مثال 2: اختبر امثلية مشكلة النقل التالية

من \ الى	D_1	D_2	D_3	العرض a_i
L_1	5 — 9	1 — 3	8 — X_{13}	12
L_2	2 — X_{21}	4 — 7	5 — 7	14
L_3	3 — X_{31}	6 — X_{32}	7 — 4	4
الطلب b_j	9	10	11	$\Sigma a_i = 30$ / $\Sigma b_j = 30$

الحل: من الجدول اعلاه يتضح وجود اربعة خلايا فارغة هي الخلايا

$L_1 D_3$ و $L_2 D_1$ و $L_3 D_1$ و $L_3 D_2$

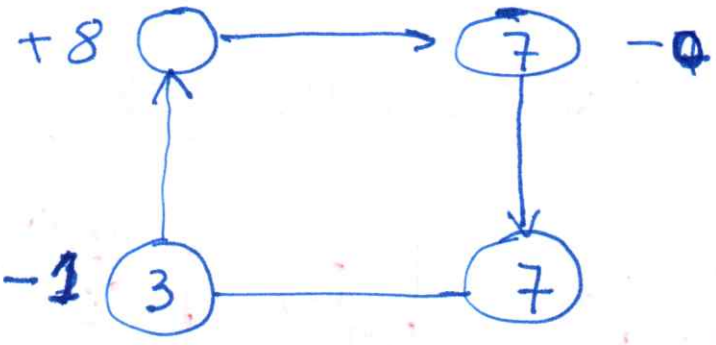
قبل البدء بالحل نطبق قاعدة التوزيع $OC=5$

$$M+n-1 = 3+3-1 = 5$$

$\therefore OC = M+n-1 = 5$ وبعد تحقيق الشرط يتم تقييم اثر

تشغيل كل من تلك الخلايا الغير مشغولة وذلك بحساب الكلفة غير المباشرة لكل خلية وكالآتي

أولاً الخلية L_1D_3 :- نرسم المسار المغلق للمتغير غير الاساسي X_{13} وحسب الكلفة المقدرة له



مسار X_{13}

$$X_{13} \rightarrow X_{23} \rightarrow X_{24} \rightarrow X_{12} \rightarrow X_{13}$$

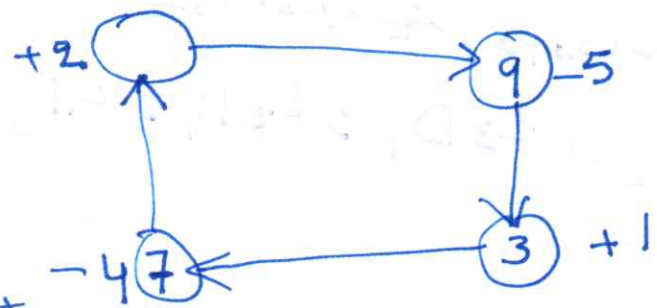
الكلفة المقدرة للمتغير X_{13}

$$\hat{C}_{13} = C_{13} - C_{23} + C_{24} - C_{12}$$

الكلفة غير المباشرة اجرص الصفر

$$\hat{C}_{13} = 8 - 0 + 4 - 1 = 11$$

ثانياً الخلية L_2D_1



المسار المغلق لـ X_{21}

$$X_{21} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{12} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{21}$$

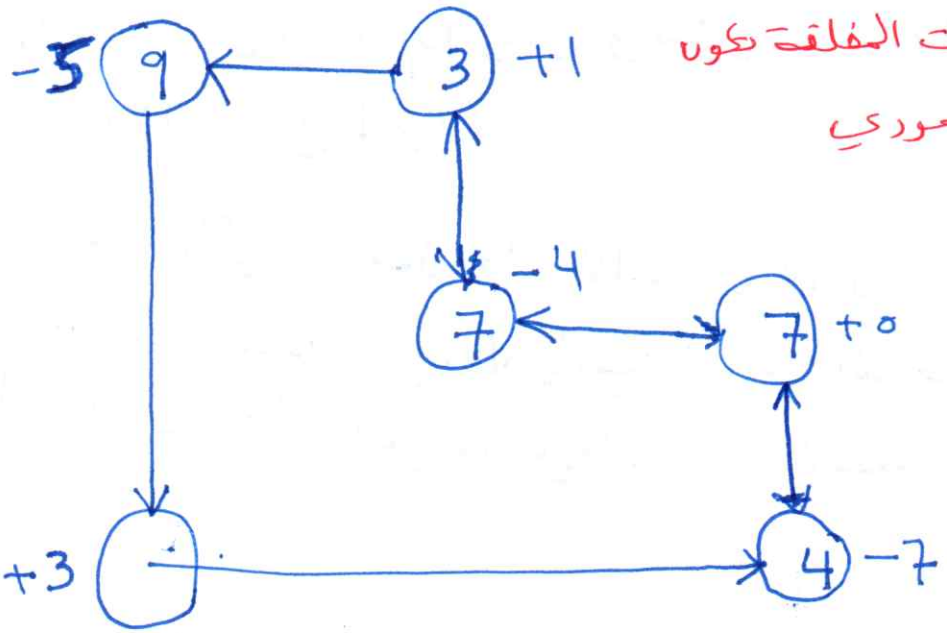
الكلفة المقدرة لـ X_{21}

$$\hat{C}_{21} = C_{21} - C_{11} + C_{12} - C_{22}$$

$$\hat{C}_{21} = 2 - 5 + 1 - 4 = -6$$

ثالثاً مسار X_{31}

نرسم المسار المغلق للمتغير X_{31} للخلية L_3D_1



لاحظ ان المسارات المغلقة تكون بمستوى افقي وعمودي ولا يمكن التحرك بمستوى مائل

مسار X_{31}

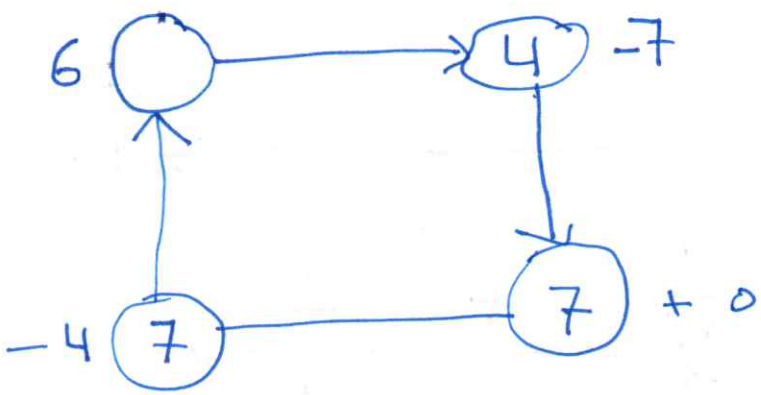
$$\overset{+}{X}_{31} \rightarrow \bar{X}_{33} \rightarrow \overset{+}{X}_{23} \rightarrow \bar{X}_{22} \rightarrow \overset{+}{X}_{12} \rightarrow \bar{X}_{11} \rightarrow X_{31}$$

والكلفة المقدرة للمسار X_{31}

$$\hat{C}_{31} = C_{31} - C_{33} + C_{23} - C_{22} + C_{12} - C_{11}$$

$$\hat{C}_{31} = 3 - 7 + 0 - 4 + 1 - 5 = -12$$

رابعاً نرسم المسار المغلق للمتغير X_{32} للخلية L_3D_2



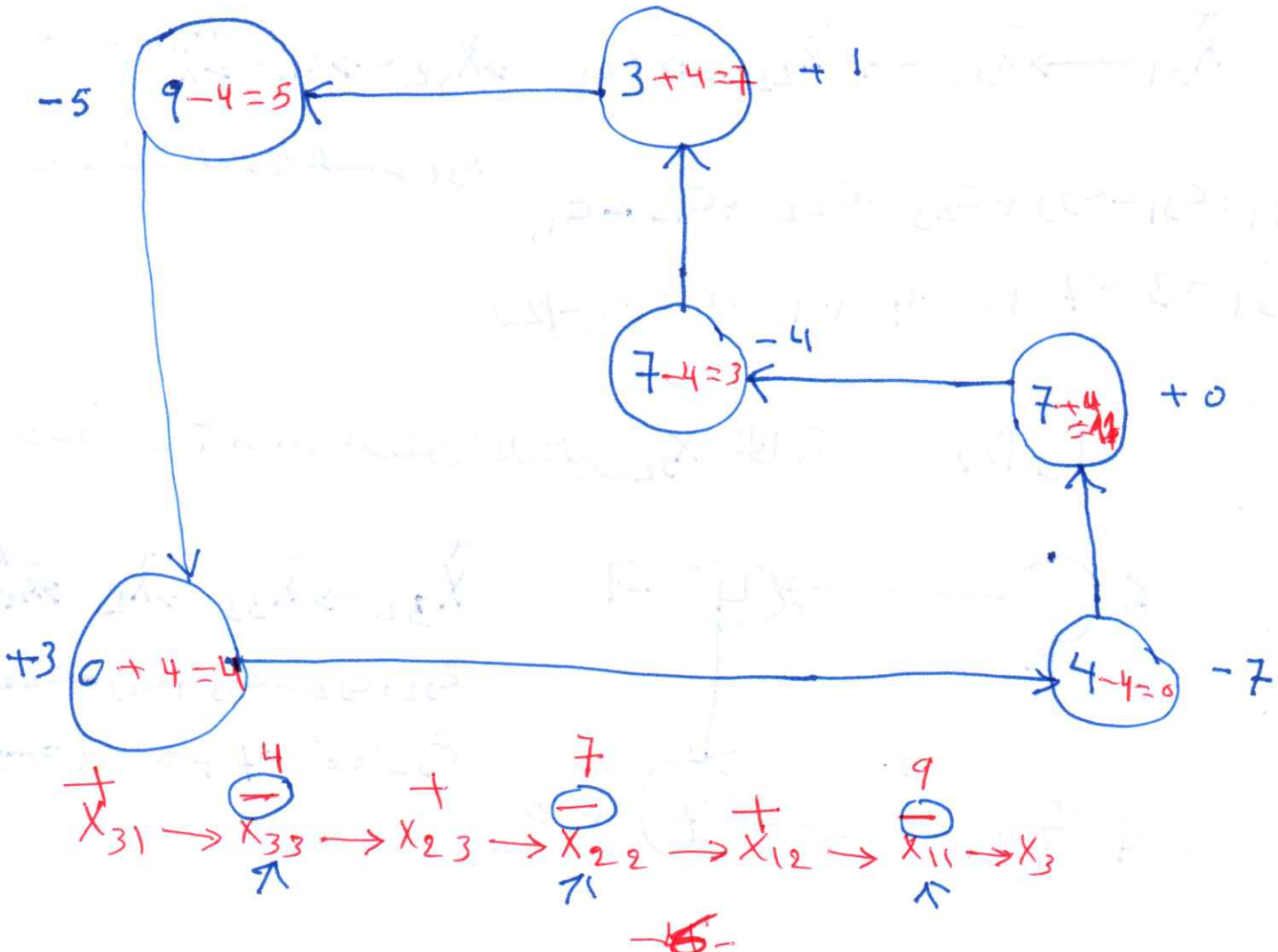
$$\overset{+}{X}_{32} \rightarrow \bar{X}_{33} \rightarrow \overset{+}{X}_{23} \rightarrow \bar{X}_{22}$$

$$\hat{C}_{32} = C_{32} - C_{33} + C_{23} - C_{22}$$

$$\hat{C}_{32} = 6 - 7 + 0 - 4 =$$

باستعراض قيم التكلفة غير المباشرة للخلايا الفارغة نجد ان تكاليف النقل يمكن تخفيضها في حال شغل الخلية D_1 و L_3 حيث انها لها اقل كلفة غير مباشرة ($-12 = L_3 D_1$) وسنحدد عدد الخلايا التي سيتم نقلها الى هذه الخلية ($L_3 D_1$)

تحدد الكمية التي ستنقل الى الخلية ($L_3 D_1$) من الخلايا المشغولة على اساس اقل مقدار في الخلايا المشغولة (الارقام داخل الدوائر في الشكل ادناه) التي اشارت تساسلية بالمسار المغلق للخلية $S_3 D_1$



بدراسة الخلايا التي يمكن النقل منها الى الخلية $(L_3 D_1)$ نجد انه من الممكن ان يتم النقل من الخلية $L_1 D_1$ او $L_4 D_2$ او $L_3 D_3$ (حيث انها الخلايا التي تم تقديم اشارة السالب لها في المسار المغلق لـ $L_3 D_1$)

وحفاظاً على عدم سالبية الخلايا نأخذ اقل تعبئة للخلايا ذات المسار السالب وهي 4 للخلية $L_3 D_3$

اذن المتغير الداخل سيمثل X_{31} والمتغير الخارج سيمثل X_{33}

اي قيمة $(X_{33} = 0)$ وسيتم نقل وحدات X_{33} الى X_{31}

اي انه $X_{31} = 4$

ولكي يبقى النموذج متوازن نرجع الى مسار X_{31}

ونضيف (4) الى اي متغير بالمسار الموجب لـ X_{31}

ونطرح (4) الى اي متغير بالمسار السالب لـ X_{31}

$$X_{31} \xrightarrow{+4} X_{33} \xrightarrow{-4} X_{23} \xrightarrow{+4} X_{21} \xrightarrow{-4} X_{12} \xrightarrow{+4} X_{11} \xrightarrow{-4} X_{31}$$

$0+4=4 \quad 4-4=0 \quad 7+4=11 \quad 7-4=3 \quad 3+4=7 \quad 9-4=5$

وبهذا يصبح جدول النقل كالآتي المرحلة الثانية

من \ الى	D_1	D_2	D_3	a_i
L_1	5	1	8	12
	5	7		
L_2	2	4	5	14
		3	11	
L_3	3	6	7	4
	4			
b_j	9	10	11	30 / 30

وعليه فان تكاليف النقل طبقاً لجدول النقل الثاني هي :-

$T.C_2 = 5*5 + 1*7 + 4*3 + 0*11 + 3*4 + 6*5 = 56$

طبقاً لجدول الثاني قلت الكلفة عما كانت عليه بالجدول الاول

$T.C_1 = 5*9 + 1*3 + 4*7 + 0*7 + 7*4 = 104$

اختبار مثالية جدول النقل الثاني :-

يتم اختبار مثالية جدول النقل الثاني طبقاً لنفس القواعد السابقة والتي تتمثل في دراسة اثار شغل الخلايا الفارغة على التكلفة الكلية وذلك على النحو التالي

يتم تقييم اثر شغل كل من تلك الخلايا الفارغة وهذه الخلايا هي

L_1D_3 و L_2D_1 و L_3D_2 و L_3D_3

اولاً- الخلية L_1D_3 المسار المغلق للمتغير X_{13}

$$X_{13}^{+} \rightarrow \bar{X}_{23} \rightarrow X_{22}^{+} \rightarrow \bar{X}_{12} \rightarrow X_{13}$$

$$\hat{C}_{13} = C_{13} - C_{23} + C_{22} - C_{12}$$

$$\hat{C}_{13} = 8 - 0 + 4 - 1 = 11$$

ثانياً الخلية L_2D_1 والمسار المغلق للمتغير X_{21}

$$X_{21}^{+} \rightarrow \bar{X}_{22} \rightarrow X_{12}^{+} \rightarrow \bar{X}_{11} \rightarrow X_{21}$$

$$\hat{C}_{21} = C_{21} - C_{22} + C_{12} - C_{11}$$ والتكلفة غير المباشرة

$$\hat{C}_{21} = 2 - 4 + 1 - 5 = -6$$

ثالثاً الخلية L_3D_2 والمسار المغلق للمتغير X_{32}

$$X_{32}^{+} \rightarrow \bar{X}_{12} \rightarrow X_{11}^{+} \rightarrow \bar{X}_{31} \rightarrow X_{32}$$

$$\hat{C}_{32} = C_{32} - C_{12} + C_{11} - C_{31} = 6 - 1 + 5 - 3 = 7$$

رابعاً الخلية L_3D_3 والمسار المغلق للمتغير X_{33}

$$X_{33}^{+} \rightarrow X_{23}^{-} \rightarrow X_{22}^{+} \rightarrow X_{12}^{-} \rightarrow X_{11}^{+} \rightarrow X_{31}^{-} \rightarrow X_{33}$$

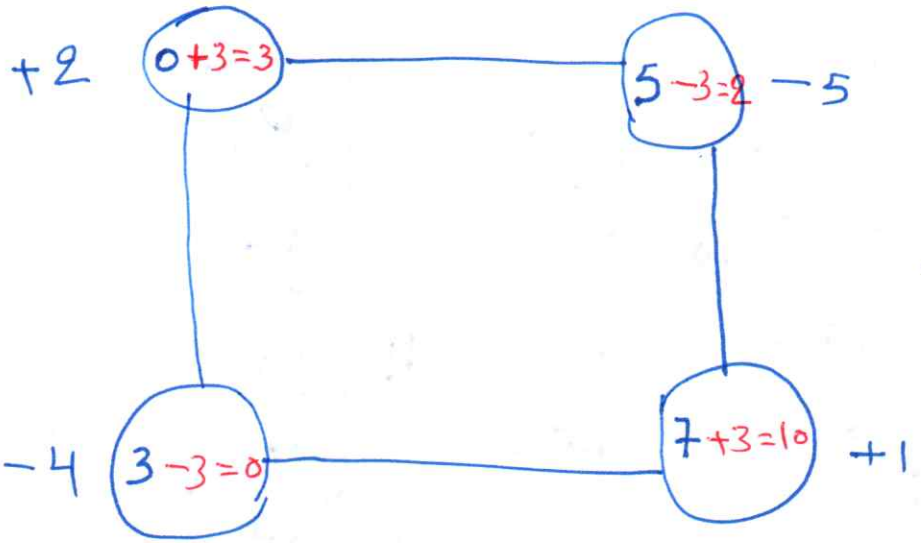
$$\hat{C}_{33} = C_{33} - C_{23} + C_{22} - C_{12} + C_{11} - C_{31} =$$

$$\hat{C}_{33} = 7 - 0 + 4 - 1 + 5 - 3 = 12$$

وبدراسة اثار شغل الخلايا الفارغة السابقة يتضح انه يمكن تخفيض تكاليف النقل في حالة ملئ الخلية L_2D_1

المسار المغلق لـ X_{21}

$$X_{21}^{+} \rightarrow X_{11}^{-} \rightarrow X_{12}^{+} \rightarrow X_{22}^{-}$$



عدد الوحدات 3 5

اشارة المسار $X_{21}^{+} \rightarrow X_{22}^{-} \rightarrow X_{12}^{+} \rightarrow X_{11}^{-}$

وبدراسة الخلايا التي يمكن النقل منها الى الخلية L_2D_1 نجد أنه يمكن النقل من الخلية L_1D_1 و L_2D_2 وبالطبع سنختار اقل تعبئة للمسار السالب وهي المتغير $X_{22} = 3$)

ويترتب على ذلك اعادة موازنة التوزيع اي نضيف 3، وحدات المتغيرات ذات المسار الموجب ونطرح 3، وحدات للمتغيرات ذات المسار السالب وكما موضح بالخطط اعلاه

$$X_{21} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{12} \rightarrow X_{22}$$
(+ فوق X_{21}، − فوق X_{11}، + فوق X_{12}، − فوق X_{22})

$X_{21} = 0+3 = 3 \Leftarrow L_2D_1$ الخلية

$X_{11} = 5-3 = 2 \Leftarrow L_1D_1$ ـ 5

$X_{12} = 7+3 = 10 \Leftarrow L_1D_2$ 5

$X_{22} = 3-3 = 0 \Leftarrow L_2D_2$ ـ 5

ومن الممكن ان نعيد كتابة جدول النقل الثالث وفقاً لما يأتي

من \ الى	D_1	D_2	D_3	R_i
L_1	5 — 2	1 — 10	8	12
L_2	2 — 3	4	0 — 11	14
L_3	3 — 4	6	7	4
b_j	9	10	11	30 / 30

وتكون تكاليف النقل طبقاً للجدول الثالث السابق عرضه كالآتي

$T.C = 5*2 + 1*10 + 2*3 + 0*11 + 3*4 = 38$

نلاحظ ان شغل الخلية L_2D_1 ادى الى انخفاض التكاليف بمقدار 18 دينار

اختبار مثالية طريقة النقل الثالث

نكرر الخطوات المتبعة بالخطوة السابقة

الخلية L_1D_3

المسار المغلق للمتغير X_{13}

$$X_{13} \rightarrow X_{23} \rightarrow X_{21} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{13}$$

والكلفة غير المباشرة

$$\hat{C}_{13} = C_{13} - C_{23} + C_{21} - C_{11}$$
$$= 8 - 0 + 2 - 5 = 5 > 0$$

الخلية L_2D_2

المسار المغلق للمتغير X_{22}

$$X_{22} \rightarrow X_{21} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{12}$$

الكلفة غير المباشرة لـ X_{22}

$$\hat{C}_{22} = C_{22} - C_{21} + C_{11} - C_{12}$$
$$= 4 - 2 + 5 - 1 = 6 > 0$$

الخلية L_3D_2

المسار المغلق للمتغير X_{32}

$$X_{32} \rightarrow X_{31} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{12} \rightarrow X_{32}$$

الكلفة غير المباشرة لـ X_{32}

$$\hat{C}_{32} = C_{32} - C_{31} + C_{11} - C_{12}$$
$$= 6 - 3 + 5 - 1 = 7 > 0$$

الخلية L_3D_3

المسار المغلق للمتغير X_{33}

$$X_{33} \rightarrow X_{23} \rightarrow X_{21} \rightarrow X_{31} \rightarrow X_{33}$$

الكلفة غير المباشرة للمتغير X_{33}

$$\hat{C}_{33} = C_{33} - C_{23} + C_{21} - C_{31}$$
$$= 7 - 0 + 2 - 3 = 6 > 0$$

بما انه جميع الكلف غير المباشرة لجميع الخلايا غير المشغولة (الخلايا الفارغة) موجبة معنى ذلك اننا قد وصلنا الى الحل الامثل