Lecture 8 :-

where $R_i(t)$ = Prob.y that the ith failure

اسلوب الفشل — يحدث

mode does not occur before time t.

حاصل ضرب

$R(t)$ = Product of these probabilities

$$\therefore R(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) \quad ---- **$$

The system hazard function derived

from equation **

دالة المخاطرة للنظام يتم اشتقاقها من المعادلة **

Let $\lambda_i(t)$ is the failure rate for the

ith failure mode

$$\therefore R_i(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t')dt'\right)$$

$$\therefore R(t) = \prod_{i=1}^{n} \exp\left(-\int_0^t \lambda_i(t')\,dt'\right)$$

$$= \exp\left(-\int_0^t \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t')\,dt'\right)$$

$$\Rightarrow R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t')\,dt'\right) \longrightarrow$$

where $\lambda(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t)$

Note: The hazard function of the system is determined by the hazard rate function of n independent failure modes

دالة المخاطرة للنظام يتم حسابها من خلال دالة المخاطرة
لـ n أسلوب فشل مستقل اي يعني عند حدوث اسلوب
فشل ما (عطل معين) فهو مستقل عن حدوث اي نوع
عطل آخر.

2.6 Failure modes with CFR

أساليب الفشل والتوزيع الاسي

if a system consist of n independent serially related components (system fail) e fail if the first component having constant failure rate λ_i

اذا تكون النظام من n مركبة (ماكينة او جزء) مستقلة
مرتبطة على التوالي (النظام يفشل عند فشل اول مركبة

$$\lambda(t) = \lambda = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$$

and $R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda \, dt'\right) = \exp(-\lambda t)$

$$MTTF = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}$$

$$\lambda(t) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} 1/MTTF_i}$$

The system will have exponential failure time (CFR model)

متماثلة

If the component are also identical

(i.e $\lambda_i = \lambda_1$ for $i = 1, \dots, n$)

then $\lambda = n\lambda_1$ and $MTTF = \frac{1}{n\lambda}$

محرك طائرة نفاثة — تتكون

<u>ex!</u> An aircraft engine consists of three modulas have (CFR) $\lambda_1 = 0.002$

$\lambda_2 = 0.015$, $\lambda_3 = 0.0025$ failure per

لكل ساعة تشغيل

operating hour. The reliability

49

محصولية المحرك

function for enigin is computed by:

$$① \cdot R(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^{3} \lambda_i(t)\right)$$

$$R(t) = \exp(-(0.002 + 0.0015 + 0.0025) t)$$

$$\Rightarrow R(t) = e^{-0.0195 t}$$

②

$$MTTF = \frac{1}{\sum_{i=1}^{3} \lambda_i}$$

ساعات تشغيل

$$MTTF = \frac{1}{0.0195} = 51.28 \text{ operatin hour}$$

2.7 Redundancy and the CFR

ربط التوازي والتوزيع الاسي

Consider the case of independent and

مستقل

Redundant (parallel) components each

تزايدي توازي

having the same constant failure rate λ. In this case a system ~~with~~ failure will occure only whene both components have failed

لو كان لدينا مركبتين مرتبطتين ع التوازي كل منها

زمن الفشل يتوزع توزيع اسي . في نظام كهذا (توازي)
يفشل النظام عندما تفشل كلتا المركبتين

let E_1 : event that component 1 doenot fail
حدث يمثل عدم فشل المركبة الاولى

E_2 : event that component 2 doesnot fail

$P(E_1) = R_1 \quad ; \quad P(E_2) = R_2$

R_1 : The reliability of component 1

R_2 : 〃 〃 〃 〃 2

$R_s = P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2)$ in series

$R_s = R_1 R_2$

assuming the two component are independent (i.e the failure or non-failure of one component does not change the reliability of other component

اذا كانت المركبتين مستقلتين فان فشل اوعدم فشل احداهما لا يؤثر على معولية الاخرى

$$R_s = P(E_1 \cup E_2) = 1 - P(E_1 \cup E_2)^c$$
$$= 1 - P(E_1^c \cap E_2^c)$$

$$R_s = 1 - P(E_1^c)\,P(E_2^c)$$

$$R_s = 1 - (1-R_1)(1-R_2)$$

معولية نظام على التوازي مكون من مركبتين

اذا كان النظام يتوزع توزيعا اسيا فان معولية هذا النظام المربوط على التوازي تكون

$$R_s = 1 - (1-R_1)(1-R_2)$$

$$R_s = 1 - (1-e^{-\lambda_1 t})(1-e^{-\lambda_2 t})$$

$$\text{if } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$$

$$R_s = 1 - (1-e^{-\lambda t})^2$$

$$= \cancel{1} - (\cancel{1} - 2e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t})$$

$$\boxed{R_s = 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}}$$

معولية نظام مكون من مركبتين مرتبطتين على التوازي ويتوزع اسيا والمركبات (iid)