L'Hopital Rule قاعدة لوبتال

If $\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} g(x) = 0$

or

$\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} g(x) = \infty$ then

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

ملاحظة: نستخدم قاعدة لوبتال عند الحصول على

$$\infty\cdot 0,\ 0\cdot\infty,\ \frac{\infty}{0},\ \frac{0}{\infty},\ \frac{\infty}{\infty},\ \frac{0}{0}$$

Examples: find the following Limets

1. $\lim_{x\to 1} \frac{2x^4-6x^3+x^2+3}{x-1} = \frac{0}{0}$ نستخدم قاعدة لوبتال

$$\lim_{x\to 1} \frac{8x^3-18x^2+2x}{1} = -\infty$$

2. $\lim_{x\to\infty} x^2 e^{-2x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{e^{2x}} = \frac{\infty}{\infty}$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{2e^{2x}} = \frac{\infty}{\infty}$$

سنقوم مرة ثانية باستخدام قاعدة لوبتال مرة ثانية

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2}{4e^{2x}} = \frac{2}{\infty} = 0$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

قاعدة لوبتال ... قاعدة لوبتال

3) $\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x^3} = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{3x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{6x}$

بسبب البرهان

$\frac{1}{6} \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{1}{6} \times 1 = \frac{1}{6}$

4) $\lim_{x\to -1} \frac{1+\cos \pi x}{x^2+2x+1} = \lim_{x\to -1} \frac{-\pi \sin \pi x}{2x+2}$

$= \lim_{x\to -1} \frac{-\pi^2 \cos \pi x}{2} = \frac{\pi^2}{2}$

5) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 3x}{e^{2x}-2x-1} = \lim_{x\to 0} \frac{3\sin 3x}{2e^{2x}-2}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{9\cos 3x}{4e^{2x}} = \frac{9}{4}$

6) $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 2x)} \neq \lim_{x\to 0^+}$

$= \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{-3\sin 3x}{\cos 3x}}{\frac{-2\sin 2x}{\cos 2x}} =$

$= \lim_{x\to 0^+} \frac{-3\tan 3x}{-2\tan 2x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{9\sec^2 3x}{4\sec^2 2x} = \frac{9}{4}$

الممسوحه ضوئيا بـ CamScanner

Exercise :-

1- $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x^2+x}$

2- $\lim_{x \to 0} \frac{5-5\cos x}{e^x-x-1}$

3- $\lim_{x \to 4} \frac{\sin^2(\pi x)}{e^{x-4}-x+3}$

4- $\lim_{x \to 0} \frac{x-\ln(2x+1)}{x^2}$

5- $\lim_{x \to 0} (\csc x - \cot x)$

6- $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x+\sin x}$

الممسوحه ضوئيا بـ CamScanner