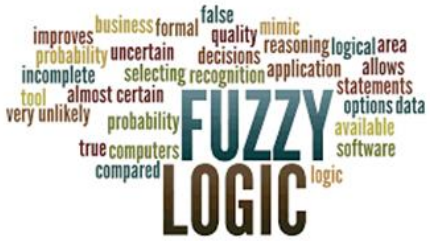
كلية علوم الحاسوب والرياضيات

قسم الرياضيات

المرحلة الثالث/ المحاضرة ٩,١٠



Fuzzy Mathematics الرياضيات الضبابية

أ.د.عمر صابر قاسم أ.م.د.فاطمة محمود حسن

كلية علوم الحاسوب والرياضيات

قسم الرياضيات

2024-2025

العمليات على المصفوفات الضبابية
Operation on Fuzzy Matrices

١-الجمع

$$X + Y = \max[x_{ij}, y_{ij}]$$

٢-الضرب

$$Z = X \cdot Y = X\,Y = \max_k[\min(x_{ik}, y_{kj})]$$

٣- الضرب السلمي

$$\lambda A \text{ where } 0 \le \lambda \le 1$$

٤- علاقة الاتحاد

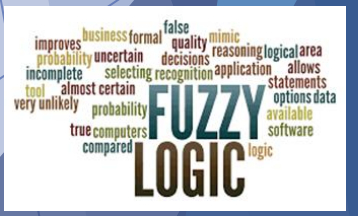
$$\mu_{R_1 \cup R_2}(x,y) = \max\left(\mu_{R_1}(x,y), \mu_{R_2}(x,y)\right)$$

٥-علاقة التقاطع

$$\mu_{R_1 \cap R_2}(x,y) = \min\left(\mu_{R_1}(x,y), \mu_{R_2}(x,y)\right)$$

٦-علاقة المتمم

$$\mu_R(x,y) = 1 - \mu_R(x,y)$$



أ.د.عمر صابر قاسم أ.م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

العمليات على المصفوفات الضبابية
Operation on Fuzzy Matrices

يمكن اجراء العمليات الرياضية على مصفوفة العلاقات الضبابية بين العناصر وكما يأتي:

١-الجمع Sum

يمكن تمثيل عناصر المصفوفة الضبابية الناتجة من حاصل جمع مصفوفتين ضبابيتين وذلك من خلال القانون الاتي:

$$X + Y = \max[x_{ij}, y_{ij}]$$

حيث ان X و Y هما مصفوفتان ضبابيتان وان ij يمثل دليل العناصر للمصفوفات الضبابية.

Operation on Fuzzy Matrices

مثال: لتكن كل من X و Yمصفوفتان ضبابيتان ممثلتان بعلاقات ضبابية كما يأتي:

$$X = \begin{array}{c} \\ x \\ y \\ z \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 \\ 0.9 & 0.6 & 0.2 \end{bmatrix} \end{array}, \qquad Y = \begin{array}{c} \\ x \\ y \\ z \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ 1 & 0.6 & 1 \\ 0.8 & 0.5 & 0.4 \end{bmatrix} \end{array}$$

المطلوب هو إيجاد الجمع Sum لمصفوفة العلاقات الضبابية $X + Y$.

الحل:

$$X + Y = \begin{array}{c} \\ x \\ y \\ z \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0 \\ 1 & 0.7 & 1 \\ 0.9 & 0.6 & 0.4 \end{bmatrix} \end{array}$$

Operation on Fuzzy Matrices

مثال: لتكن كل من X و Y مصفوفتان ضبابيتان ممثلتان بعلاقات ضبابية كما يأتي:

$$X=\begin{pmatrix} 0.3 & 0.7 & 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.5 & 1 & 0.3 \\ 0.6 & 0.1 & 0.4 & 0.8 \\ 0.3 & 0.4 & 0.6 & 0.2 \end{pmatrix} \qquad Y=\begin{pmatrix} 1 & 0.2 & 0.4 & 0.9 \\ 0.3 & 0.6 & 0.1 & 0.3 \\ 0.8 & 0.9 & 0.5 & 0.6 \\ 0.3 & 0.2 & 0.5 & 0.7 \end{pmatrix}$$

المطلوب هو إيجاد الجمع Sum لمصفوفة العلاقات الضبابية $X + Y$.

الحل:

$$\text{Max } X + Y=\begin{pmatrix} 1 & 0.7 & 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.6 & 1 & 0.4 \\ 0.8 & 0.9 & 0.5 & 0.8 \\ 0.9 & 0.4 & 0.6 & 0.7 \end{pmatrix}$$

Operation on Fuzzy Matrices

٢-الضرب Product

يمكن تمثيل عناصر المصفوفة الضبابية الناتجة من حاصل ضرب مصفوفتين ضبابيتين وذلك من خلال القانون الاتي:

$$Z = X \cdot Y = X\,Y = \max_k[\min(x_{ik}, y_{kj})]$$

مثال: لتكن كل من X و Y مصفوفتان ضبابيتان ممثلتان بعلاقة ضبابية كما يأتي:

$$X = \begin{array}{c} \\ x \\ y \\ z \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0 \\ 0.4 & 1 & 0.1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}, \quad Y = \begin{array}{c} \\ x \\ y \\ z \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0.1 \end{bmatrix} \end{array}$$

- المطلوب هو إيجاد الضرب Product لمصفوفة العلاقات الضبابية $X \cdot Y$.

Operation on Fuzzy Matrices

الحل: للتوضيح نأخذ مثلا العنصر Z_{12}, حيث يتم ايجاده من خلال حساب أصغر العناصر المتقابلة بين الصف الأول للمصفوفة X مع العمود الثاني للمصفوفة Y كما يأتي:

$$\begin{array}{cccc} & 0.2 & 0.5 & 0 \\ & 0.1 & 0 & 1 \\ \hline \min & 0.1 & 0 & 0 \end{array}$$

ثم يتم إيجاد أكبر هذه العناصر والذي يمثل العنصر Z_{12} في المصفوفة Z, وبنفس الطريقة يتم إيجاد بقية عناصر المصفوفة Z ليتم الحصول على المصفوفة الاتية:

$$Z = XY = \begin{array}{c} \\ x \\ y \\ z \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.5 \\ 0.4 & 0.1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \end{array}$$

Operation on Fuzzy Matrices

مثال:

$A =$

	a	b	c
a	0.2	0.5	0.0
b	0.4	1.0	0.1
c	0.0	1.0	0.0

$B =$

	a	b	c
a	1.0	0.1	0.0
b	0.0	0.0	0.5
c	0.0	1.0	0.1

$C_{12} = ?$

Operation on Fuzzy Matrices

$A =$

	a	b	c
a	0.2	0.5	0.0
b	0.4	1.0	0.1
c	0.0	1.0	0.0

$B =$

	a	b	c
a	1.0	0.1	0.0
b	0.0	0.0	0.5
c	0.0	1.0	0.1

$$C = A \cdot B = AB = \max_k [\min(a_{ik}, b_{kj})]$$

0.2	0.5	0.0
0.1	0.0	1.0

Min ⇓

0.1	0.0	0.0

$\Rightarrow$ *Max* 0.1 ⇨ $C_{12} = 0.1$

العمليات على المصفوفات الضبابية
Operation on Fuzzy Matrices

$A =$

	a	b	c
a	0.2	0.5	0.0
b	0.4	1.0	0.1
c	0.0	1.0	0.0

$B =$

	a	b	c
a	1.0	0.1	0.0
b	0.0	0.0	0.5
c	0.0	1.0	0.1

$$C = A \cdot B = AB = \max_k [\min(a_{ik}, b_{kj})]$$

0.2 0.5 0.0
0.0 0.5 0.1

Min ⇓

0.0 0.5 0.0 $\Rightarrow$ 0.5 *Max*

$$C_{13} = 0.5$$

العمليات على المصفوفات الضبابية

٣.الضرب السلمي Sclar Product

يستخدم في تغيير القيم العددية لمصفوفة العلاقات الضبابية من خلال قيمة معينة λ تقع بين الصفر والواحد $(0 \leq \lambda \leq 1)$.

مثال: لتكن X مصفوفة ضبابية معرفة كما يأتي:

$$X = \begin{matrix} \\ x \\ y \\ z \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} x & y & z \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 \\ 0.9 & 0.6 & 0.2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

المطلوب إيجاد λX حيث ان $\lambda = 0.3$.

الحل:

$$\lambda X = 0.3X = \begin{matrix} \\ x \\ y \\ z \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} x & y & z \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0.03 & 0.06 & 0 \\ 0 & 0.21 & 0 \\ 0.27 & 0.18 & 0.06 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

العمليات على المصفوفات الضبابية
Operation on Fuzzy Matrices

مثال:

$A =$

	a	b	c
a	0.2	0.5	0.0
b	0.4	1.0	0.1
c	0.0	1.0	0.0

$0.5A =$

	a	b	c
a	0.1	0.25	0.0
b	0.2	0.5	0.05
c	0.0	0.5	0.0

٤-علاقة الأتحاد Union Relation

يمكن تمثيل علاقة الاتحاد في المصفوفات الضبابية من خلال القانون الاتي:

$$\forall\,(x,y)\in X\times Y$$

$$\mu_{R_1\cup R_2}(x,y)=\max\left(\mu_{R_1}(x,y),\mu_{R_2}(x,y)\right)$$

$$=\mu_{R_1}(x,y)\vee\mu_{R_2}(x,y)$$

وعندما تكون معرفة على n من العلاقات يكون التمثيل كما يأتي:

$$\mu_{R_1\cup R_2\cup\cdots\cup R_n}(x,y)=\vee_{R_i}\mu_{R_i}(x,y)$$

مثال: لتكن كل من X و Y مصفوفتان ممثلتان بعلاقات ضبابية كما يأتي:

$$X = \begin{matrix} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} x & y & z \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 \\ 0.9 & 0.6 & 0.2 \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad Y = \begin{matrix} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} x & y & z \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ 1 & 0.6 & 1 \\ 0.8 & 0.5 & 0.4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

المطلوب إيجاد علاقة الاتحاد بين المصفوفتين X و Y ؟

الحل: يمكن ان نرمز للمصفوفة الضبابية X بالرمز μ_{R_1} والمصفوفة الضبابية Y بالرمز μ_{R_2} للدلالة على ان عناصر هاتين المصفوفتين تمثل درجات الانتماء، وان R_1 تمثل العلاقة الضبابية على المصفوفة X و R_2 تمثل العلاقة الضبابية على المصفوفة Y, لذا فان مصفوفة الاتحاد هي:

$$\mu_{R_1 \cup R_2} = \begin{matrix} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} x & y & z \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0 \\ 1 & 0.7 & 1 \\ 0.9 & 0.6 & 0.4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

٥- علاقة التقاطع Intersection Relation

يمكن تمثيل علاقة التقاطع في المصفوفات الضبابية من خلال القانون الاتي:

$$\forall\,(x,y) \in X \times Y$$

$$\mu_{R_1 \cap R_2}(x,y) = \min\left(\mu_{R_1}(x,y), \mu_{R_2}(x,y)\right)$$

$$= \mu_{R_1}(x,y) \wedge \mu_{R_2}(x,y)$$

وعندما تكون معرفة على n من العلاقات يكون التمثيل كما يأتي:

$$\mu_{R_1 \cap R_2 \cap \cdots \cap R_n} = \bigwedge_{R_i} \mu_{R_i}(x,y)$$

مثال: لتكن كل من X و Y مصفوفتان ممثلتان بعلاقة ضبابية كما يأتي:

$$X = \begin{matrix} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} x & y & z \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 \\ 0.9 & 0.6 & 0.2 \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad Y = \begin{matrix} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} x & y & z \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ 1 & 0.6 & 1 \\ 0.8 & 0.5 & 0.4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

المطلوب إيجاد علاقة التقاطع بين المصفوفتين X و Y ؟

الحل: يمكن ان نرمز للمصفوفة الضبابية X بالرمز μ_{R_1} والمصفوفة الضبابية Y بالرمز μ_{R_2} للدلالة على ان عناصر هاتين المصفوفتين تمثل الدرجات الانتماء، وان R_1 تمثل العلاقة الضبابية في المصفوفة X و R_2 تمثل العلاقة الضبابية على المصفوفة Y, لذا فان مصفوفة التقاطع هي:

$$\mu_{R_1 \cap R_2} = \begin{matrix} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} x & y & z \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.6 & 0 \\ 0.8 & 0.5 & 0.2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

٦- علاقة المتمم Complement Relation

يمكن تمثيل علاقة المتمم في المصفوفات الضبابية من خلال القانون الاتي:

$$\forall\,(x,y)\in X\times Y$$

$$\mu_R(x,y)=1-\mu_R(x,y)$$

مثال: لتكن X مصفوفةممثلة بعلاقة ضبابية كما يأتي:

$$X=\begin{array}{c} \\ 1\\2\\3\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccc}x & y & z\end{array}\\\begin{bmatrix}0.1 & 0.2 & 0\\0 & 0.7 & 0\\0.9 & 0.6 & 0.2\end{bmatrix}\end{array}$$

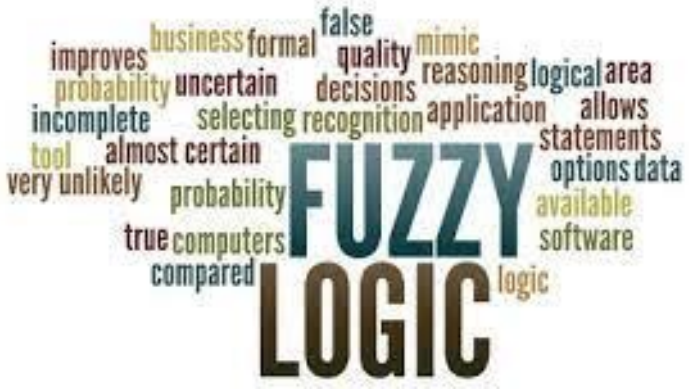
المطلوب إيجاد العلاقة المتممة للمصفوفة X ؟

الحل: نرمز للمصفوفة الضبابية X بالرمز μ_R لذا فان مصفوفة العلاقة المتممة $\mu_{\bar{R}}$ هي:

$$\mu_{\bar{R}}=\begin{array}{c} \\ 1\\2\\3\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccc}x & y & z\end{array}\\\begin{bmatrix}0.9 & 0.8 & 1\\1 & 0.4 & 1\\0.1 & 0.4 & 0.8\end{bmatrix}\end{array}$$

أ.د.عمر صابر قاسم أ.م.د.فاطمة محمود حسن
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

You never fail until you stop trying



Dr. Omar Saber Qasim Dr.Fatima Mahmood Hasan
College of computer science and mathematics
Department of mathematics