نظرية الطوابير

د. مناف حازم احمد
قسم الاحصاء والمعلوماتية
المرحلة الثالثة
المحاضرة الثامنة

انظمة صفوف الانتظار

نموذج صف الانتظار بمركز اداء خدمة واحد وسعة نظام غير محدودة ومصدر طلب محدود $(\mu/\mu/1) : (GD/\infty/N)$

يتم في هذا النوع من النماذج معالجة المجتمع المحدود. حيث نجد تطبيقات كثيرة له في حياتنا العملية مثل عدد الموظفين المستخدمين لماكنة استنساخ في دائرة حكومية، حيث ان عدد الموظفين في هذه الدائرة يكون محدوداً. يلاحظ في هذا النوع من الانظمة ان معدلات الوصول تكون مختلفة عما كانت علية في الانظمة السابقة. حيث ان معدل الوصول ينخفض ويقل عند وجود معظم المجتمع في صف الانتظار، واما في حالة كون جميع عناصر المجتمع في صف الانتظار فان معدل الوصول سيكون صفرا.

التوزيع الاحتمالي للنظام

$$P_n = \rho^n \frac{N!}{(N-n)!} P_0; \qquad \rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_0 = \left(\sum_{n=0}^{N} \rho^n \frac{N!}{(N-n)!} \right)^{-1}$$

عدد الوحدات المتوقعة في صف الانتظار L_q

$$L_q = N - \frac{\lambda + \mu}{\lambda}(1 - P_0)$$

عدد الوحدات المتوقعة في النظام L_s

$$L_s = N - \frac{\mu}{\lambda}(1 - P_0)$$

مثال

مصلح يديم 4 **مكائن، معدل الوقت بين متطلبات الخدمة هو**5 **ساعات لكل ماكنة ويتبع التوزيع الاسي. معدل وقت التصليح هو ساعة واحدة ويتبع التوزيع الاسي. كلفة وقت عطل الماكنة هو** 25 **الف دينار لكل ساعة وكلفة المصلح هي** 55 **الف دينار لكل يوم، علما ان الماكنة تعمل في اليوم الواحد** 8 **ساعات. جد ما يلي:**

(١). معدل عدد المكائن العاطلة في النظام.

(٢). معدل كلفة الوقت الضائع لكل يوم بالنسبة للمكائن.

(٣). ايهما افضل اقصاديا استخدام مصلح واحد ام استخدام مصلحين بحيث ان كل مصلح يديم ماكنتين.

الحل :

ماكنة في الساعة ، $\mu = 1$ **ماكنة في الساعة ،** $\lambda = \frac{1}{5} = 0.2$ ، $N = 4$.$\rho = \frac{0.2}{1} = 0.2$

(١). معدل عدد المكائن العاطلة في النظام.

$$P_0 = \left(\sum_{n=0}^{4} 0.2^n \frac{4!}{(4-n)!} \right)^{-1} = 0.422$$

$$L_s = 4 - \frac{1}{0.2}(1 - 0.422) = 1.11 \approx 1$$

(٢). معدل كلفة الوقت الضائع لكل يوم بالنسبة للمكائن.

- **معدل كلفة الوقت الضائع هو معدل الوقت الضائع مضروبا بكلفة وقت العطل**
- **معدل الوقت الضائع هو عدد المجموعات مضروبا بمعدل عدد المكائن العاطلة مع عدد ساعات العمل اليومي**
- **معدل الوقت الضائع هو** $1 * 1.11 * 8 = 8.88$
- **معدل كلفة الوقت الضائع** $8.88 * 25 = 222$
- **المجموع الكلي لكلفة التصليح لليوم الواحد** $222+55 = 277$

(٣). ايهما افضل اقصاديا استخدام مصلح واحد ام استخدام مصلحين بحيث ان كل مصلح يديم ماكنتين.
في الفرع الثاني من المثال وجدنا الكلفة الكلية باستخدام مصلح واحد. وللمقارنة بين مصلح واحد ومصلحين نجد الكلفة الكلية باستخدام مصلحين:

$$P_0 = \left(\sum_{n=0}^{2} 0.2^n \frac{2!}{(2-n)!} \right)^{-1} = 0.675$$

$$L_s = 2 - \frac{1}{0.2}(1 - 0.675) = 0.375 \approx 0$$

- **معدل الوقت الضائع هو** $2 * 0.375 * 8 = 6$
- **معدل كلفة الوقت الضائع** $6 * 25 = 150$
- **المجموع الكلي لكلفة التصليح لليوم الواحد** $160+2*55 = 260$
- **القرار هو استخدام مصلحين افضل.**