23-

ج) $P(X<4) = P(X=3) + P(X=2) + P(X=1) + P(X=0)$

$= C_3^5 (0.4)^3 (0.6)^2 + (0.6)^3 (3.16)$

$= \frac{5!}{3!\,2!} (0.4)^3 (0.6)^2 + (0.6)^3 (3.16)$

$= 10 (0.4)^3 (0.6)^2 + (0.6)^3 (3.16)$

ملاحظة: توزيع ذي حدين (توزيع متقطع)

في التجارب المتكررة n من المرات مستقلة التي يصنف نتائجها إلى صنفين حالة النجاح وحالة الفشل ونرمز للمتغير العشوائي بـ X

قانون ذي حدين

$$P(X=x) = C_x^n p^x q^{n-x}$$

حيث p احتمال النجاح

q احتمال الفشل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال: عند مفترق طريق (1/3) السيارات تتجه الى اليسار و (2/3) تتجه الى اليمين فاذا وصلت اربع سيارات المفترق ما هو احتمال

1- واحدة منها تتجه الى اليمين

$$P(X=1) = C_1^4 \left(\frac{2}{3}\right)^1 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \qquad p=\frac{2}{3},\ q=\frac{1}{3}$$

$$= \frac{4!}{1!\,3!}\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^3 = 4\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^3$$

2- واحدة منها تتجه الى اليسار

$$P(X=1) = C_1^4 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \qquad p=\frac{1}{3}$$

$$= \frac{4!}{1!\,3!}\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^3 = 4\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^3$$

(3) على الاقل واحدة تتجه الى اليسار

$$P(X\geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - C_0^4 \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$= 1 - \frac{4!}{0!\,4!}\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^4 = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

4- على الاكثر واحدة تتجه الى اليمين

$$P(X\leq 1) = P(X=0) + P(X=1)$$

$$= C_0^4 \left(\frac{2}{3}\right)^0 \left(\frac{1}{3}\right)^4 + C_1^4 \left(\frac{2}{3}\right)^1 \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$= \frac{4!}{0!4!}(1)\left(\frac{1}{3}\right)^4 + \frac{4!}{1!3!}\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^4 + 4\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^3$$

مثال: اذا كان احتمال اصابت اللاعب كرة السلة A الهدف في رمية مرة هو $\frac{3}{4}$ ما هو احتمال اصابت الهدف مرتين من 4 رميات.

$p = \frac{3}{4}$ احتمال النجاح،

$q = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ احتمال الفشل.

$P(X=2) = C_2^4 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \quad (C_x^n p^x q^{n-x})$

$$= \frac{4!}{2!2!}\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{4\times3\times2!}{2!2!}\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$= 6\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^2 = (\quad)$$

على الاقل ان يصيب الهدف مرة واحدة من اربع رميات

طريقة اولى:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1)$$

$$= 1 - P(X=0)$$

$$= 1 - C_0^4 \left(\frac{3}{4}\right)^0 \left(\frac{1}{4}\right)^4 = 1 - \frac{4!}{0!4!}(1)\left(\frac{1}{4}\right)^4$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^4 = 255.$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

24

طريقة ثانية

$$P(X \geq 1) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$$

$$= C_1^4 \left(\frac{3}{4}\right)^1 \left(\frac{1}{4}\right)^3 + C_2^4 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 + C_3^4 \left(\frac{3}{4}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right)^1 + C_4^4 \left(\frac{3}{4}\right)^4 \left(\frac{1}{4}\right)^0$$

$$= \frac{4!}{1!3!} \left(\frac{3}{4}\right)^1 \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \frac{4!}{2!2!} \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{4!}{3!1!} \left(\frac{3}{4}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right)^1 + \frac{4!}{4!0!} \left(\frac{3}{4}\right)^4 \left(\frac{1}{4}\right)^0$$

$$= 255$$

3- على الأكثر أن يصيب الهدف مرتين من 4 رميات

$$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$

$$= C_0^4 \left(\frac{3}{4}\right)^0 \left(\frac{1}{4}\right)^4 + C_1^4 \left(\frac{3}{4}\right)^1 \left(\frac{1}{4}\right)^3 + C_2^4 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\frac{4!}{0!4!} (1) \left(\frac{1}{4}\right)^4 + \frac{4!}{1!3!} \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \frac{4!}{2!2!} \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$= \frac{61}{256}$$

4- على الأكثر من 2

$$P(X > 2) = P(X=3) + P(X=4)$$

$$= C_3^4 \left(\frac{3}{4}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right)^1 + C_4^4 \left(\frac{3}{4}\right)^4 \left(\frac{1}{4}\right)^0$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$= \frac{11!}{3!\,1!}\left(\frac{27}{64}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{11!}{11!\,0!}\,\frac{81}{256}\,(1)$$

$$= \frac{108}{256} + \frac{81}{256} = \frac{189}{256}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

توزيع بوسون :

يعود اسم هذا توزيع الى العالم بوسون الذي قام باشتقاق معادلته سنة ١٨٨٧ باعتباره غاية لتوزيع ذي الحدين ويعد هذا التوزيع في الوقت الحاضر من اكثر التوزيعات المتقطعة استخداماً لتطبيقاته الهامة المختلفة ويمكن ان نجد المتغيرات المتعرفه بشكل محدود تحدث في فترات زمنية معينة او مساحات او حجوم ومن الامثلة عليها :

① عدد المكالمات الهاتفية التي تحصل في فترة زمنية محددة.

② عدد القذائف الساقطة على مساحات معينة.

③ عدد الطائرات التي تم استقبالها في مطار ما في فترة زمنية

④ عدد البكتريا الموجودة في حجم معين من ماء.

⑤ عدد الزلازل التي تحدث في منطقة معينة خلال فترة معينة

⑥ عدد حوادث سقوط طائرات في زمن معين او منطقة معينة