نظرية الطوابير

د. مناف حازم احمد
قسم الاحصاء والمعلوماتية
المرحلة الثالثة
المحاضرة السادسة

انظمة صفوف الانتظار

نموذج صف الانتظار بمراكز اداء خدمة متعددة $(\mu/\mu/C) : (GD/\infty/\infty)$

ان الفرق بين النموذج الاول والنموذج الثالث و هو عدد قنوات الخدمة، حيث ان النموذج الاول يكون له قناة خدمة واحدة بينما في النموذج الثالث يكون عدد قنوات الخدمة اكبر من واحد لتكن C . بواسطة القوانين ادناه يمكننا حل اي مسألة طوابير تتبع النموذج الثالث.

التوزيع الاحتمالي للنظام

$$P_n = \begin{cases} \left(\frac{\rho^n}{n!}\right) P_0, & 0 \leq n < C \\ \\ \left(\frac{\rho^n}{C!C^{n-c}}\right) P_0 & n \geq C. \end{cases}$$

حيث ان $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ و

$$P_0 = \left(\sum_{n=0}^{C-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^C}{C!} \frac{C\mu}{C\mu - \lambda} \right)^{-1}$$

عدد الوحدات المتوقعة في صف الانتظار L_q

$$L_q = \frac{\rho^{C+1}}{(C-1)!(C-\rho)^2} P_0$$

عدد الوحدات المتوقعة في النظام L_s

$$L_s = L_q + \rho$$

وقت الانتظار المتوقع في صف الانتظار W_q

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

وقت الانتظار المتوقع في النظام W_s

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

مثال

يوجد في احد الصارف ثلاث امناء للصندوق حيث يصل الزبائن بمعدل 36 **زبون في الساعة تبعاً لتوزيع بواسون وان خدمة الزبون الواحد الواصل تستغرق** 4 **دقائق تبعا للتوزيع الاسي، جد ما يلي:**

(١). احتمال عدم وجود اي زبون في المصرف.

(٢). احتمال وجود زبونين او ثلاث زبائن في المصرف.

(٣). عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار.

(٤). عدد الزبائن المتوقع في المصرف.

(٥). وقت الانتظار المتوقع في الصف.

(٦). وقت الانتظار المتوقع في المصرف.

الحل :
عدد قنوات الخدمة $C = 3$ ، $\lambda = 36$ **زبون في الساعة** ، $\mu = \frac{60}{4} = 15$ **زبون في الساعة**

(١). احتمال عدم وجود اي زبون في المصرف.

$$P_0 = \left(\sum_{n=0}^{3-1} \frac{2.4^n}{n!} + \frac{2.4^3}{3!} . \frac{3 * 15}{3 * 15 - 36} \right)^{-1} = 0.056$$

(٢). احتمال وجود زبونين او ثلاث زبائن في المصرف.

$$P_{\{n=2,n=3\}} = P_2 + P_3 = \left(\frac{2.4^2}{2!}\right)0.056 + \left(\frac{2.4^3}{3!3^{3-3}}\right)0.056 = 0.291$$

(٣). عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار.

$$L_q = \frac{2.4^{3+1}}{(3-1)!(3-2.4)^2}0.056 = 2.58 \approx 3$$

(٤). عدد الزبائن المتوقع في المصرف.

$$L_s = 2.58 + 2.4 = 4.98$$

(٥). وقت الانتظار المتوقع في الصف.

$$W_q = \frac{2.58}{36} = 0.071$$

(٦). وقت الانتظار المتوقع في المصرف.

$$W_s = 0.071 + \frac{1}{15} = 0.137$$