التحليل الحساس / التغيرات في مصفوفة القيود

١- اضافة قيود جديدة

نفترض اضافة القيد الآتي

$$3X_1 + X_2 + 2X_3 \leq 50$$

الى مسألة البرمجة الخطية الآتية

$$\text{Max } Z = 4X_1 + 3X_2 + 5X_3$$

S.T.

$$X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 20$$
$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leq 45$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

لمعرفة مدى تأثير هذا القيد على الحل الامثل نتأكد من أن قيم المتغيرات الاساسية المثلى تحقق القيد ام لا أي نعوض قيم المتغيرات الاساسية التي حصلنا عليها من جدول الحل الامثل بالقيد

ان جدول الحل الامثل للمسألة قيد البحث هو

C_j / C_B	B.V.	4 X_1	3 X_2	5 X_3	0 S_1	0 S_2	b
4	X_1	1	4	0	3	-1	15
5	X_3	0	-2	1	-2	1	5
$C_j - Z_j$		0	-3	0	-2	-1	$Z=85$

$Z^* = 85$

$X_1^* = 15$

$X_2^* = 0$

$X_3^* = 5$

وبتعويض القيم المثلى للمتغيرات الاساسية بالقيد الذي تمت اضافته
الى المسألة الاصلية نحصل على

$$3X_1 + X_2 + 4X_3 \leq 50$$

من جدول الحل الامثل لدينا $X_1^* = 15$ ، $X_2^* = 0$ ، $X_3^* = 5$ وبالتعويض بالقيد

$$3(15) + 0 + 4(5) = 55 > 50$$

لذلك فإن القيد لا يتحقق وهذا يعني ان الحل المبين في جدول
الحل الامثل عند اضافة هذا القيد سيؤثر على الحل وعلى هذا الاساس
يتم اضافة القيد الجديد الى المرحلة الأخيرة من الجدول السابق
ومن ثم تكملة طريقة السمبلكس للوصول الى الحل الامثل.
مع الجدير بالذكر انه اذا تحقق القيد فإن هذا يعني ان القيد
الذي تمت اضافته لا يؤثر على الحل الامثل

بالرجوع الى جدول الحل الامثل للمسألة واضافة القيد الجديد
نحصل على الجدول التالي

C_B	B.V.	C_j 4	3	5	0	0	0	b
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
4	X_1	1	4	0	3	−1	0	15
5	X_3	0	−2	1	−2	1	0	5
0	S_3	3	1	2	0	0	1	50
	$C_j - Z_j$	0	−3	0	−2	−1	0	Z=85

نلاحظ من الجدول أعلاه أن المرحلة الأولى لا تمثل الصيغة العامة حيث أن المتغيرات الأساسية X_1 و X_3 تمثلان معاملات موجبة في الصف الثالث وكل هذا الأساس يتم ضرب الصف الأول ب (−2) والصف الثاني ب (−2) ومن ثم إضافتها إلى الصف الثالث وبذلك تكونت المرحلة الثانية

C_B	B.V.	C_j 4	3	5	0	0	0	b
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
4	X_1	1	4	0	3	−1	0	15
5	X_3	0	−2	1	−2	1	0	5
0	S_3	0	−7	0	−5	1	1	−5
	$C_j - Z_j$	0	−3	0	−2	−1	0	Z=85

نلاحظ من الجدول أعلاه قيم العمود b سالبة لذلك نستخدم طريقة السمبلكس المقابلة للتوصل إلى الحل الأمثل

C_j / C_B B.V.	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	b
X_1	1	$-1/5$	0	0	$-2/5$	$3/5$	12
X_3	0	$4/5$	1	0	$3/5$	$-2/5$	7
S_1	0	$7/5$	0	1	$-1/5$	$-1/5$	1
$C_j - Z_j$	0	$-1/5$	0	0	$-7/5$	$-2/5$	$Z=83$

$Z^* = 83$
$X_1^* = 12$
$X_2^* = 0$
$X_3^* = 7$

تم التوصل الى الحل الامثل وجميع قيم b موجبة حيث ان قيم المتغيرات الاساسية في جدول الحل الامثل هي $X_1^* = 12$, $X_2^* = 0$, $X_3^* = 7$

اما قيمة دالة الهدف $Z^* = 83$

بمقارنة قيمة دالة الهدف $Z^* = 83$ عند اضافة القيد $3X_1 + X_2 + 2X_3 \leq 50$ مع دالة الهدف قبل اضافة القيد $Z^* = 85$ نلاحظ ان قيمة Z قد تناقصت بمقدار وحدتين وبصورة عامة فان قيمة دالة الهدف تساوي او اقل من قيمة دالة الهدف القديمة عند اضافة قيد جديد الى المشكلة.