المحاضرة الثالثة
2020/12/17

طرق حل مشاكل البرمجة الخطية

أولاً: الطريقة البيانية

تعد هذه الطريقة من اسهل طرق حل مشكلات البرمجة الخطية وتصلح هذه الطريقة للوصول الى الحل الامثل للنماذج التي تحتوي على متغيرين فقط (x_1, x_2)

و للوصول الى حل مشكلات البرمجة الخطية بموجب هذه الطريقة نتبع الخطوات الآتية :-

1- كتابة قيود التوذج على هيئة معادلة = بدلاً من المتباينات
2- رسم القيود على هيئة خطوط مستقيمة
3- تحديد زوايا منطقة الحل الممكن Feasible Region solution (F.S.R)
4- تعويض قيم احداثيات زوايا منطقة الحل الممكن في دالة الهدف (Z)
5- اختيار نقطة الحل الامثل optimal solution Point من بين نقاط زوايا الحل الممكن

Exc1 / حل المثال التالي لنموذج البرمجة الخطية باستخدام الطريقة البيانية

$$\text{Max } Z = 5X_1 + 6X_2$$

S.t.

$$2X_1 + 3X_2 \leq 30$$
$$5X_1 + 4X_2 \leq 60$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

الحل 1- نقوم بتحويل المتباينات الى معادلات وكالآتي

لدينا من القيد الاول

$$2X_1 + 3X_2 \leq 30$$

نفرض اولاً ان $X_1 = 0$ وبهذا يصبح القيد الاول

$$2X_1 + 3X_2 = 30 \Longrightarrow \text{if } X_1 = 0 \Rightarrow 3X_2 = 30 \Rightarrow X_2 = 10$$

النقطة الاولى $(0, 10)$

ثم نفرض ان $X_2 = 0$ وبالتعويض بالقيد الاول نجعل كالآتي

$$2X_1 + 3X_2 = 30 \Rightarrow \text{if } X_2 = 0 \Longrightarrow 2X_1 = 30 \Rightarrow X_1 = 15$$

النقطة الثانية $(15, 0)$

اذن لدينا من القيد الاول النقطتان $(15, 0)$ و $(0, 10)$

لدينا من القيد الثاني

$5X_1 + 4X_2 \leq 60$

نفرض ان $X_2 = 0$

$5X_1 + 4X_2 = 60$ if $X_2 = 0 \Longrightarrow 5X_1 + 4(0) = 60$

$\therefore X_1 = 12$

النقطة الاولى $(12, 0)$

ولو فرضنا ان $X_1 = 0 \Longleftarrow$

$5X_1 + 4X_2 = 60$ if $X_1 = 0 \Longrightarrow 5*(0) + 4X_2 = 60$

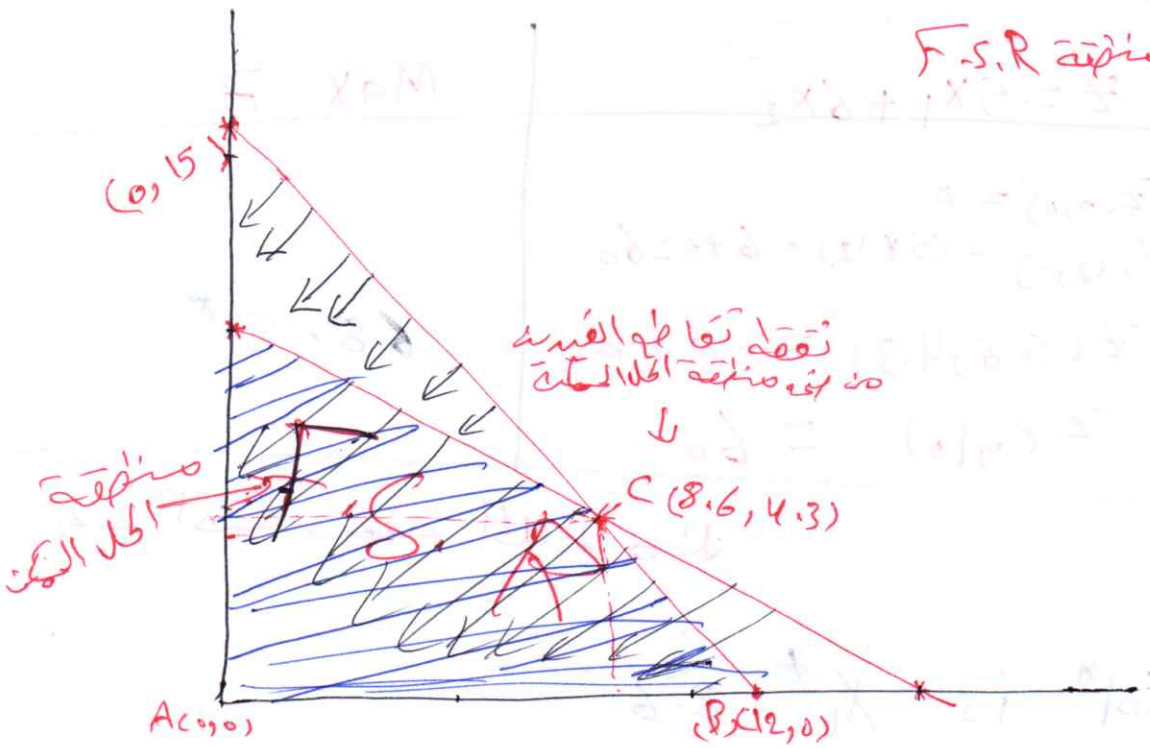
$X_2 = 15$

$\therefore$ النقطة الثانية $(0, 15)$

لدينا من القيد الثاني النقطتان $(0, 15)$ و $(12, 0)$

ثانياً نرسم القيود

ثالثاً - نحدد ايا منطقة F.S.R



ولايجاد احداثيات نقطة التقاطع بين القيدين (النقطة C) نحل المعادلتين آنياً
ناخذ القيدين الاول والثاني

$$2X_1 + 3X_2 = 30 \quad \text{---} \quad (1)$$
$$5X_1 + 4X_2 = 60 \quad \text{---} \quad (2)$$

نضرب * 5

نضرب * 2

$$10X_1 + 15X_2 = 150 \quad \text{---} \quad (3)$$
$$\mp 10X_1 \mp 8X_2 = \mp 120 \quad \text{---} \quad (4)$$

نحل بالطرح

$$7X_2 = 30 \Longrightarrow X_2 = 4.3$$

نعوض قيمة $(X_2 = 4.3)$ في (1)

$$2X_1 + 3X_2 = 30$$
$$2X_1 + (3 * 4.3) = 30 \Longrightarrow X_1 = 8.6$$

$\therefore$ نقطة التقاطع $(C = 8.6)$

4- تعويض قيم احداثيات زوايا منطقة الحل الممكن في دالة الهدف Z

التقاطع	$Z = 5X_1 + 6X_2$	Max Z
A (0,0)	$Z_{(0,0)} = 0$	
B (12,0)	$Z_{(12,0)} = (5*12) + 6*0 = 60$	
C (8.6, 4.3)	$Z_{(8.6,4.3)} = 68.8$	68.8*
D (0,10)	$Z_{(0,10)} = 60$	

5- اختيار نقطة الحل المثل

Th2 opt. Soln is $X_1^* = 8.6$

$x_2^* = 4.3$

$Z^* = 68.8$

مثال (2): جد الحل الامثل للمسألة التالية بيانياً

$$\text{Max } Z = 6X_1 + 8X_2$$

S.t.

$$X_1 + 2X_2 \leq 10$$
$$2X_1 + 5X_2 \leq 20$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

Sol/2:

لرسم الشرط الاول

1 if $X_1 = 0$

$$\Rightarrow X_1 + 2X_2 = 10 \Rightarrow 0 + 2X_2 = 10 \Rightarrow X_2 = 5$$

النقطة (0,5)

if $X_2 = 0 \Rightarrow X_1 + 2X_2 = 10 \Rightarrow X_1 = 10$

النقطة (10,0)

لرسم الشرط الثاني

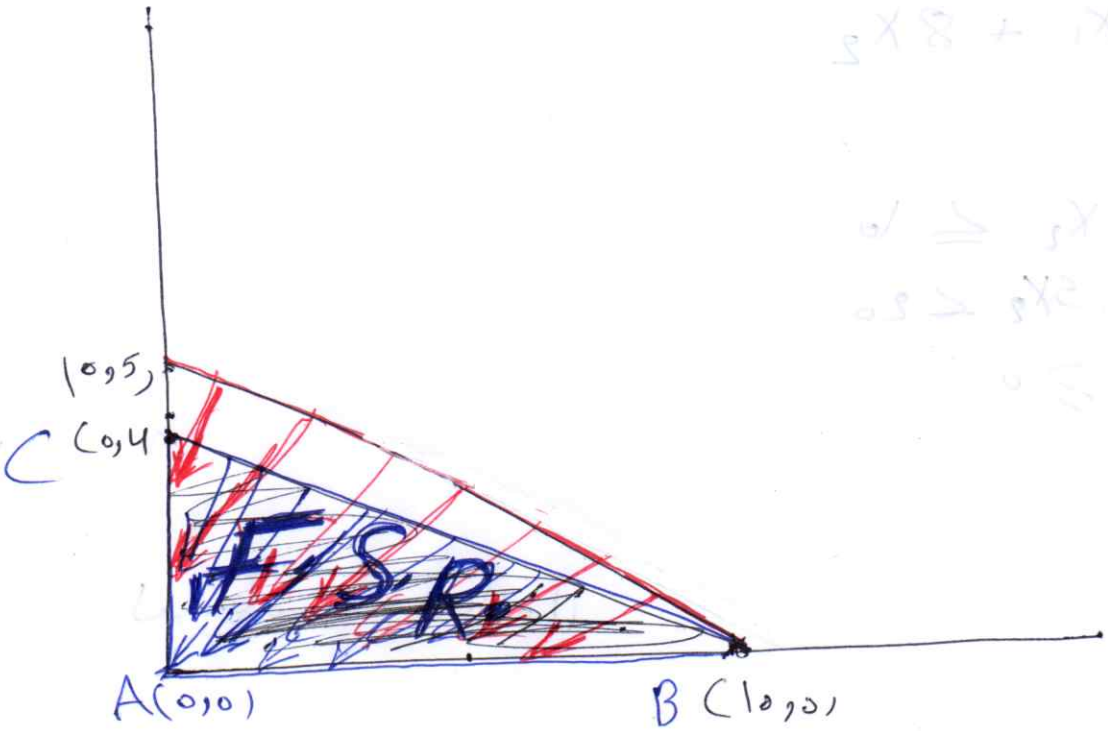
$$2X_1 + 5X_2 = 20$$

if $X_1 = 0 \Rightarrow 5X_2 = 20 \Rightarrow X_2 = 4$

النقطة (0,4)

if $X_2 = 0 \Rightarrow 2X_1 + (5 * 0) = 20 \Rightarrow X_1 = 10$

النقطة (10,0)



يتضح من الشكل البياني السابق ان منطقة الحل الممكن F.S.R
محدده بالنقاط A B C
ولاختيار امثلية النقاط نقوم بايجاد قيمة دالة الهدف Z للنقاط
المذكوره وكالاتي

النقاط	دالة الهدف $Z = 6X_1 + 8X_2$	الحل الامثل Z Max
A (0,0)	$Z_{(0,0)} = 0$	60^*
B (10,0)	$Z_{(10,0)} = (6*10) + 8*0 = 60$	
C (0,4)	$Z_{(0,4)} = 6*0 + 4*8 = 32$	

يتضح مما سبق اعلاه ان الحل الامثل يتحقق عند B (10,0)

The opt. Soln is $X_1^* = 10$
$X_2^* = 0$
$Z^* = 60$