Lecture 5

حل واجب ①

The time to failure density function for system is

$$f(t) = 0.01 \qquad 0 \le t \le 100 \text{ day}$$

sol:

① $R(t) = P_r(T \ge t)$

$$= \int_t^{100} 0.01 \, dt'$$

$$= 0.01 t' \Big|_t^{100}$$

$$R(t) = 0.01 * 100 - 0.01 t$$

$$\Rightarrow R(t) = 1 - 0.01t$$

② $\lambda(t) = \dfrac{f(t)}{R(t)}$ hazard function

$$\lambda(t) = \frac{0.01}{1 - 0.01 t}$$

→

27/

(3) The mean time to failure (MTTF)

$$MTTF = \int_0^{100} t\, f(t)\, dt$$

or $$MTTF = \int_0^{100} R(t)\, dt$$

$$MTTF = \int_0^{100} R(t)\, dt$$

$$= \int_0^{100} (1 - 0.01t)\, dt$$

$$= \left(t - 0.01\frac{t^2}{2}\right)\Big|_0^{100}$$

$$= 100 - 0.01\frac{(100)^2}{2} - \left(0 - 0.01\frac{0^2}{2}\right)$$

$$MTTF = 100 - 0.01(5000)$$

$$MTTF = 100 - 50$$

$$MTTF = 50 \text{ day}$$

(4) The median time to failure.

$$R(t) = 1 - 0.01t$$

$$0.5 = 1 - 0.01t$$

$$-0.5 = -0.01t \quad * -1$$

$$0.5 = 0.01t$$

$$\Rightarrow t = \frac{0.5}{0.01}$$

مراجعة

Mathematical relationship among the functions related failure distribution

العلاقات الرياضية بين دوال توزيعات الفشل

① $R(t) = P_r(T \geq t)$

$R(t) = \int_t^{\infty} f(s)\,ds$ حساب من دالة الكثافة الاحتمالية

$F(t) = \int_0^t f(s)\,ds$

العلاقة بين الدالتين

$R(t) = 1 - F(t)$

$F(t) = 1 - R(t)$

② $f(t) = \frac{d\,F(t)}{dt}$ علاقة دالة الكثافة الاحتمالية مع الدالة التوزيعية

$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$ علاقة دالة الكثافة الاحتمالية مع المعولية

③ $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$ دالة المخاطرة

لاستخراج دالة المعولية اذا علمت دالة المخاطرة

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t')\,dt'\right)$$

بالسير لـ design life فقد حسابيا ثم التعويض بقيمة للمعولية بما يقابلها في المعادلة ثم التبسيط حسب طبيعة الدالة لاستخراج t_R