تمارين للانموذج المقابل

Q.1 لديك نموذج البرمجة الخطية الآتي

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 5X_2$$

s.t.

$$3X_1 + 5X_2 \leq 8$$

$$2X_1 + 7X_2 \leq 12$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

والمطلوب:-

1- كتابة النموذج المقابل (Dual Model) للنموذج الاولي السابق

2- ايجاد الحل للنموذج المقابل مباشرة = من جدول الحل الامثل للنموذج الاولي

الحل

1- يكتب النموذج المقابل Dual Model كالآتي

نموذج اولي	نموذج مقابل
Primal Model	Dual Model

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 5X_2$$

s.t.

$$3X_1 + 5X_2 \leq 8$$

$$2X_1 + 7X_2 \leq 12$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\Longrightarrow \quad \text{Min } T = 8Y_1 + 12Y_2$$

s.t.

$$3Y_1 + 2Y_2 \geq 2$$

$$5Y_1 + 7Y_2 \geq 5$$

$$Y_1, Y_2 \geq 0$$

2 - ايجاد الحل للنموذج المقابل مباشرة من جدول الحل الامثل للنموذج الاولي

نجد ان الصيغة القياسية للنموذج الاولي

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 5X_2 + 0S_1 + 0S_2$$

s.t.

$$3X_1 + 5X_2 + S_1 = 8$$
$$2X_1 + 7X_2 + S_2 = 12$$
$$X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0$$

	C_j	2	5	0	0		
C_B	B.V	X_1	X_2	S_1	S_2	b_j	Ratio
0	S_1	3	5	1	0	8	$8/5 = 1.6$
0	S_2	2	7	0	1	12	$12/7 = 1.7$
	Z_j	0	0	0	0	0	
	$C_j - Z_j$	2	5	0	0		

$$R_1^* = \frac{R_1}{5} = \left[\frac{3}{5} \quad 1 \quad \frac{1}{5} \quad 0 \quad \frac{8}{5}\right] = R_1^*$$

$$R_2^* = R_2 - 7R_1^* \quad \text{و} \quad R_2 = [2 \quad 7 \quad 0 \quad 1 \quad 12]$$

$$\text{الناتج } 7R_1^* = \left[\frac{21}{5} \quad 7 \quad \frac{7}{5} \quad 0 \quad \frac{56}{5}\right]$$

$$R_2^* = \left[\frac{-11}{5} \quad 0 \quad \frac{-7}{5} \quad 1 \quad \frac{4}{5}\right]$$

c_j		2	5	0	0	
c_B	B.V.	X_1	X_2	S_1	S_2	b_j
5	X_2	$\frac{3}{5}$	1	$\frac{1}{5}$	0	$8/5$
0	S_2	$\frac{-11}{5}$	0	$\frac{-7}{5}$	1	$4/5$
	Z_j	3	5	1	0	8
	$c_j - z_j$	1	0	-1	0	

صف الحل

ويسمى صف الارباح النسبية قيم متغيرات النموذج المقابل

بما ان جميع قيم معاملات صف الارباح النسبية قيم سالبة او صفر عليه يكون الحل الامثل للنموذج الاولي وكالآتي

$$X_1^* = 0 \; ; \; X_2 = \frac{8}{5} \; ; \; Z^* = 8$$

اما بالنسبة للحل الامثل للنموذج المقابل فنحصل عليه مباشرة من جدول الحل الامثل النهائي للنموذج الاولي حيث يتمثل الحل الامثل بمعاملات المتغيرات الوهمية (S_1, S_2) بصف الارباح النسبية (صف الدليل)

$$T^* = Z^* = 8$$

$$Y_1^* = 1$$

$$Y_2^* = 0$$

Q2 كيلاه نموذج البرمجة الخطية الآتي

$$\text{Min } Z = 15X_1 + 28X_2 + 20X_3$$

s.t.

$$X_1 + 2X_2 + X_3 \geq 3$$
$$X_1 + X_2 + 2X_3 \geq 2$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

والمطلوب: 1- جد النموذج المقابل Dual Model للنموذج الاولي

2- جد الحل الامثل للنموذج الاولي مباشرة من جدول الحل الامثل للنموذج المقابل

الحل

1- نجد النموذج المقابل للنموذج الاولي

النموذج الاولي

$$\text{Min } Z = 15X_1 + 28X_2 + 20X_3$$

s.t.

$$X_1 + 2X_2 + X_3 \geq 3$$
$$X_1 + X_2 + 2X_3 \geq 2$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

النموذج المقابل

$$\text{Max } T = 3Y_1 + 2Y_2$$

s.t.

$$Y_1 + X_2 \leq 15$$
$$2Y_1 + Y_2 \leq 28$$
$$Y_1 + 2Y_2 \leq 20$$
$$Y_1, Y_2 \geq 0$$

4- لإيجاد الحل الامثل للمسألة 2.3 المقابلة يجب ايجاد الصيغة القياسية للمسألة 2.3

الصيغة القياسية

$$Max\ T = 3Y_1 + 2Y_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

s.t.

$$Y_1 + Y_2 + 0S_1 = 15$$
$$2Y_1 + Y_2 + 0S_2 = 28$$
$$Y_1 + 2Y_2 + 0S_3 = 20$$

$$Y_1, Y_2, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

	C_j	3	2	0	0	0		
C_B	B.V.	Y_1	Y_2	S_1	S_2	S_3	b_j	Ratio
	S_1	1	1	1	0	0	15	15
	S_2	2	1	0	1	0	28	14
	S_3	1	2	0	0	1	20	20
	Z_j	0	0	0	0	0	0	
	$C_j - Z_j$	3	2	0	0	0		

صف المحور او يسمى صف الارتباط المنسبة

$$R_2^* = \frac{R_2}{2}$$

$$R_1^* = R_1 - 1 * R_2^* = R_1 - R_2^*$$

$$R_3^* = R_3 - 1 * R_2^* = R_3 - R_2^*$$

C_B	B.V.	3 Y_1	2 Y_2	0 S_1	0 S_2	0 S_3	b_j	Ratio
0	S_1	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	0	1	2
3	Y_1	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	14	28
0	S_3	0	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	6	4
	Z_j	3	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	0	42	
	$C_j - Z_j$	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	0		

صف المحور ←

$$R_1^* = \frac{R_1}{\frac{1}{2}} = 2R_1 \quad ; \quad R_2^* = R_2 - \frac{1}{2} R_1^* \quad ; \quad R_3^* = R_3 - \frac{3}{2}$$

C_B	B.V.	3 Y_1	2 X_2	0 S_1	0 S_2	0 S_3	b_j
2	Y_2	0	1	2	−1	0	2
3	Y_1	1	0	−1	1	0	13
0	S_3	0	0	−3	1	1	3
	Z_j	3	2	1	1	0	43
	$C_j - Z_j$	0	0	−1	−1	0	

صف المحور ←

بما انه جميع قيم صف الدليل غير سالبة وانتهى، اذن تم التوصل للحل الامثل للمقوذج المقابل

$$\text{Max } T = 43$$
$$Y_1^* = 13$$
$$Y_2^* = 2$$

ومن جدول الحل الامثل للمقوذج المقابل نجد الحل الامثل للمقوذج الاولي حيث $\text{Min } Z = 43$ وقيم X_1 و X_2 نجدهم من صف الارباح السطر الاخير تحت المتغيرات الاصلية اي ان

$$X_1^* = 1 \; ; \; X_2^* = 1 \; , \; X_3^* = 0$$