المحاضرة السادسة

## أسلوب M — M-Technique

تعلمنا في المحاضرة السابقة عن طريقة السمبلكس في حل مسائل البرمجة الخطية والتي من نوع (أقل أو يساوي) أما إذا كانت هناك مسائل من النوع (أكبر أو يساوي) أو (يساوي) فإننا نستخدم أسلوب M ويتم إضافة المتغير الاصطناعي R بمعامل M في دالة الهدف وليكن S

السبب في إضافة المتغير الاصطناعي (R) هو أن قيمة المتغير الوهمي (S) سالبة وهذا يناقض شرط عدم السالبية ولمعالجة هذا التناقض يبدأ الحل الابتدائي للنموذج بالمتغيرات الاصطناعية والتي ليس لها أي تفسير في النموذج وبعد إضافة المتغيرات الاصطناعية للنموذج يجب وضع كلفة جاهزة عليها في دالة الهدف يرمز لهذه الكلفة بـ (M) وعليه يتم إضافة المتغيرات الاصطناعية الى دالة الهدف بمعامل (−M) في حالة الـ Max، وبمعامل (+M) في حالة الـ Min؛

ان هذا الاجراء هو لمجرد الحصول على حل اساس اولي وان وضع كلفة عالية على المتغير الاصطناعي الغاية منه لضمان خروجه من الحل الامثل عند حل المسألة لطريقة السمبلكس

مثال: حل المثال التالي بالطريقة الآلية

$$\text{Min } Z = 2X_1 + 3X_2$$

s.t.

$$X_1 + 2X_2 \leq 6$$

$$2X_1 + 2X_2 \geq 4$$

$$X_1 + X_2 = 3$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Sol^n

1- Standard form is :—

$$\text{Min } Z = 2X_1 + 3X_2 + 0S_1 - 0S_2 + MR_1 + MR_2$$

s.t.

$$X_1 + 2X_2 + S_1 = 6$$

$$2X_1 + 2X_2 - S_2 + R_1 = 4$$

$$X_1 + X_2 + R_2 = 3$$

| | $C_j$ | 2 | 3 | 0 | 0 | M | M | | Ratio |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_B$ | B.V. | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | $R_1$ | $R_2$ | $b_j$ | |
| 0 | $S_1$ | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 | $6/1 = 6$ |
| M | $R_1$ | 2 | 2 | 0 | −1 | 1 | 0 | 4 | $4/2 = 2$ |
| M | $R_2$ | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | $3/1 = 3$ |
| | $Z_j$ | 3M | 3M | 0 | −M | M | M | 7M | |
| | $C_j - Z_j$ | 2−3M | 3−3M | 0 | M | 0 | 0 | | |

متغير داخل

نحدد بديل المتغير الداخل والذي يقابل القيمة الأكثر سالبية ($X_1$) وتحديد المتغير الخارج الذي يقابل أقل نسبة ($R_1$) نحسب الجدول الجديد وكما يأتي

$$R_2^* = \frac{R_2}{Pivot} \quad (2) \qquad \text{و} \quad R_1^* = R_1 - 1 * R_2^* = R_1 - R_2^*$$

$$R_3^* = R_3 - 1R_2^* = R_3 - R_2^*$$

| $C_j$ | | 2 | 3 | 0 | 0 | M | M | | Ratio |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_B$ | B.V. | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | $R_1$ | $R_2$ | b | |
| 0 | $S_1$ | 0 | 1 | 1 | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 | 4 | 8 |
| 2 | $X_1$ | 1 | 1 | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 2 | لا يتم العمل |
| M | $R_2$ | 0 | 0 | 0 | (1/2) | $-\frac{1}{2}$ | 1 | 1 | 2 |
| | $Z_j$ | 2 | 2 | 0 | $\frac{1}{2}M-1$ | $1-\frac{1}{2}M$ | M | $4+M$ | |
| | $C_j - Z_j$ | 0 | 1 | 0 | $1-\frac{1}{2}M$ | $\frac{3}{2}M-1$ | 0 | | ← صف الدليل |

↑ داخل

$$R_3^* = \frac{R_3}{Pivot(1/2)} = 2R_3^* \quad \text{و} \quad R_1^* = R_1 - \frac{1}{2}R_2^* \quad \text{و} \quad R_2^* = R_2 - (-\frac{1}{2})R_3^*$$

| $C_j$ | | 2 | 3 | 0 | 0 | M | M | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_B$ | B.V. | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | $R_1$ | $R_2$ | $b_{ij}$ |
| 0 | $S_1$ | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | −1 | 3 |
| 2 | $X_1$ | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| 0 | $S_2$ | 0 | 0 | 0 | 1 | −1 | 2 | 2 |
| | $Z_j$ | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 |
| | $C_j - Z_j$ | 0 | 1 | 0 | 0 | M | M−2 | ← صف الدليل |

بما ان صف الدليل يتبين انه تم التوصل الى الحل الامثل لان جميع القيم موجبة او صفر ∴ (لان الدالة Min)

$$Z^* = 6$$
$$X_1^* = 3$$
$$X_2^* = 0$$

حل المثال السابق بالطريقة الجبرية

مثال (2):

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 8X_2$$

$$\text{s.t. } X_1 + X_2 = 200$$

$$X_1 \leq 80$$

$$X_2 \geq 60$$

Soln: Standard form

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 8X_2 + 0S_1 - 0S_2 - MR_1 - MR_2$$

s.t.

$$X_1 + X_2 + R_1 = 200$$

$$X_1 + S_1 = 80$$

$$X_2 - S_1 + R_2 = 60$$

| $C_B$ | B.V | $C_j$ | 3 | 8 | 0 | 0 | $-M$ | $-M$ | $b_j$ | Ratio |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | $R_1$ | $R_2$ | | |
| $-M$ | $R_1$ | | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 200 | 200 |
| 0 | $S_1$ | | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 80 | نهمل |
| $-M$ | $R_2$ | | 0 | (1) | 0 | $-1$ | 0 | 1 | 60 | 60 |
| | $Z_j$ | | $-M$ | $-2M$ | 0 | $M$ | $-M$ | $-M$ | $-260M$ | |
| | $C_j - Z_j$ | | $3+M$ | $8+2M$ | 0 | $-M$ | 0 | 0 | | |

متغير داخل

$$R_3^* = \frac{R_3}{\text{Pivot}} = R_3 \; ; \quad R_1^* = R_1 - 1 * R_3^* \; ; \quad R_2^* = R_2 - 0 R_3^*$$

$$R_1^* = R_1 - R_3^* \; ; \quad R_2^* = R_2$$

| $C_j$ / $C_B$ | B.V. | 3 $X_1$ | 8 $X_2$ | 0 $S_1$ | 0 $S_2$ | $-M$ $R_1$ | $-M$ $R_2$ | $b_j$ | Ratio |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-M$ | $R_1$ | 1 | 0 | 0 | ① | 1 | $-1$ | 140 | 140 |
| 0 | $S_1$ | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 80 | نهمل |
| 8 | $X_2$ | 0 | 1 | 0 | $-1$ | 0 | 1 | 60 | نهمل |
| $Z_j$ | | $-M$ | 8 | 0 | $-M-8$ | $-M$ | $M+8$ | $480-140M$ | |
| $C_j - Z_j$ | | $3+M$ | 0 | 0 | $M+8$ | 0 | $-8-2M$ | | |

صفر داخل

$$R_1^* = \frac{R_1}{\text{Pivot}(1)} = R_1 \quad ; \quad R_2^* = R_2 \quad ; \quad R_3^* = R_3 + 1 \times R_1^*$$

| $C_j$ / $C_B$ | B.V. | 3 $X_1$ | 8 $X_2$ | 0 $S_1$ | 0 $S_2$ | $-M$ $R_1$ | $-M$ $R_2$ | $b_j$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $S_2$ | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | $-1$ | 140 |
| 0 | $S_1$ | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 80 |
| 8 | $X_2$ | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 200 |
| $Z_j$ | | 8 | 8 | 0 | 0 | 8 | 0 | 1600 |
| $C_j - Z_j$ | | $-5$ | 0 | 0 | 0 | $-M-8$ | $-M$ |

صف الحل

بملاحظة صف الحل يتبين انه تم الوصول الى الحل الامثل لان جميع القيم سالبة
واشارة (لان دالة الهدف Max)

$$Z^* = 1600$$
$$X_1^* = 0$$
$$X_2^* = 200$$