ملاحظة :-

اذا كان المتغير X يتبع توزيعا طبيعيا (قياسيا)

يمكن تحويله اى توزيع طبيعي باستخدام العلاقة

التالية :-

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow Z = \frac{X - 0}{1} = X$$

(علما أن μ, σ على الباقي طبيعي)

مثال :- اذا كان $X \sim N(5, 16)$ اوجد $P(Z < 10)$

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{10 - \mu}{\sigma}\right)$$

$\sigma^2 = 16$

$\sigma = 4$

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{10 - 5}{4}\right)$$

$$P\left(Z < \frac{5}{4}\right) = P(Z < 1.25) = 0.894$$

مثال :- $Z \sim N(5, 16)$ اوجد $P(X < 1)$

$P(Z < 1) = 0.841$ حفظ

30.

$$P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} < \frac{1-5}{4}\right)$$

$$P\left(Z < \frac{-4}{4}\right) = P(Z < -1) = 1 - P(Z < 1)$$

$$= 1 - 0.841 = 0.159$$

مثال: اذا كانت $x \sim (3, 25)$ $\underset{(\mu, \sigma^2)}{}$ حد قيمة الثابت a اذا علمت

$$P(X < a) = 0.975$$

$$P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} < \frac{a-3}{5}\right) = 0.975$$

$$P\left(Z < \frac{a-3}{5}\right) = 0.975$$

نفرض $b = \frac{a-3}{5}$

$$P(Z < b) = 0.975$$

$$b = 1.96 \Rightarrow b = \frac{a-3}{5} \Rightarrow 1.96 = \frac{a-3}{5}$$

$$\Rightarrow a = 12.8 \qquad a - 3 = 1.96 \times 5$$

$$a = 9.8 + 3 = 12.8$$

مثال: اوجد قيمة a الثابتة اذا كانت احتمالية

$$P(X < a) = 0.05 \qquad X \sim (3, 25)$$

$$P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} < \frac{a-3}{5}\right) = 0.05$$

$$P(Z < -b) = 0.05 \Rightarrow 1 - P(Z < b) = 0.05$$

$$P(Z < b) = 1 - 0.05 = 0.995$$

$$b = -2.6 \Rightarrow -2.6 = \frac{a-3}{5} \Rightarrow a = -10$$

$$-13 = a - 3 \Rightarrow a = -13 + 3 = -10$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التوقع الرياضي :- $E(X)$

يعد مفهوم التوقع الرياضي من المفاهيم البالغة الاهمية في نظرية الاحتمال اذ ان القيمة المتوقعة (التوقع الرياضي) لمتغير عشوائي يعني تدفع النظير لسلوك مستقبلي للمتغير العشوائي وباختصار فان القيمة المتوقعة للمتغير x يرمز لها M او $E(X)$ وهي كمية لاتعتمد على x وتمثل معدل x ومن الناحية الرياضية يعبر عنها بالشكل الاتي

$$E(X) = \begin{cases} \int x f(x)\, dx & x \text{ مستمرة} \\ \sum x P(x=x) & x \text{ منقطع} \end{cases}$$

خصائص التوقع الرياضي

1) $E(c) = c$ ثابت

2) $E(cx) = c\,E(X)$

3) $E(cx+b) = c\,E(X)+b$

اساسيات :

تعريف دالة كثافة الاحتمال :- تعرف دالة كثافة الاحتمال $P(x)$ المتغير العشوائي x هي دالة قيمتها موجبة ومعرفة على جميع الاعداد الحقيقية وان

$$P(a \le x \le b) = \int_a^b f(x)\, dx$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

خواص دالة كثافة الاحتمال

1) $f(x) \geq 0$

2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$

3) $P(a \leq x \leq b) = \int_{a}^{b} f(x)\,dx$

تعريف دالة كتلة الاحتمال:

اذا كان x متغير عشوائي متقطع فإن دالة كتلة الاحتمال والتي يرمز لها $P(x)$،

خواص دالة كتلة الاحتمال:

1) $P(x) \geq 0$

2) $P(a \leq x \leq b) = \sum_{a}^{b} P(x = x)$

مثال:

جد معدل المتغير x الذي له دالة كثافة احتمال معرفة بالشكل الاتي

$f(x) = 4x(1-x^2) \quad , \quad 0 \leq x \leq 1$

$$E(x) = \int_0^1 x \cdot 4x(1-x^2)\,dx$$

$$= 4\int_0^1 x^2\,dx - 4\int_0^1 x^4\,dx$$

$$= 4\frac{x^3}{3} - 4\frac{x^5}{5}\Big|_0^1 = \frac{4}{3} - \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال :-

شخص يرمي قطعة زار فإذا كان عدد النقاط الظاهرة 1, 2, 3 فإنه يربح 20 دينار، واذا كان عدد النقاط 4, 5 فإنه يخسر 30 دينار، اما اذا حصل على 6 فإنه يربح 60 دينار. اوجد التوقع الرياضي.

$$P(X) = \begin{cases} 20 & 1, 2, 3 \\ -30 & 4, 5 \\ 60 & 6 \end{cases}$$

خسارة

$$E(X) = \sum X P(X = x)$$

$$= 20\left(\frac{3}{6}\right) - 30\left(\frac{2}{6}\right) + 60\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$= 10 - 10 + 10 = 10$$

$$\therefore E(X) = 10$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التباين :-

ان العزم المركزي يسمى التباين ويرمز له $V(X)$ ويعبر عنه رياضيا"

$$V(X) = EX^2 - (EX)^2$$

$$= EX^2 - M^2$$

خواص التباين :-

1) $V(a) = 0$

2) $V(aX) = a^2 V(X)$

3) $V(aX+b) = a^2 V(X) + 0$

a, b ثوابت

مثال :-

جد تباين المتغير الذي له دالة كثافة احتمال معرفة بالشكل الاتي :

$$f(x) = 2x \qquad 0 \le x \le 1$$

الحل :-

$$V(X) = EX^2 - (EX)^2$$

$$EX = \int_0^1 x\,(2x)\,dx$$

$$EX = 2\,\frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = 2\left[\frac{1}{3} - 0\right] = \frac{2}{3}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner