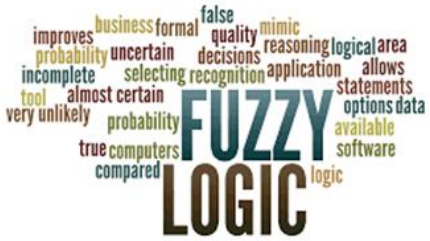
# كلية علوم الحاسوب والرياضيات
## قسم الرياضيات
## المرحلة الثالث/ المحاضرة ٥,٤



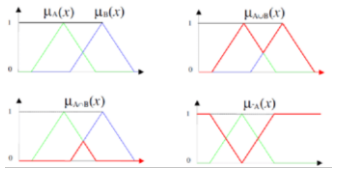

# Fuzzy Mathematics الرياضيات الضبابية


أ.د.عمر صابر قاسم  م.د.فاطمة محمود حسن

كلية علوم الحاسوب والرياضيات

قسم الرياضيات


2024-2025



# العمليات على المجموعات Operations on Fuzzy Sets

## هناك ثلاثة عمليات أساسية في نظرية المجموعات الضبابية وهي:

### ❖ الاتحاد Union

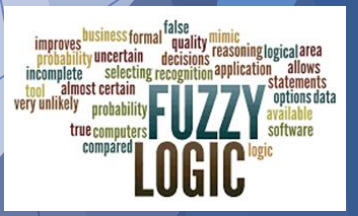
$$\mu_{(A\cup B)}(x) = \max(\mu_{(A)}(x), \mu_{(B)}(x))$$

### ❖ التقاطع Intersection

$$\mu_{(A\cap B)}(x) = \min(\mu_{(A)}(x), \mu_{(B)}(x))$$

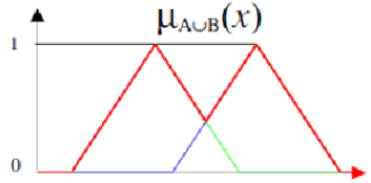
### ❖ المتمم Complemnt

$$\mu_{(\bar{A})}(x) = 1 - \mu_{(A)}(x)$$





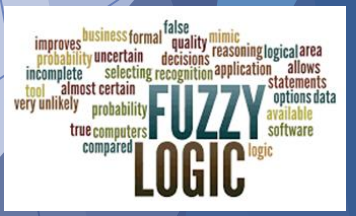
أ.د.عمر صابر قاسم أ.م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات




# ❖ الاتحاد الضبابي FuzzyUnion

لنفرض أن A و B هما مجموعتان ضبابيتان معرفتان في المجموعة الشاملة X، وبفرض أن دالة انتماء هاتين المجموعتين هما $A(x)$ و $B(x)$ على التوالي، أن اتحاد المجموعتين A و B، ويرمز له $A\cup B$ وهو أيضا مجموعة ضبابية دالة عضويتها يرمز لها $(A\cup B)(x)$ وتعرّف لكل عنصر $x\in X$ على النحو الآتي:

$$(A\cup B)(x)=\max\{A(x),B(x)\} \quad ;\forall x\in X$$



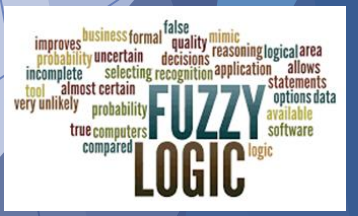

أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

٢٠٢٣-2022

# ❖ الاتحاد الضبابي FuzzyUnion

- **مثال:** لنفرض أن X تمثل مجموعة لاعبي كرة السلة في إحدى المدن الصغيرة، وبفرض أن المجموعة A تمثل مجموعة "لاعبي كرة السلة طوال القامة" وان المجموعة B تمثل مجموعة "لاعبي كرة السلة ذوي المهارات". ولو فرضنا انه تم اختيار مجموعة مؤلفة من 12 لاعباً، $x_1, x_2, \ldots, x_{12}$، لتمثيل منتخب هذه المدينة، وبفرض أن انتماء هؤلاء اللاعبين في المجموعتين A و B هي كما مبيّنة في الجدول أدناه، جد انتماء هؤلاء اللاعبين في المجموعة $A \cup B$ ثم فسرها.

| اللاعب | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ | $x_8$ | $x_9$ | $x_{10}$ | $x_{11}$ | $x_{12}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A(x) | 0.7 | 0.9 | 0.8 | 0.5 | 0.6 | 0.6 | 0.8 | 0.9 | 0.4 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| B(x) | 0.8 | 0.6 | 0.7 | 0.9 | 0.7 | 0.8 | 0.8 | 0.4 | 0.9 | 0.3 | 0.5 | 0.9 |

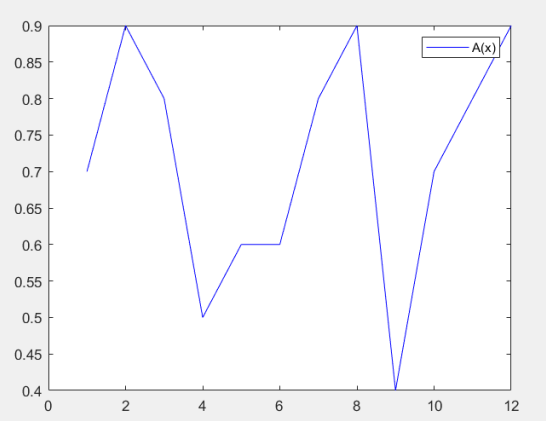


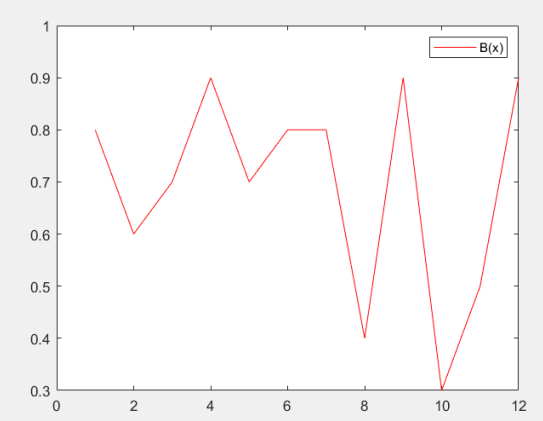

أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

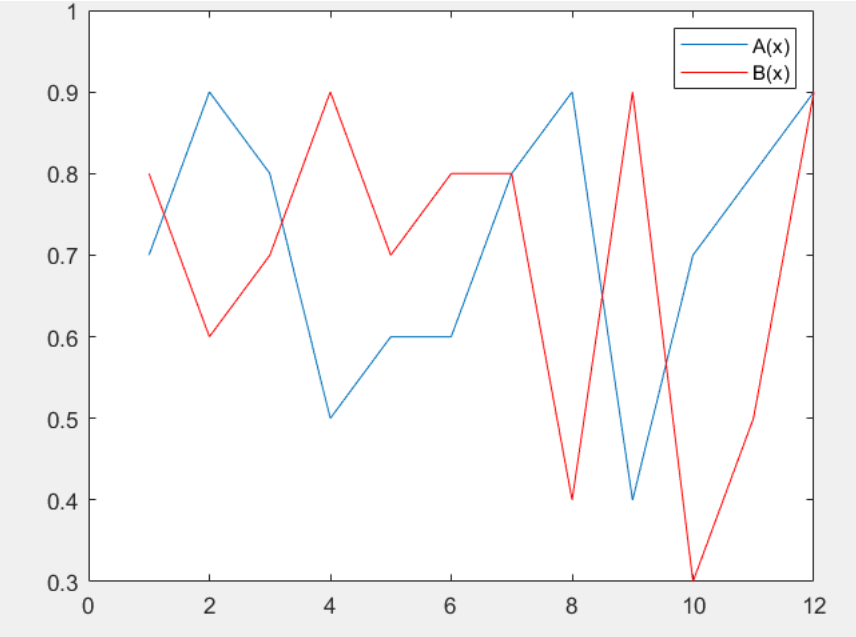
٢٠٢٣-2022

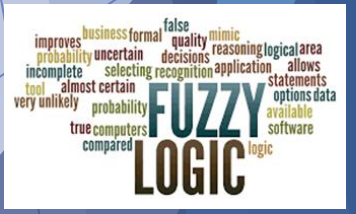
# ❖ الاتحاد الضبابي FuzzyUnion

| $x_{12}$ | $x_{11}$ | $x_{10}$ | $x_9$ | $x_8$ | $x_7$ | $x_6$ | $x_5$ | $x_4$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | اللاعب |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.9 | 0.8 | 0.7 | 0.4 | 0.9 | 0.8 | 0.6 | 0.6 | 0.5 | 0.8 | 0.9 | 0.7 | A(x) |
| 0.9 | 0.5 | 0.3 | 0.9 | 0.4 | 0.8 | 0.8 | 0.7 | 0.9 | 0.7 | 0.6 | 0.8 | B(x) |



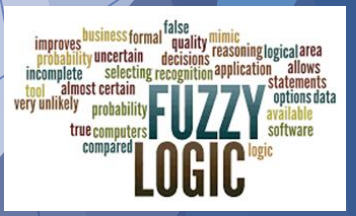




أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

٢٠٢٣-2022

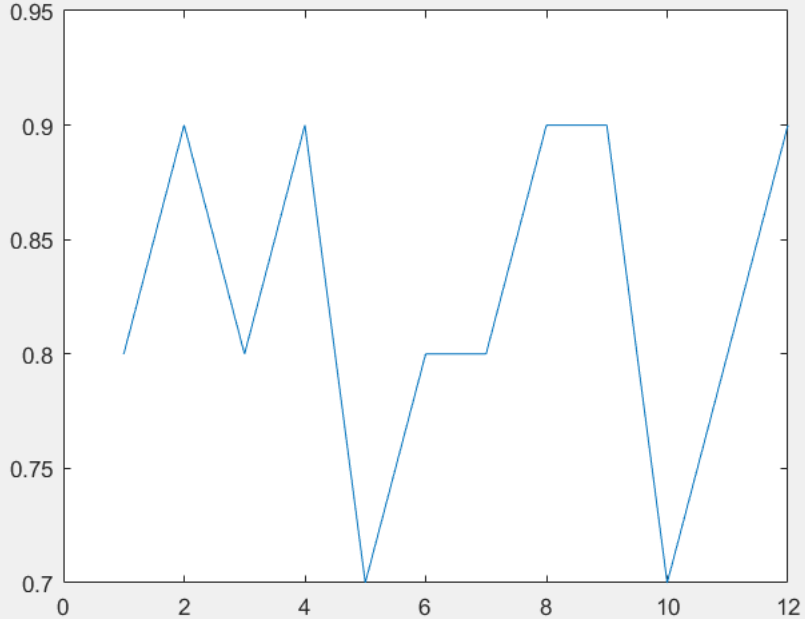
| اللاعب x | A(x) | B(x) | $(A \cup B)(x) = \max\{A(x), B(x)\}$ |
|---|---|---|---|
| x1 | 0.7 | 0.8 | 0.8 |
| x2 | 0.9 | 0.6 | 0.9 |
| x3 | 0.8 | 0.7 | 0.8 |
| x4 | 0.5 | 0.9 | 0.9 |
| x5 | 0.6 | 0.7 | 0.7 |
| x6 | 0.6 | 0.8 | 0.8 |
| x7 | 0.8 | 0.8 | 0.8 |
| x8 | 0.9 | 0.4 | 0.9 |
| x9 | 0.4 | 0.9 | 0.9 |
| x10 | 0.7 | 0.3 | 0.7 |
| x11 | 0.8 | 0.5 | 0.8 |
| x12 | 0.9 | 0.9 | 0.9 |

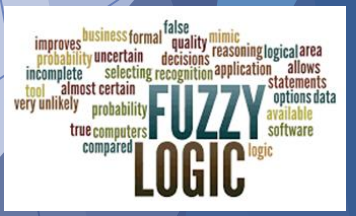



أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

٢٠٢٣-2022

يتضح من الجدول والشكل أن اللاعبين $x_2$، $x_4$، $x_8$، $x_9$ و $x_{12}$ يمتلكون أعلى انتماء في المجموعة الضبابية $A \cup B$="لاعب كرة سلة طويل القامة **أو** ذو مهارات"، أما اللاعبين $x_5$، $x_{10}$ فهما الأقل انتماءاً غالى هذه المجموعة.





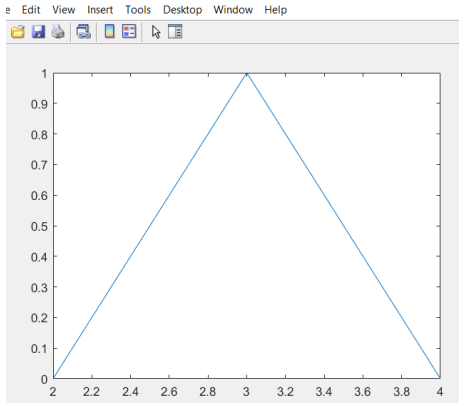
أ.د.عمر صابر قاسم  م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات


٢٠٢٣-2022

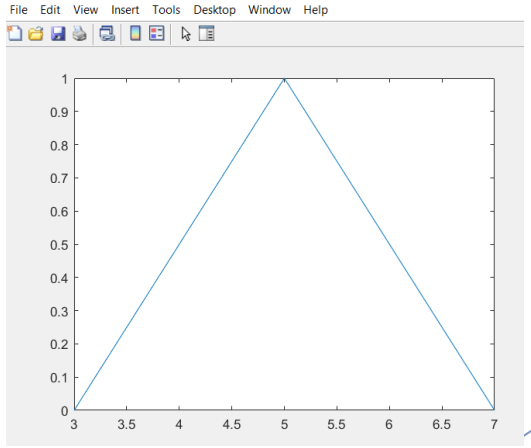
# Operations on Fuzzy Sets العمليات على المجموعات

- **مثال:** إذا كانت A و B مجموعتان ضبابيتان لكل منهما دالة انتماء كما مبين في أدناه:

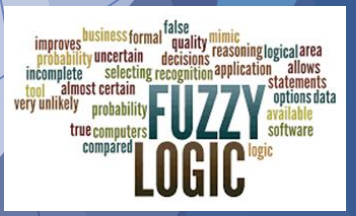
$$A(x)=\begin{cases}1-|x-3|;2\le x\le 4\\ 0;ow\end{cases}$$




$$\mathrm{B}(x)=\begin{cases}1-\dfrac{|x-5|}{2};3\le x\le 7\\ 0;ow\end{cases}$$




جد دالة انتماء المجموعة الضبابية $A\cup B$



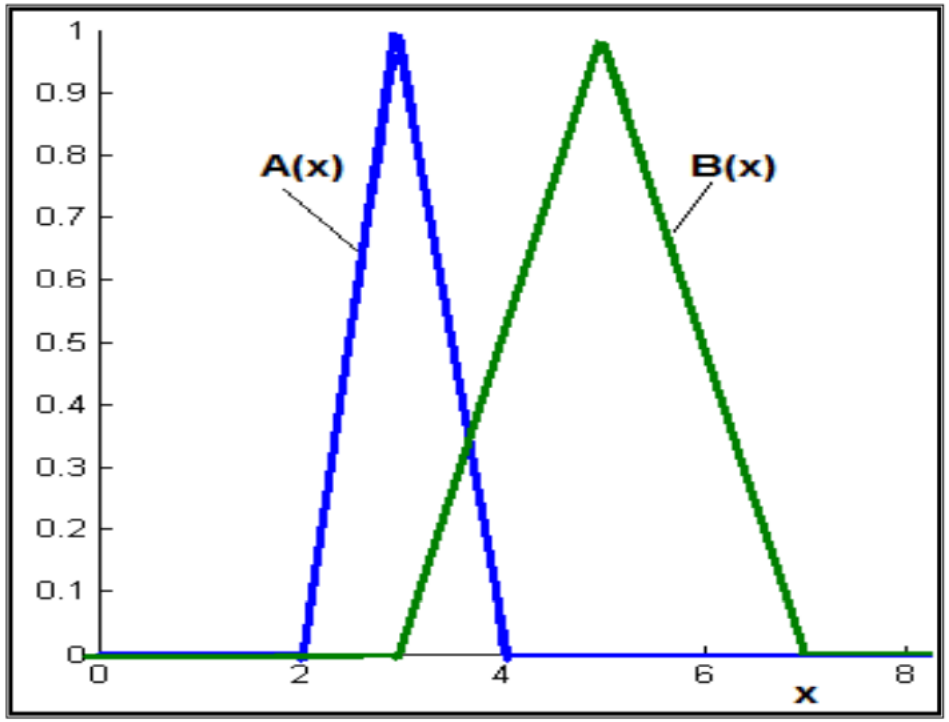


أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

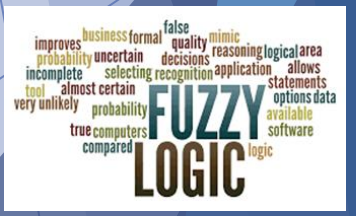

٢٠٢٣-2022

# العمليات على المجموعات Operations on Fuzzy Sets

الحل:




دالة انتماء المجموعتين A و B





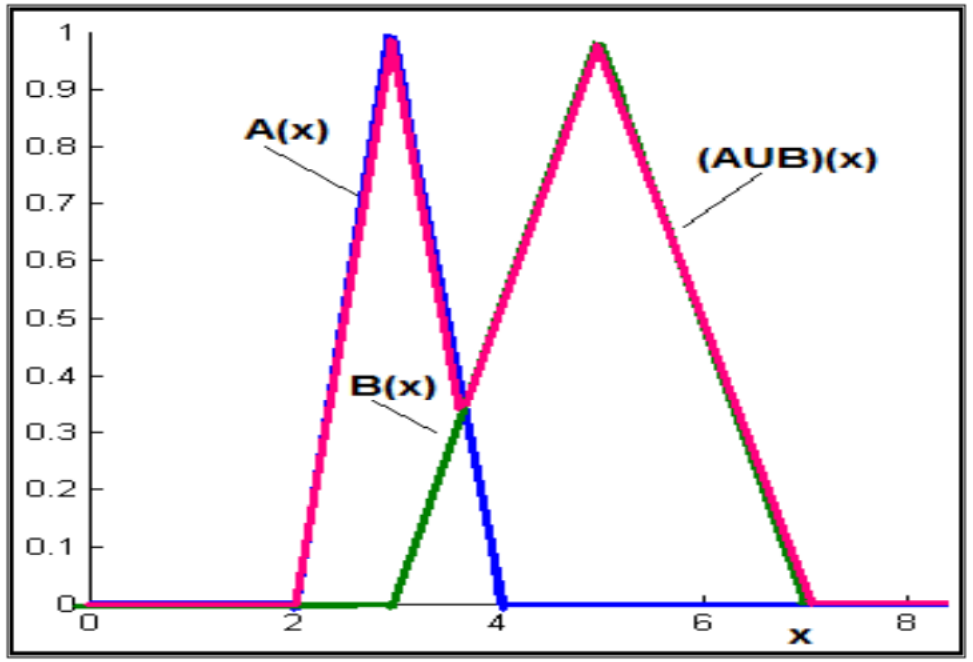
أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن

كلية علوم الحاسوب والرياضيات

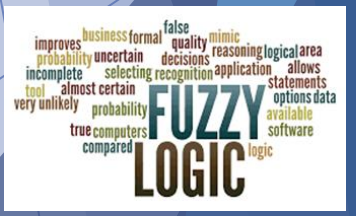
قسم الرياضيات


٢٠٢٣-2022

# Operations on Fuzzy Sets العمليات على المجموعات




دالة انتماء المجموعة الضبابية $A \cup B$





أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن

كلية علوم الحاسوب والرياضيات

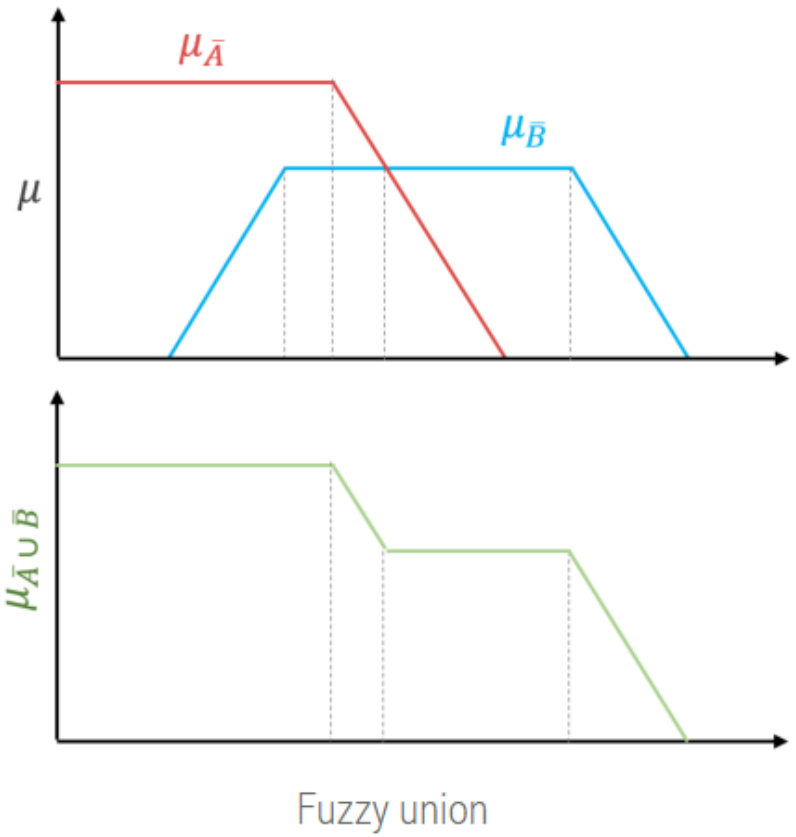
قسم الرياضيات


٢٠٢٣-2022

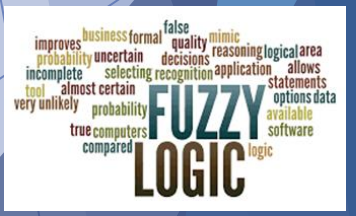
# ❖ الاتحاد الضبابي FuzzyUnion

$$\mu_C(x) = \mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$$

$$= \max(\mu_A(x), \mu_B(x)), \forall x \in X$$




Fuzzy union





أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن

كلية علوم الحاسوب والرياضيات

قسم الرياضيات


٢٠٢٣-2022

# ❖ الاتحاد الضبابي FuzzyUnion

## مثال:

$$C = A \cup B = \{(x, \mu_{A \cup B}(x)) \mid \forall x \in X\}$$

$$A = \{ (x_1, 0.2), (x_2, 0.5), (x_3, 0.6), (x_4, 0.8), (x_5, 1.0) \}$$

$$B = \{ (x_1, 0.8), (x_2, 0.6), (x_3, 0.4), (x_4, 0.2), (x_5, 0.1) \}$$

## الحل:

$$\mu_{A \cup B}(x_1) = \max( \mu_A(x_1), \mu_B(x_1) ) = \max \{ 0.2, 0.8 \} = 0.8$$

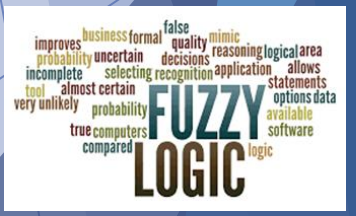
$$\mu_{A \cup B}(x_2) = \max( \mu_A(x_2), \mu_B(x_2) ) = \max \{ 0.5, 0.6 \} = 0.6$$

$$\mu_{A \cup B}(x_3) = \max( \mu_A(x_3), \mu_B(x_3) ) = \max \{ 0.6, 0.4 \} = 0.6$$

$$\mu_{A \cup B}(x_4) = \max( \mu_A(x_4), \mu_B(x_4) ) = \max \{ 0.8, 0.2 \} = 0.8$$

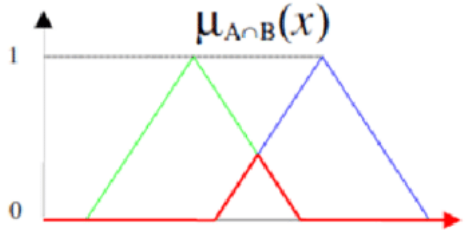
$$\mu_{A \cup B}(x_5) = \max( \mu_A(x_5), \mu_B(x_5) ) = \max \{ 1.0, 0.1 \} = 1.0$$

$$\text{So, } A \cup B = \{ (x_1, 0.8), (x_2, 0.6), (x_3, 0.6), (x_4, 0.8), (x_5, 1.0) \}$$




أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

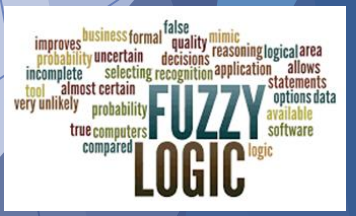
٢٠٢٣-2022




# ❖ التقاطع Fuzzy Intersection

لنفرض أن A و B هما مجموعتان ضبابيتان معرفتان في المجموعة الشاملة X، وبفرض أن دالة انتماء هاتين المجموعتين هما $A(x)$ و $B(x)$ على التوالي، ان تقاطع المجموعتين A و B، يرمز له $A \cap B$ وهو أيضا مجموعة ضبابية دالة عضويتها يرمز لها $(A \cap B)(x)$ وتعرّف لكل عنصر $x \in X$ على النحو الآتي:

$$(A \cap B)(x) = \min\{A(x), B(x)\} \quad ; \quad \forall x \in X$$



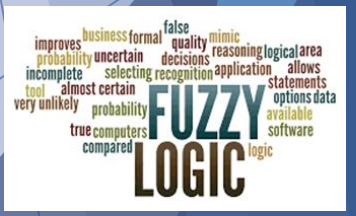

أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

٢٠٢٣-2022

# Operations on Fuzzy Sets العمليات على المجموعات

**مثال:** افرض أن المجموعات X،A، B هي كما في المثال السابق، جد انتماء هؤلاء اللاعبين في المجموعة $A \cap B$ .

| اللاعب x | $A(x)$ | $B(x)$ | $(A \cap B)(x) = \min\{A(x), B(x)\}$ |
|---|---|---|---|
| x1 | 0.7 | 0.8 | 0.7 |
| x2 | 0.9 | 0.6 | 0.6 |
| x3 | 0.8 | 0.7 | 0.7 |
| x4 | 0.5 | 0.9 | 0.5 |
| x5 | 0.6 | 0.7 | 0.6 |
| x6 | 0.6 | 0.8 | 0.6 |
| x7 | 0.8 | 0.8 | 0.8 |
| x8 | 0.9 | 0.4 | 0.4 |
| x9 | 0.4 | 0.9 | 0.4 |
| x10 | 0.7 | 0.3 | .03 |
| x11 | 0.8 | 0.5 | .05 |
| x12 | 0.9 | 0.9 | .09 |



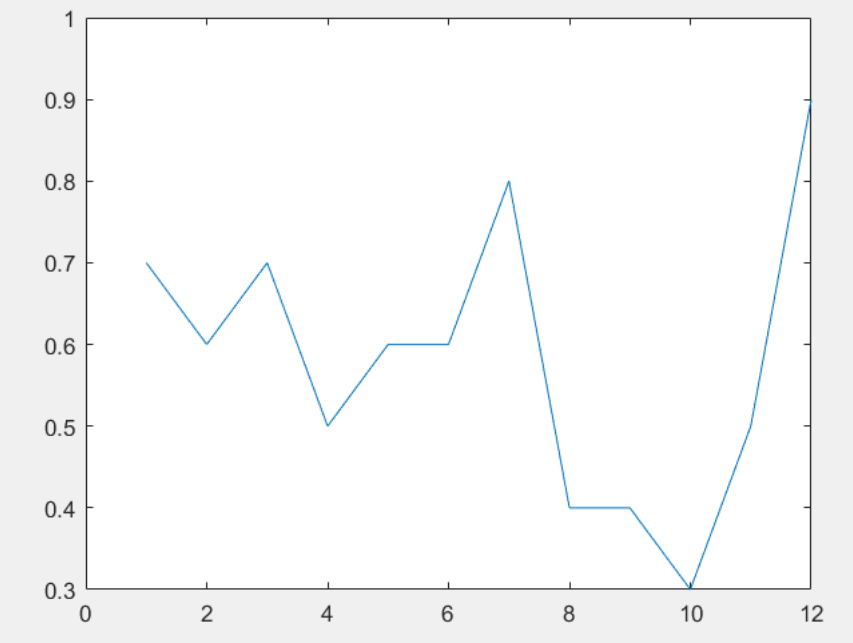


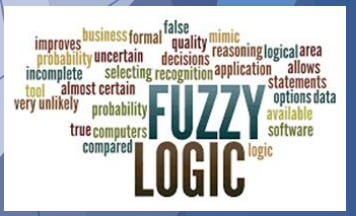
أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات


٢٠٢٣-2022

# العمليات على المجموعات Operations on Fuzzy Sets

يتضح من الجدول أن اللاعب $x_{12}$ هو أكثر اللاعبين انتماءا للمجموعة $A \cap B$، فهو أكثر اللاعبين الذين يجمعون بين صفتي طول القامة والمهارة، وبذلك يعدّ هذا اللاعب هو اللاعب الأفضل وفق هاتين الصفتين. يلي هذا اللاعب $x_7$، ومن ثم اللاعبين $x_1$ و $x_3$ وبنفس درجة الانتماء. أما اللاعب $x_{10}$ فهو اقل اللاعبين الذين يجمعون بين صفتي طول القامة والمهارة.





أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن

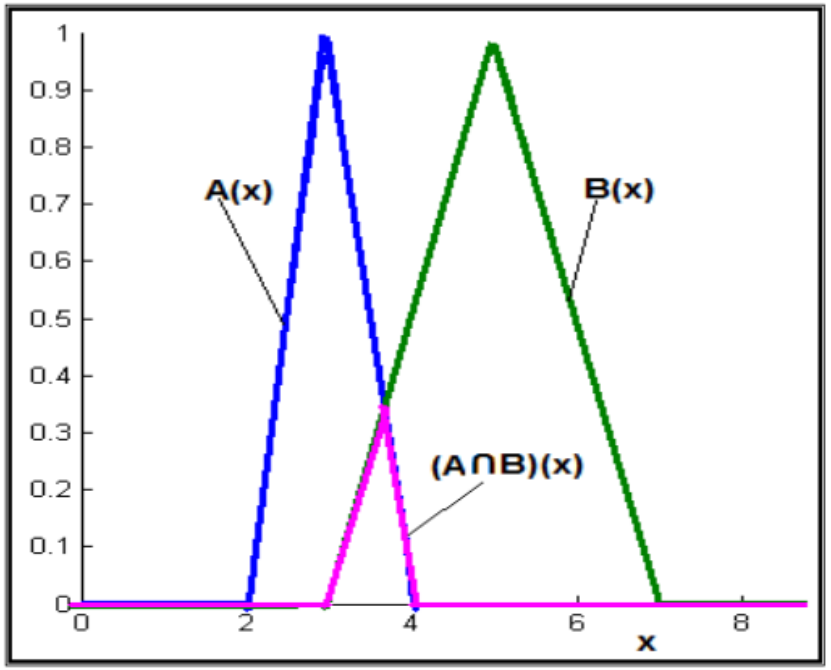
كلية علوم الحاسوب والرياضيات

قسم الرياضيات


٢٠٢٣-2022

# العمليات على المجموعات Operations on Fuzzy Sets

**مثال:** افرض أن المجموعتينA و B كما في المثال السابق جد دالة انتماء تقاطع هاتين المجموعتين.




دالة انتماء المجموعة الضبابية $A \cap B$


أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

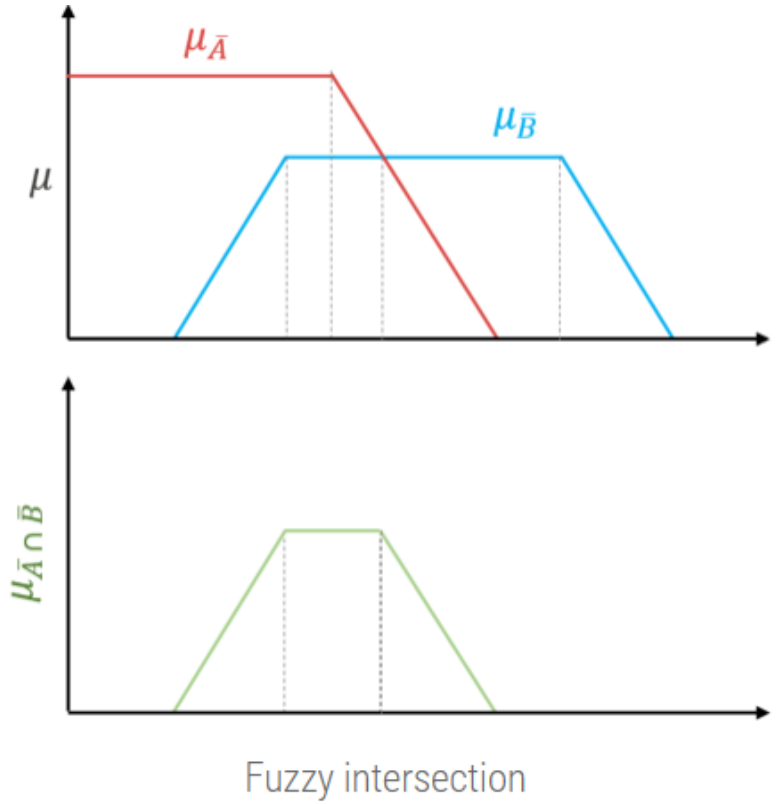

٢٠٢٣-2022

# ❖ التقاطع Fuzzy Intersection

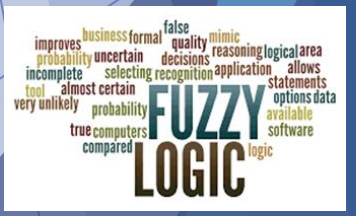
$$\underline{C} = \underline{A} \cap \underline{B} = \{(x, \mu_{\underline{A} \cap \underline{B}}(x)) \mid \forall x \in X\}$$

$$\mu_{\underline{C}}(x) = \mu_{\underline{A} \cap \underline{B}}(x) = \mu_{\underline{A}}(x) \wedge \mu_{\underline{B}}(x)$$

$$= \min(\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(x)), \forall x \in X$$




Fuzzy intersection





أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات


٢٠٢٣-2022

# ❖ التقاطع Fuzzy Intersection

$$C = A \cap B = \{(x, \mu_{A \cap B}(x)) \mid \forall x \in X\}$$

$$A = \{ (x_1, 0.2), (x_2, 0.5), (x_3, 0.6), (x_4, 0.8), (x_5, 1.0) \}$$

$$B = \{ (x_1, 0.8), (x_2, 0.6), (x_3, 0.4), (x_4, 0.2), (x_5, 0.1) \}$$

## الحل

$$\mu_{A \cap B}(x_1) = \min( \mu_A(x_1), \mu_B(x_1) ) = \max \{ 0.2, 0.8 \} = 0.2$$

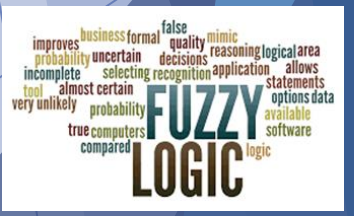
$$\mu_{A \cap B}(x_2) = \min( \mu_A(x_2), \mu_B(x_2) ) = \max \{ 0.5, 0.6 \} = 0.5$$

$$\mu_{A \cap B}(x_3) = \min( \mu_A(x_3), \mu_B(x_3) ) = \max \{ 0.6, 0.4 \} = 0.4$$

$$\mu_{A \cap B}(x_4) = \min( \mu_A(x_4), \mu_B(x_4) ) = \max \{ 0.8, 0.2 \} = 0.2$$

$$\mu_{A \cap B}(x_5) = \min( \mu_A(x_5), \mu_B(x_5) ) = \max \{ 1.0, 0.1 \} = 0.1$$

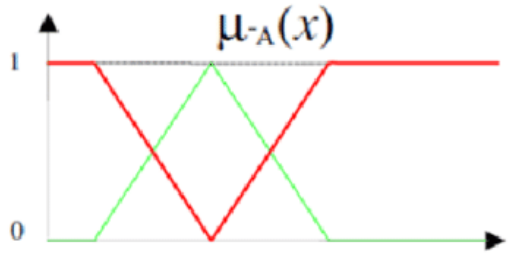
$$\text{So, } A \cap B = \{ (x_1, 0.2), (x_2, 0.5), (x_3, 0.4), (x_4, 0.2), (x_5, 0.1) \}$$





أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

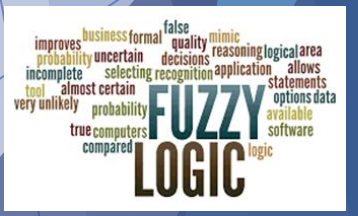

٢٠٢٣-2022




# ❖ المتمم Complement

لنفرض أن A هي مجموعة ضبابية معرفة في المجموعة الشاملة X، وبفرض أن دالة انتماء A هي $A(x)$ إن المجموعة المتممة للمجموعة A، ويرمز لها $\overline{A}$ هي عبارة عن مجموعة ضبابية لها دالة انتماء تعرّف على النحو الآتي:

$$\overline{A}(x) = 1 - A(x) \qquad ; \forall x \in X$$



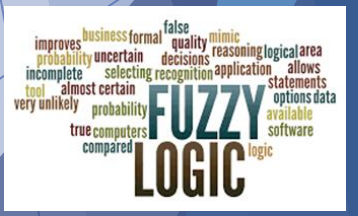

أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

٢٠٢٣-2022

# ❖ المتمم Complement

**مثال:** لنفرض أن X و A و B هي كما في المثال السابق، جد دالة انتماء اللاعبين $x_1,x_2,\ldots,x_{12}$ في المجموعات الضبابية $\overline{A}\cap\overline{B}$ و $\overline{A}\cup\overline{B}$

| اللاعب x | $A(x)$ | $B(x)$ | $\overline{A}(x)$ | $\overline{B}(x)$ | $(A\cup B)(x)$ | $(A\cap B)(x)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| x1 | 0.7 | 0.8 | 0.3 | 0.2 | 0.3 | 0.2 |
| x2 | 0.9 | 0.6 | 0.1 | 0.4 | 0.4 | 0.1 |
| x3 | 0.8 | 0.7 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.2 |
| x4 | 0.5 | 0.9 | 0.5 | 0.1 | 0.5 | 0.1 |
| x5 | 0.6 | 0.7 | 0.4 | 0.3 | 0.4 | 0.3 |
| x6 | 0.6 | 0.8 | 0.4 | 0.2 | 0.4 | 0.2 |
| x7 | 0.8 | 0.8 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 |
| x8 | 0.9 | 0.4 | 0.1 | 0.6 | 0.6 | 0.1 |
| x9 | 0.4 | 0.9 | 0.6 | 0.1 | 0.6 | 0.1 |
| x10 | 0.7 | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.3 |
| x11 | 0.8 | 0.5 | 0.2 | .05 | 0.5 | 0.2 |
| x12 | 0.9 | 0.9 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 |

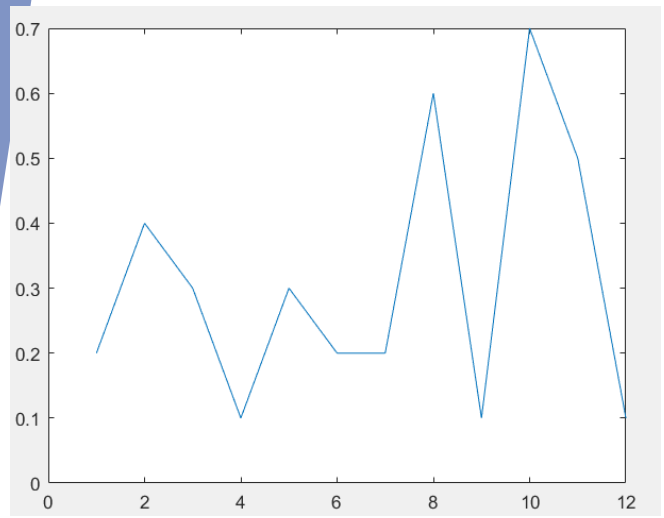


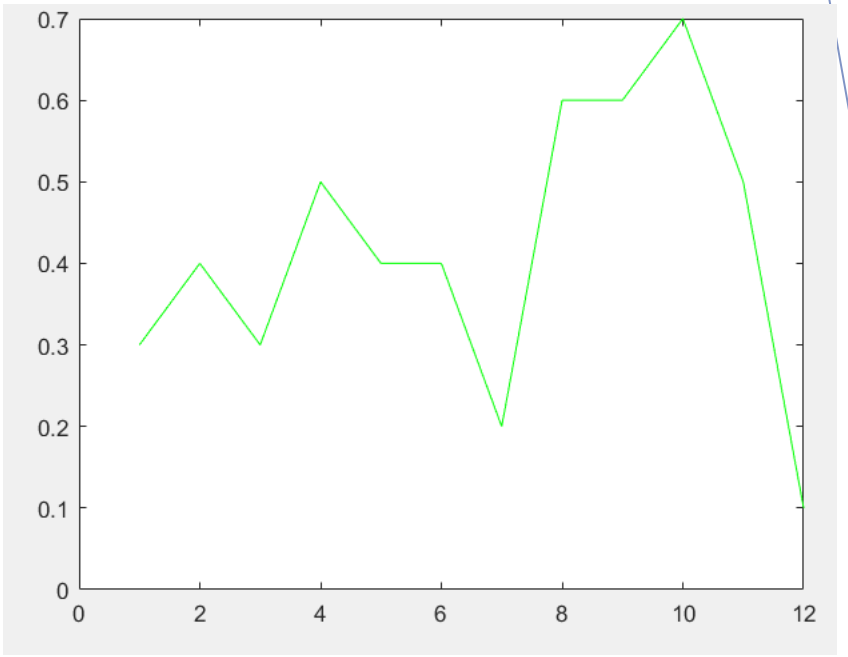


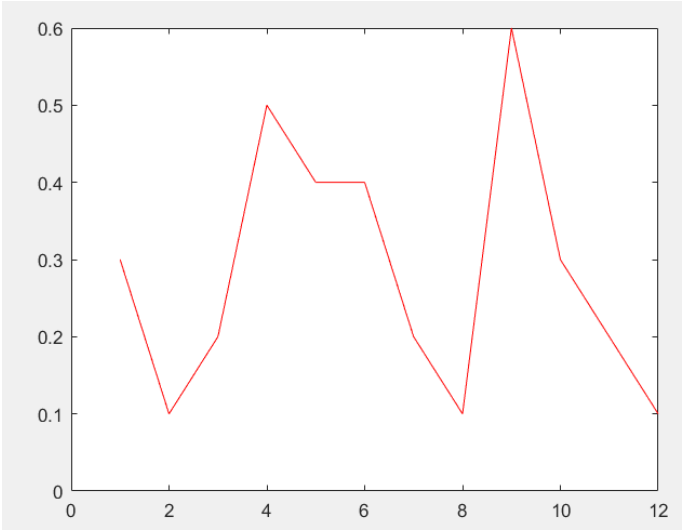
أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

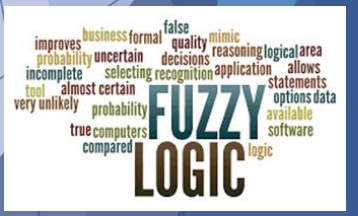

٢٠٢٣-2022

# ❖ المتمم Complement




أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

٢٠٢٣-2022

# ❖ المتمم Complement

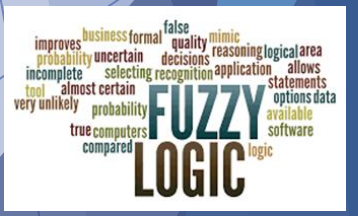
**مثال:** افرض أن X تمثل مجموعة الأنهار في العالم وأن A تمثل مجموعة الأنهار الطويلة بالعالم، والجدول الآتي يبين درجة انتماء خمسة انهار معروفة للمجموعة A.

| النهر x | الأمازون | النيل | يانك تسي | الدانوب | الراين |
|---|---|---|---|---|---|
| درجة انتماء للمجموعةA، A(x) | 1 | 0.9 | 0.8 | 0.5 | 0.4 |

جد $A \cup \overline{A}$ $A \cap \overline{A}$

الحل:

| النهر x | $A(x)$ | $\overline{A}(x)$ | $(A \cup \overline{A})(x)$ | $(A \cap \overline{A})(x)$ |
|---|---|---|---|---|
| الأمازون | 1 | 0 | 1 | 0 |
| النيل | 0.9 | 0.1 | 0.9 | 0.1 |
| يانك تسي | 0.8 | 0.2 | 0.8 | 0.2 |
| الدانوب | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| الراين | 0.4 | 0.6 | 0.6 | 0.4 |




أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

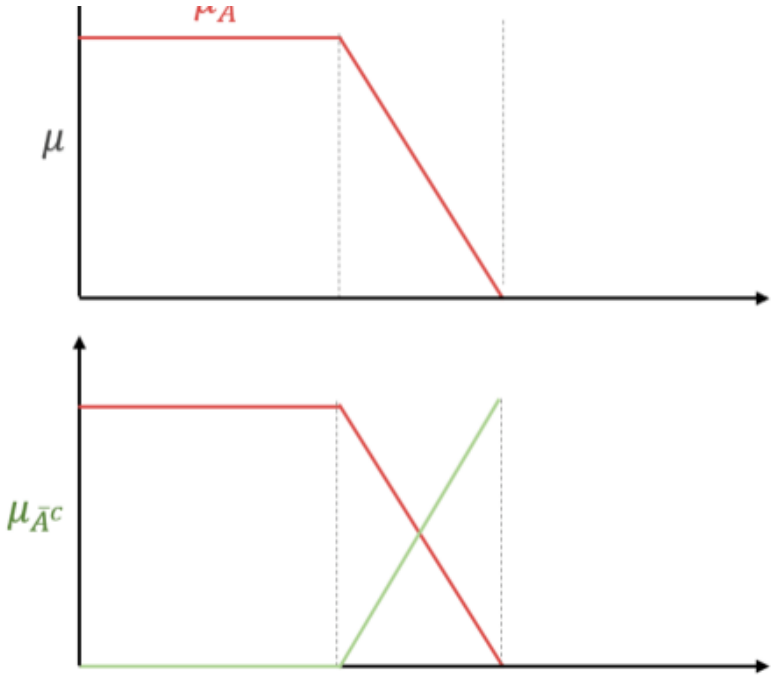
٢٠٢٣-2022

# Operations on Fuzzy Sets العمليات على المجموعات

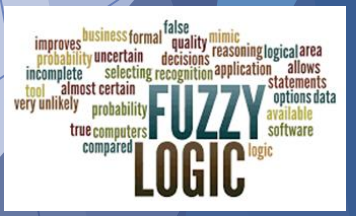
The **complement** of fuzzy set A. is denoted by $A^c$, is defined as

$$A^c = \{(x, \mu_{A^c}(x)) \mid \forall x \in X\}$$

$$A^c(x) = 1 - \mu_A(x)$$




Fuzzy complement





أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات


٢٠٢٣-2022

# Operations on Fuzzy Sets العمليات على المجموعات

**Example of Fuzzy Complement:**

$A^c(x) = 1 - \mu_A(x)$

$A = \{ (x_1, 0.2), (x_2, 0.5), (x_3, 0.6), (x_4, 0.8), (x_5, 1.0) \}$

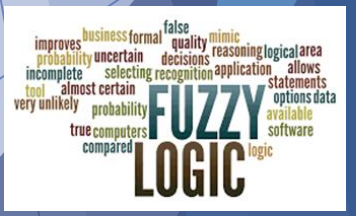
$A^c = \{ (x_1, 0.8), (x_2, 0.5), (x_3, 0.4), (x_4, 0.2), (x_5, 0.0) \}$

$A \cup A^c = \{ (x_1, 0.8), (x_2, 0.5), (x_3, 0.6), (x_4, 0.8), (x_5, 1.0) \} \neq X$

$A \cap A^c = \{ (x_1, 0.2), (x_2, 0.5), (x_3, 0.4), (x_4, 0.2), (x_5, 0.0) \} \neq \Phi$

Unlike crisp sets, fuzzy sets do not hold the law of contradiction and law of excluded middle.

| | Crisp Set | Fuzzy Set |
|---|---|---|
| Law of contradiction | $A \cap A^c = \phi$ | $A \cap A^c \neq \phi$ |
| Law of excluded middle | $A \cup A^c = X$ | $A \cup A^c \neq X$ |

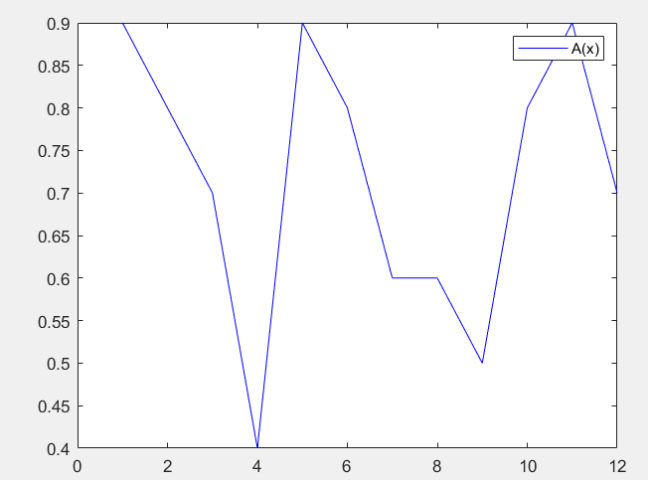


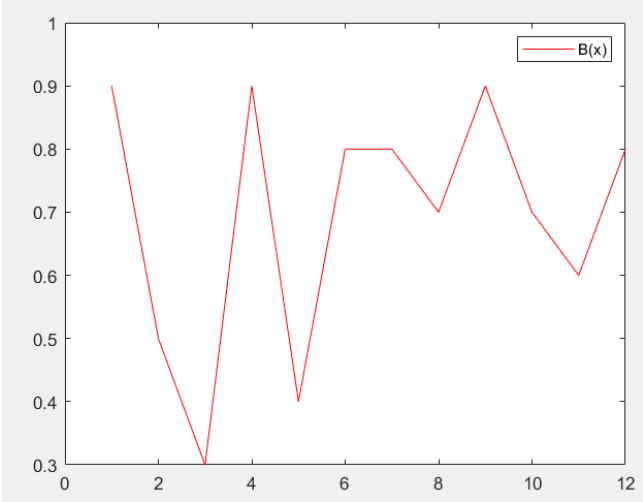


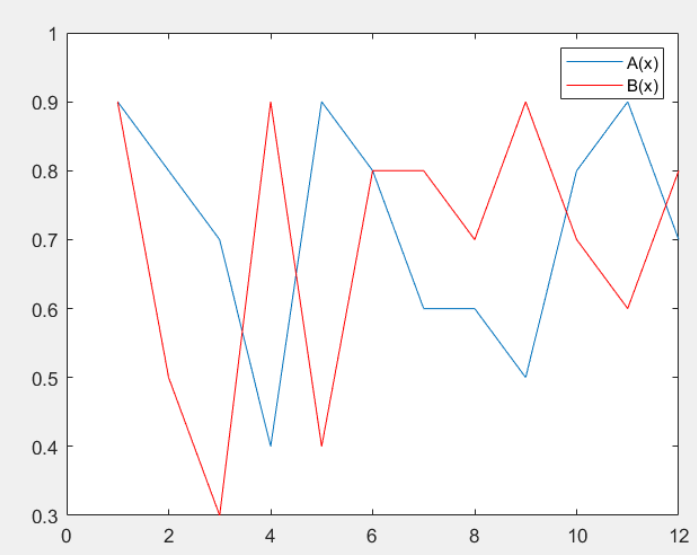
أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

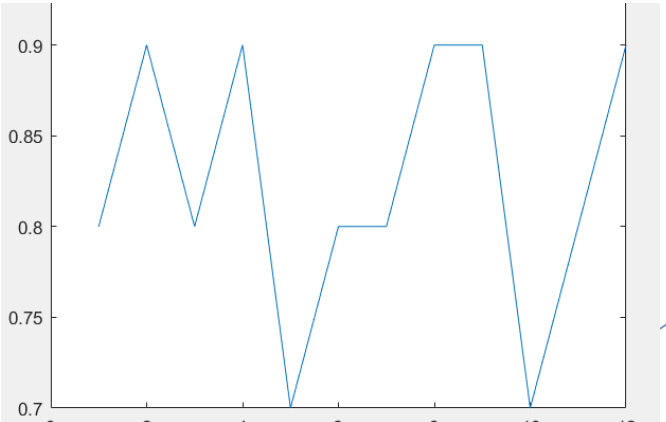

٢٠٢٣-2022

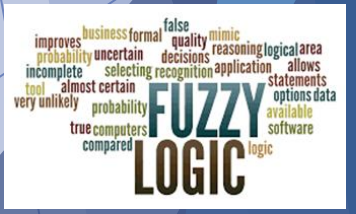
# Operations on Fuzzy Sets العمليات على المجموعات



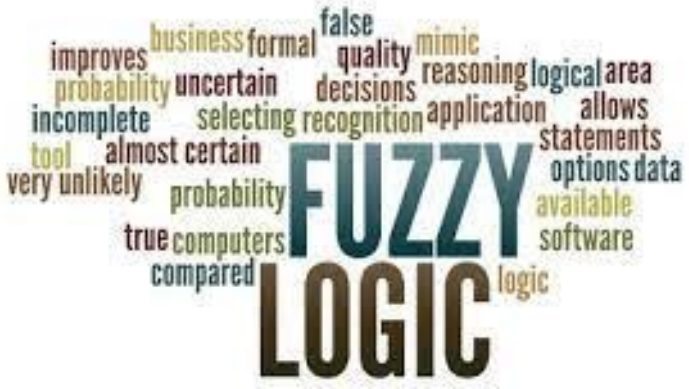






أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

٢٠٢٣-2022

# You never fail until you stop trying




Dr. Omar Saber Qasim  Dr.Fatima Mahmood Hasan
College of computer science and mathematics
Department of mathematics