التوزيع المنتظم المتقطع :

اذا كان المتغير المتقطع x يأخذ القيم الممكنة والمتساوية بالعدد فأننا نقول ان x يتبع توزيعاً منتظماً متقطعاً بدالة كتلة احتمال

$$P(x) = \frac{1}{n} \quad , x = x_1, x_2, \dots, x_n$$

ويمكننا ان نعد ما يأتي امثلة على متغيرات تتبع هذا التوزيع

١- الوجه الظاهر على قطعة النقود ($n=2$)

٢- عدد النقاط الظاهرة عند رمي النرد ($n=6$)

توزيع برنولي :

اذا كان لدينا تجربة عشوائية متعلقة بها حادثة معينة A وعند قيامنا بهذه التجربة فان الحادثة A اما تحدث أو لا تحدث. اذا حدث الحادث A تسمى هذه الحالة (حالة النجاح) واذا لم يحدث الحادث A تسمى هذه الحالة (حالة الفشل) وتسمى كل محاولة من محاولات اعادة مثل هذه التجربة بمحاولة برنولي

لنفرض الان اننا عرفنا المتغير X وليكن $X=1$ عندما تحدث A (حالة النجاح) و $X=0$ عندما لا تحدث A (حالة الفشل) ولو كانت $P(X=1)=P$

$q = P(X=0) = 1-P$

فأي حالة كتلة احتمال X يمكن كتابتها

$$P(X) = P^{X}(1-P)^{1-X} \qquad X=(0,1)$$

ونقول عندئذ ان المتغير X يتبع توزيع برنولي بمعلمة P ونجد ان احتمالية:

$P(0)+P(1)=1$

ومن الامثلة على المتغيرات التي تتبع هذا التوزيع

١- ظهور الصورة لتجربة رمي قطعة نقود.

٢- ظهور عدد قبل القسمة على 3 في تجربة رمي ازار

٣- يسقط المطر يوم غد

٤- نجاح الطالب في الامتحان

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

-30- مثال : في تجربة رمي قطعة نقود اذا كان

المتغير x يمثل الوجه الظاهر هو صورة ومن المعلوم

ان

$$p = P(x=1) = P(H) = \frac{1}{2}$$

$$q = P(x=0) = P(\bar{H}) = 1-p = 1-P(H) = 1-\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(x) = p^{x}(1-p)^{1-x}$$

$$P(x) = (\frac{1}{2})^{x}(1-p)^{1-x} = (\frac{1}{2})^{x}(1-\frac{1}{2})^{1-x}$$

$$= (\frac{1}{2})^{x}(\frac{1}{2})^{1-x} = (\frac{1}{2})^{x+1-x} = \frac{1}{2}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

-31- دالة كثافة احتمال $f(x)$ للمتغير العشوائي x هي دالة قيمتها موجبة ومعرفة على جميع الاعداد الحقيقية

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x)\, dx$$

حيث a, b اعداد حقيقية وتحقق

متغير ← كثافة ← تكامل
متقطعة ← كتلة ← مجموع

خواص دالة كثافة احتمال:-

① $f(x) \geq 0$

② $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) = 1$

③ $P(a < x < b) = \int_a^b f(x)\, dx$

اذا كان x متغير عشوائي متقطع فان الدالة كتلة احتمال $f(x)$ ويرمز لها $P(x)$

خواص دالة كتلة احتمال:

① $P(x) \geq 0$

② $P(a < x < b) = \sum_a^b P(x = x)$

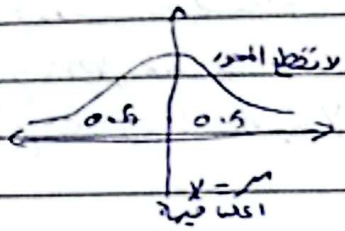
٤- التوزيعات المستمرة :-

١- التوزيع الطبيعي Normal distribution :

تعريف :

اذا كان المتغير x تتوزع توزيعاً طبيعياً بمعدل μ وتباين σ^2 فان دالة كثافة احتمال

$$P(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



المعدل mean $-\infty < \mu < \infty$

$-\infty < x < \infty$

$0 < \sigma < \infty$

يستخدم هذا الرمز $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ بدلاً من ان x تتوزع توزيعاً طبيعياً بمعدل μ وتباين σ^2

التوزيع الطبيعي القياسي :-

اذا كان المتغير z يتوزع توزيعاً طبيعياً قياسياً (معدل = صفر، تباين = ١) فان دالة كثافة احتمال بدلالة z

$$\{F(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}Z^2}\} \quad -\infty < Z < \infty$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ويمكن ان يرمز له $Z \sim N(0,1)$

التوزيع الطبيعي:

يعد هذا التوزيع من اهم التوزيعات الاحتمالية المستمرة بخصائصه النظرية وتطبيقاته المختلفة.

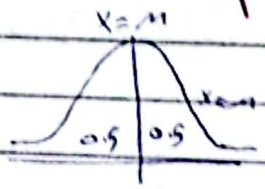
خصائص التوزيع الطبيعي:

١- ان منحنى دالة كثافة الاحتمال يسمى بالمنحنى الطبيعي يكون بشكل ناقوس مفتوح الطرفين الايمن والايسر يبلغ اعلى ارتفاع عندما $x=m$

ويقترب من الصفر كلما ابتعدنا عن $x=m$

٢- ان المنحنى متناظر حول $x=m$

٣- ان المساحة الكلية تحت المنحنى الطبيعي.



$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} dx = 1$$

البرهان: نفرض

$$\frac{x-m}{\sigma} = y$$

اثبت

$$y\sigma = x - m$$
$$dy\,\sigma = dx$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner