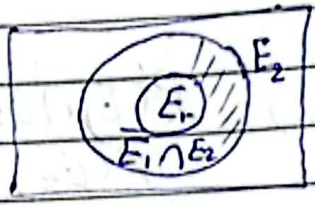
مبرهنة (2):

اذا كان $E_1 \subset E_2$ فان $P(E_1) \leq P(E_2)$

البرهان:

$E_2 = E_1 \cup (\bar{E}_1 \cap E_2)$



E_1 ، $\bar{E}_1 \cap E_2$ حادثان متنافيان

$P(E_2) = P(E_1 \cup (\bar{E}_1 \cap E_2))$

$P(E_2) = P(E_1) + P(\bar{E}_1 \cap E_2)$

اذا كان $P(\bar{E}_1 \cap E_2) = 0$ فان:

$P(E_2) = P(E_1)$

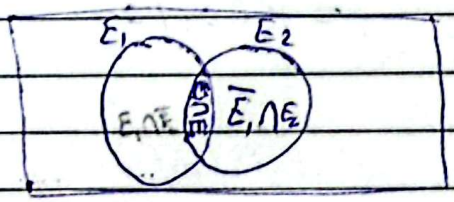
اذا كان $0 < P(\bar{E}_1 \cap E_2)$ فان:

$P(E_2) > P(E_1)$

$\therefore P(E_1) \leq P(E_2)$

مبرهنة (3): لأي حادثان E_1, E_2 فان احتمالية

$P(E_1 / E_2) + P(\bar{E}_1 / E_2) = 1$



$(E \cap E_2)$ و $(\bar{E}_1 \cap E_2)$ متنافيتين

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$= \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)} + \frac{P(\bar{E}_1 \cap E_2)}{P(E_2)} - \frac{P[(E_1 \cap E_2) \cup (\bar{E}_1 \cap E_2)]}{P(E_2)}$$

$$= \frac{P(E_2)}{P(E_2)} = 1$$

قانون :

$$P(E_1 / E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}$$

برهنة : (4)

لدي ثلاث حوادث E_1, E_2, E_3 فان احتمالية

$$P(E_1 \cap E_2 / E_3) = P(E_1 / E_2 \cap E_3)\, P(E_2 / E_3)$$

البرهان :

$$P(E_1 \cap E_2 / E_3) = \frac{P[E_1 \cap (E_2 \cap E_3)]}{P(E_3)}$$

$$= \frac{P(E_1 / (E_2 \cap E_3))\, P(E_2 \cap E_3)}{P(E_3)}$$

$$P(E_2 / E_3) = \frac{P(E_2 \cap E_3)}{P(E_3)}$$

$$P(E_1 / E_3)\, P(E_3)$$

$$= P(E_1 / E_2 \cap E_3)\, P(E_2 / E_3)$$

$$P(E_1 / E_2 \cap E_3) = \frac{P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)}{P(E_2 \cap E_3)}$$

$$P(E_1 \cap (E_2 \cap E_3)) = P(E_1 / (E_2 \cap E_3)) \cdot P(E_2 \cap E_3)$$

$$P(E_1 / (E_2 \cap E_3)) = \frac{P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)}{P(E_2 \cap E_3)}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال: رمي شخص قطعة من نقود مرتين
ماذا علمت ان شخص قد حصل على اقل صورة
فاحتمال ما هو احتمال حصول شخص على صورتين؟

الحل:

$S = \{HH, TT, HT, TH\}$

$A = \{HH\} \quad = \frac{1}{4}$

$B = \{HH, HT, TH\} = \frac{3}{4}$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

الاحتمال الكلي:

لتكون الحوادث $A_1, A_2, \ldots, A_n$ هي حوادث شاملة ومتنافية، مثنى مثنى

$A_i \cap A_j = \phi$ متنافية $i \neq j$

$\cup A_i = A_1 \cup A_2 \ldots \cup A_n$ شاملة

معرفة في فضاء عينة S.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

خاصية مهمة (4) :-

$P(E_1 / E_2) = 0$

اذا كان E_1, E_2 حادثان متنافيان

$$P(E_1/E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)} = \frac{0}{P(E_2)} = 0$$

خاصية (5) :-

$P(A/B) \geq P(A)$ فان $A \subset B$ اذا كان

لان

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = P(A/B) \geq P(A)$$

مثال :- H.W

رمي شخص قطعة نقود مرتين فاذا علمت ان الشخص قد حصل على الاقل على صورة واحدة ما هو احتمال ان يكون الشخص قد حصل على صورتين.

فضاء العينة $S = \{HH, TH, HT, TT\}$

$A = \{HT, TH, HH\}$

9 ←

$B = \{HHH\}$

$A \cap B = \{HHH\}$

$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

$= \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مبرهنة العالم بيز :-

اذا كانت $A_1, A_2, \ldots, A_n$ حوادث متنافية وشاملة في S وكانت B اي حادثة اخرى في S فان

$$P(A_i/B) = \frac{P(B/A_i) \cdot P(A_i)}{P(B/A_1)P(A_1) + P(B/A_2)P(A_2) + \ldots + P(B/A_n)P(A_n)}$$

مثال :-

شركة احذية لها ثلاثة مصانع انتاجية المصنع الاول ينتج 40٪ من انتاج الشركة وفيه 2٪ من البضاعة تكون معيبة (غير جيدة) والمصنع الثاني ينتج 35٪ من انتاج الشركة فيه 1٪ من البضاعة تكون معيبة (غير جيدة) والمصنع الثالث ينتج 25٪ من انتاج الشركة فيه 4٪ من البضاعة تكون معيبة (غير جيدة) فاذا اشتريت حذاء من انتاج هذه الشركة ما احتمال ان يكون Defective معيب

P : كيف جيد ، ب ، جيد ج = اذا اشتريت حذاء من انتاج هذه الشركة وجدته معيباً ما احتمال انه قد صنع في المصنع الاول ، الثاني ، الثالث

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner