-33

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sigma}e^{-\frac{1}{2}y^2}\sigma\,dy = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{\infty}e^{-\frac{1}{2}y^2}dy$$

نفرض ان $\frac{1}{2}y^2 = u$

$y\,dy = du$

$dy = \frac{du}{\sqrt{u}}$

$y^2 = 2u$ فإن

$y = \sqrt{2}\sqrt{u}$

$$= \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{\infty}e^{-u}\frac{du}{y}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{\infty}e^{-u}\frac{du}{\sqrt{2}\sqrt{u}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{\infty}e^{-u}u^{-\frac{1}{2}}du$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}}\Gamma\frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\cdot\sqrt{\pi} = 1$$

ع ان المستقيم $x = m$ يقسم المساحة اي قسمين متساويين اي ان المساحة عن يمين $x = m$ تساوي المساحة عن يساره وتساوي $\frac{1}{2}$.

التوزيع الطبيعي القياسي:

$$F(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}Z^2}$$

$$1 - P(Z \le a) = \int_{-\infty}^{a}F(Z)\,dZ$$

من الجدول مباشرة

$P(Z \le 1.96) = 0.975$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2. $P(Z \geq a) = \int_{a}^{\infty} f(z)\,dz$

$= \int_{-\infty}^{\infty} f(z)\,dz - \int_{-\infty}^{a} f(z)\,dz$

$\boxed{P(Z \geq a) = 1 - P(Z < a)}$ قانون ثاني

1. $P(Z > 1) = 1 - P(Z < 1)$

$1 - 0.841 = 0.159$

3. $P(a \leq Z \leq b) = \int_{a}^{b} f(z)\,dz$

$= \int_{-\infty}^{b} f(z)\,dz - \int_{-\infty}^{a} f(z)\,dz$

$\boxed{P(a \leq Z \leq b) = P(Z \leq b) - P(Z \leq a)}$

4. $P(Z < -a) = P(Z < a)$

$\boxed{= P(Z \leq -a) = 1 - P(Z < a)}$

5. $P(Z > -a) = P(Z < a)$ حالة خاصة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

6- $P(-a<Z<a) = P(Z<a) - P(Z<-a)$

$= P(Z<a) - [1 - P(Z<a)]$

$= 2P(Z<a) - 1$

$$\boxed{P(-a<Z<a) = 2P(Z<a) - 1}$$

مثال: جد الاحتمالية لكل مما يلي:

$Z \sim N(0,1)$

1) $P(Z<2.6) = 0.995$ من الجدول

2) $P(Z>1.96) = 1 - P(Z<1.96)$ من الجدول

$= 1 - 0.975 = 0.025$

3) $P(-1<Z<1.96) = P(Z<1.96) - P(Z<-1)$

$= 0.975 - [1 - P(Z<1)]$

$= 0.975 - 1 + 0.841 = 0.816$

4) $P(-1.96<Z<-1) = P(Z<-1) - P(Z<-1.96)$

$= 1 - P(Z<1) - [1 - P(Z<1.96)]$

$= P(Z<1.96) - P(Z<1)$

$= 0.975 - 0.841 = 0.134$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

5- $P(1<Z<2.6) = P(Z<2.6) - P(Z<1)$

$= 0.995 - 0.841 =$

6- $P(Z<+3.9) = 1 - P(Z<3.9)$

$= 1 - 0.999 = 0.001$

7- $P(Z<-2.6) = 1 - P(Z<2.6)$

$= 1 - 0.995 = 0.005$

8- $P(Z>-1.96) = P(Z<1.95) = 0.974$

9- $P(-1<Z<1) = 2P(Z<1) - 1$

$= 2(0.841) - 1 = 1.682 - 1 = 0.682$

10- $P(Z<0) = P(Z>0) = 0.5$

مثال :- جد قيمة a اذا علمت ان

$P(Z<a) = 0.975$

$\therefore a = 1.96$

ملاحظة :- حالة اولى

1- عندما تكون $P(Z<a) > 0.5$ نستخدم الجدول مباشرة

عندما تكون $P(Z<a) = 0.5$ تكون قيمة $a = 0$

2- عندما تكون $P(Z<a)<0.5$ هذا يدل ان a سالبة او غير موجودة في الجدول اذا نفرض ان $a=-b$ ثم نحل المسألة ونجد قيمة b ثم نجد قيمة a.

مثال: جد قيمة a اذا علمت ان

$P(Z<a)=0.005$

نفرض $a=-b$

$P(Z<-b)=0.005$

$1-P(Z<b)=0.005$

$\therefore P(Z<b)=1-0.005=1.000-0.005$

$P(Z<b)=0.995$

$\therefore b=2.6 \quad , a=-2.6$

مثال:-

$P(Z>a)=0.975$

$1-P(Z<a)=0.975$

$P(Z<a)=1-0.975$

$P(Z<a)=0.025$

نفرض $a=-b$

$P(Z<-b)=0.025$

$1-P(Z<b)=0.025$

$P(Z<b)=1-0.025$

$=0.975$

$\therefore b=1.96$

$\therefore a=-1.96$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال: جد قيمة a لكل مما يلي:

1) $P(0<Z<a) = 0.341$

$P(Z<a) - P(Z<0) = 0.341$

$P(Z<a) = P(Z<0) + 0.341$

$P(Z<a) = 0.5 + 0.341$

$P(Z<a) = 0.841$, $\therefore a = 1$

2) $P(a<Z<1) = 0.500$

$= P(Z<1) - P(Z<a) = 0.500$

$P(Z<a) = P(Z<1) - 0.500$

$= 0.841 - 0.500$

$= 0.341$

3) $P(Z>a) = 0.025$ H.W

$1 - P(Z<a) = 0.025$

$P(Z<a) = 1 - 0.025$

$P(Z<a) = 0.975$

$a = 1.96$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner