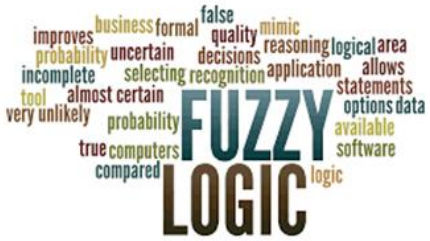
كلية علوم الحاسوب والرياضيات

قسم الرياضيات

المرحلة الثالث/ المحاضرة الحادية عشر



الرياضيات الضبابية Fuzzy Mathematics

أ.د.عمر صابر قاسم م.د.فاطمة محمود حسن

كلية علوم الحاسوب والرياضيات

قسم الرياضيات

2024-2025

composition of Fuzzy Relation تركيب العلاقات الضبابية

يتم تمثيل علاقة التركيب في المصفوفات الضبابية من خلال قاعدة تركيب (Max-min) الاتية:

$$\forall (x,y) \in X \times Y \ , \forall (y,z) \in Y \times Z$$

$$\mu_{R_1 \circ R_2}(x,z) = \max_y \left[\min\left(\mu_{R_1}(x,y), \mu_{R_2}(y,z)\right)\right]$$

$$= \bigvee_y \left[\mu_{R_1}(x,y) \wedge \mu_{R_2}(y,z)\right]$$

composition of Fuzzy Relation تركيب العلاقات الضبابية

مثال : لتكن كل من μ_{R_1} و μ_{R_2} مصفوفتان ضبابيتان ممثلتان بعلاقتين R_1و R_2 على التوالي ومعرفتان كما يأتي:

$$\mu_{R_1} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x & y & z & w \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 & 1 \\ 0.3 & 0.3 & 0 & 0.2 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.4 \end{bmatrix} \end{array}, \qquad \mu_{R_2} = \begin{array}{c} \\ x \\ y \\ z \\ w \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \alpha & \beta & \gamma \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.9 & 0 & 0.3 \\ 0.2 & 1 & 0.8 \\ 0.8 & 0 & 0.7 \\ 0.4 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix} \end{array}$$

المطلوب إيجاد علاقة التركيب $\mu_{R_1 \circ R_2}$ بين المصفوفتين μ_{R_1} و μ_{R_2}؟

composition of Fuzzy Relation تركيب العلاقات الضبابية

الحل : للتوضيح نأخذ مثلا العنصر $\mu_{R_1 \circ R_2}(1,\alpha)$, حيث يتم ايجاده من خلال حساب أصغر العناصر المتقابلة بين الصف الأول للمصفوفة μ_{R_1} مع العمود الثاني للمصفوفة μ_{R_2} كما يأتي:

	0.1	0.2	0	1
	0.9	0.2	0.8	0.4
min		0.1	0.2	0	0.4
max	$(0.1,$	$0.2,$	$0,$	$0.4) = 0.4$

$$\mu_{R_1 \circ R_2}(1,\alpha)$$

$$= \max[\min(0.1,0.9), \min(0.2,0.2), \min(0,0.8), \min(1,0.4)]$$

$$= \max[0.1,0.2,0,0.4] = 0.4$$

وبنفس الطريقة يتم إيجاد القيمة $\mu_{R_1 \circ R_2}(1,\beta)$ كما يأتي:

	0.1	0.2	0	1	
	0	1	0	0.2	
min		0	0.2	0	0.2
max		$(0\ ,0.2\ ,0,0.2) = 0.2$			

$$\mu_{R_1 \circ R_2}(1,\beta)$$

$$= \max[\min(0.1,0)\ ,\min(0.2,1)\ ,\min(0,0)\ ,\min(1,0.2)]$$

$$= \max[0,0.2,0,0.2] = 0.2$$

وبنفس الطريقة يتم إيجاد بقية عناصر مصفوفة التركيب الضبابية $\mu_{R_1 \circ R_2}$ كما يأتي:

$$\mu_{R_1 \circ R_2} = \begin{matrix} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} \alpha & \beta & \gamma \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.8 & 0.9 & 0.8 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

قطع α – في العلاقات الضبابية

يتم من خلال قطع الفا تحويل أي علاقة ضبابية على المجموعات الى علاقة تقليدية وذلك بتحويل عناصر العلاقة الضبابية والتي لها درجة انتماء أكبر او يساوي بعض قيم الفا المختارة ضمن الفترة $[0,1]$ الى قيم تقليدية، حيث اذا كانت $R \subseteq X \times Y$ تمثل علاقة ضبابية، فان R_α علاقة قطع الفا والتي تعرف كما يأتي:

$$R_\alpha = \{(x,y): \mu_R(x,y) \geq \alpha \, , x \in X, y \in Y\}$$

مثال : لتكن μ_R علاقة ضبابية معرفة كما يأتي:

$$\mu_R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.4 \\ 0 & 0.7 & 0.5 \\ 0.9 & 0.6 & 0.2 \end{bmatrix}$$

المطلوب إيجادعلاقة قطع الفا للمصفوفة μ_R لكل من $\alpha = 0.2, \alpha = 0.5$ و $\alpha = 0.7$؟

الحل : عندما تكون قيمة $\alpha = 0.2$ فان $\mu_{R_{0.2}}$ هي:

$$\mu_{R_{0.2}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

عندما تكون قيمة $\alpha = 0.5$ فان $\mu_{R_{0.5}}$ هي:

$$\mu_{R_{0.5}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

عندما تكون قيمة $\alpha = 0.7$ فان $\mu_{R_{0.7}}$هي:

$$\mu_{R_{0.7}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

تركيب العلاقة في قطع α –

يمكن تركيب العلاقة الضبابية من عدة علاقات معرفة على قطع الفا وذلك من خلال القاعدة الاتية:

$$R = \cup_{\alpha} \alpha R_{\alpha}$$

حيث ان الفا هي قيمة القطع، وان R_{α} هي علاقة قطع الفا وان αR_{α} هي علاقة ضبابية، كما يمكن تعريف دالة الانتماء لمصفوفة علاقة الانتماء αR_{α} كما يأتي:

$$\mu_{\alpha R_{\alpha}}(x,y) = \alpha \cdot \mu_{R_{\alpha}}(x,y) \quad ,\forall\ (x,y) \in X \times Y$$

اذ يمكن تركيب العلاقة الضبابية R الى عدة علاقات ضبابية αR_{α}.

تركيب العلاقة في قطع α –

يمكن تركيب العلاقة الضبابية من عدة علاقات معرفة على قطع الفا وذلك من خلال القاعدة الاتية:

$$R = \cup_{\alpha} \alpha R_{\alpha}$$

حيث ان الفا هي قيمة القطع، وان R_{α} هي علاقة قطع الفا وان αR_{α} هي علاقة ضبابية، كما يمكن تعريف دالة الانتماء لمصفوفة علاقة الانتماء αR_{α} كما يأتي:

$$\mu_{\alpha R_{\alpha}}(x,y) = \alpha \cdot \mu_{R_{\alpha}}(x,y) \quad ,\forall\ (x,y) \in X \times Y$$

اذ يمكن تركيب العلاقة الضبابية R الى عدة علاقات ضبابية αR_{α}.

مثال: لتكن μ_R علاقة ضبابية معرفة كما في المثال السابق:

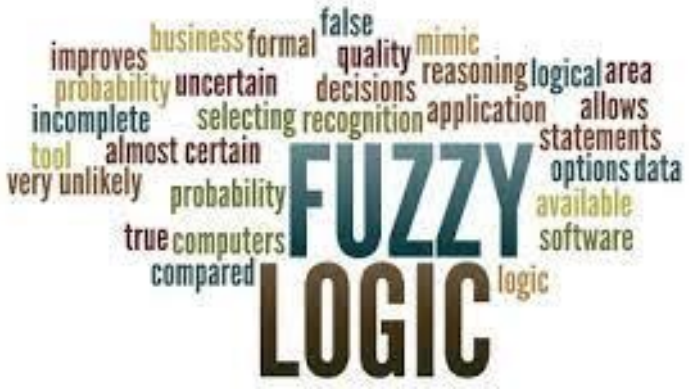
$$\mu_R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.4 \\ 0 & 0.7 & 0.5 \\ 0.9 & 0.6 & 0.2 \end{bmatrix}$$

العلاقة الضبابية R يمكن ان تتركب كما يأتي:

$$\mu_R = 0.2 \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cup 0.5 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cup 0.7 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0.7 & 0.5 \\ 0.7 & 0.5 & 0.2 \end{bmatrix}$$

You never fail until you stop trying



Dr. Omar Saber Qasim Dr.Fatima Mahmood Hasan
College of computer science and mathematics
Department of mathematics
20222