية

2- نسبة مساهمة المتغيرات المستقلة في التغيرات الحاصلة في y

3- إيجاد مجموع المربعات الإضافي للمتغير $x_1$ و$x_2$ لنموذج يحتوي على $x_3$ فقط واختبر اهمية الاضافة

Sol:

$$SSR(x_1x_2x_3) = [2.1 \quad -1.4 \quad 5.3 \quad 3.2] * \begin{bmatrix} 246.2 \\ 737.6 \\ 748 \\ 943.4 \end{bmatrix} - 10(24.62)^2 = 406.216$$

$$SST = \underline{y}'\underline{y} - n\bar{y}^2 = 6480.16 - 6061.444 = 418.716$$

$$SSe = SST - SSR(x_1, x_2 \dots x_m)$$
$$= \underline{y}'\underline{y} - \underline{\beta}'X'\underline{y} = 12.5$$

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$
$H_1 : \beta_1 \neq \beta_2 \neq \beta_3 \neq .0$

| S.O.V | D.F | SS | MS | Cal.F |
|---|---|---|---|---|
| $R(x_1,x_2,x_3)$ | 3 | 418.716 | 135.405 | **64.9** |
| **Error** | 6 | 12.5 | 2.0833 | |
| **Total** | **9** | **418.716** | | |

إذا ترفض فرضية العدم وتقبل البديلة وهذا يدل على انه على الاقل هناك متغير واحد له اهمية في تفسير التغيرات الحاصلة في y .

2-

$$R^2 = \frac{SSR(x_1x_2x_3)}{SST(x_1x_2x_3)} = 97\%$$

وذلك يعني ان 97% من التغيرات الحاصلة في المتغير المعتمد سببها المتغيرات المستقلة أما الـ 3% المتبقية فسببها متغيرات وعوامل أخرى غير مدروسة

-3

$$SSR(x_1x_2/x_3) = \begin{bmatrix} -1.4 & 5.3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.05354 & 0.022961 \\ 0.022961 & 0.104166 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1.4 \\ 5.3 \end{bmatrix} = 405.476$$

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$
$H_1 : \beta_1 \neq \beta_2 \neq 0$
*or*
$H_0 : \beta_1 = \beta_2 / \beta_3 = 0$
$H_1 : \beta_1 \neq \beta_2 / \beta_3 \neq 0$

| S.O.V | D.F | SS | MS | Cal.F |
|---|---|---|---|---|
| $R(x_1,x_2,x_3)$ | 3 | 418.716 | 135.405 | |
| $R(x_3)$ | 1 | | | |
| $R(x_1,x_2/x_3)$ | 2 | 405.47 | 202.738 | **97.3** |
| $E(x_1x_2x_3)$ | 6 | 12.5 | 2.0833 | |
| **Total** | **9** | **418.716** | | |

إذا ترفض فرضية العدم وتقبل البديلة والقائلة $H_1 : \beta_1 \neq \beta_2 \neq 0$ بأن اضافة المتغيرين x1 وx2 للنموذج الذي يحتوي على x3 له أهمية في التنبؤ بـy .